Sumant una progressió aritmètica

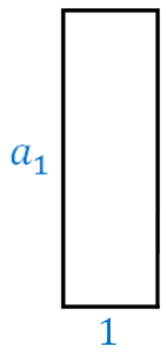
(p.1)

Anem a sumar els *n* primers termes d'una progressió aritmètica,

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n \ ,$$

amb el mètode de l'escala.

Construïm un rectangle de base unitat i altura a_1 :



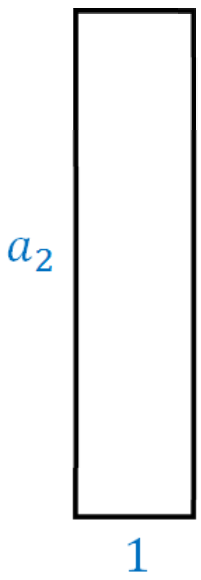
Sumant una progressió aritmètica

(p.2)

Obviament, la seva àrea és a_1 .

En construïm un altre amb altura igual a $a_2 = a_1 + d$ i

base unitat:

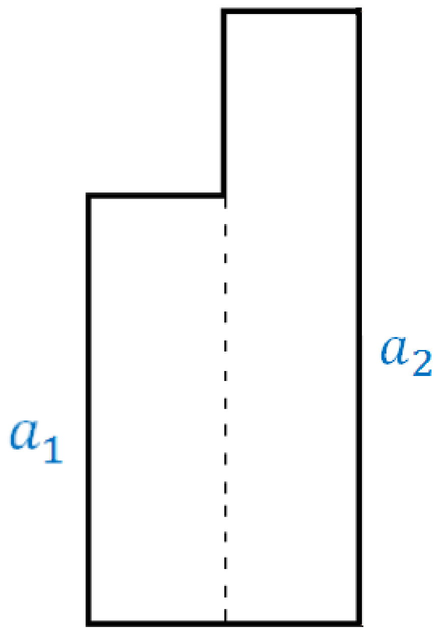


La seva àrea és a_2.

Sumant una progressió aritmètica

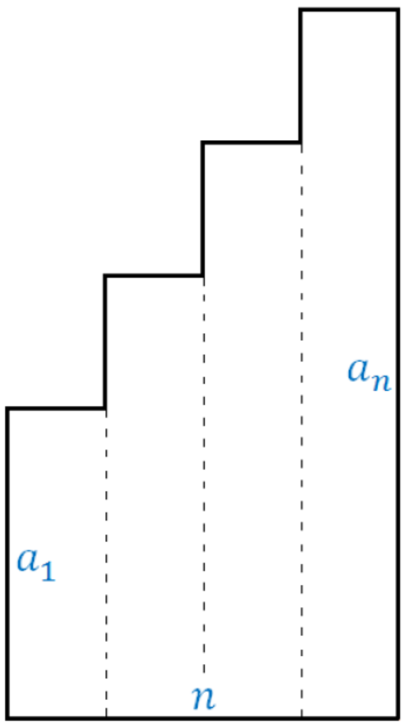
(p.3)

Juntant aquest dos rectangles, construïm una figura, llavors, l'àrea de la qual val: $S_2 = a_1 + a_2$



Sumant una progressió aritmètica

Fent-ho successivament construïm una figura amb forma d'escala:



Àrea de la figura amb *n* esglaons =

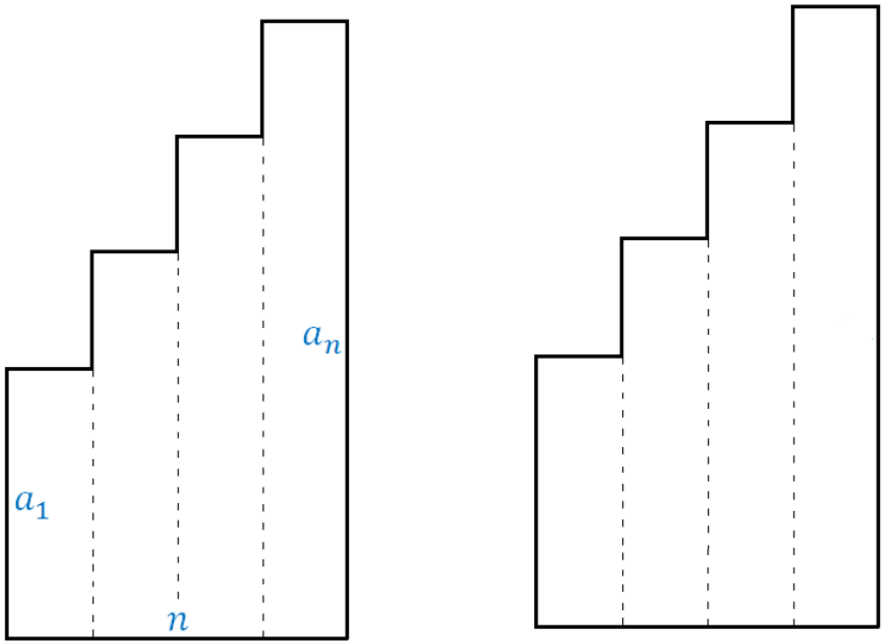
$$= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = S_n .$$

Per càlcular aquesta àrea, farem ús de la tècnica de multiplicar un nombre per 2 i després per ½.

Sumant una progressió aritmètica

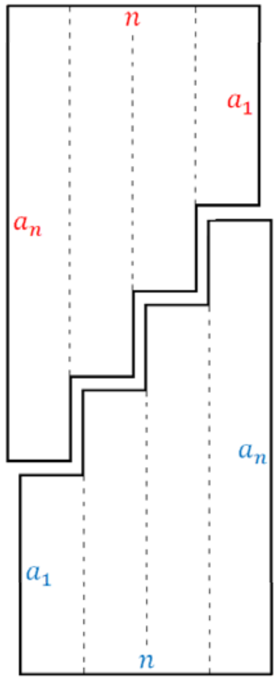
(p.5)

Multipliquem per dos l'area de l'escala: en fabriquem una d'idèntica al seu costat:

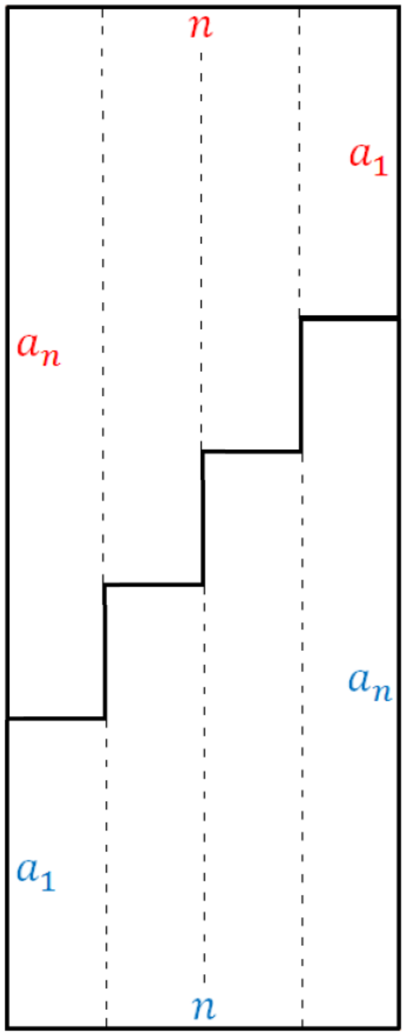


Sumant una progressió aritmètica

Unint les dues escales de la següent manera, construïm un rectangle del qual podem saber l'area molt fàcilment:



Sumant una progressió aritmètica



Àrea del rectangle =

$$= n \cdot (a_1 + a_n) = 2 \cdot S_n$$

Si aïllem la S_n a la darrera expressió tenim, llavors, que:

$$\boxed{S_n = \frac{1}{2} n \cdot (a_1 + a_n)}$$