Tècniques d'anàlisi de:

$\boxed{\text{6 INDETERMINACIONS}}$ (excepte: $\infty - \infty$)

"REGLA de L'HÔPITAL"

$$\boxed{\lim_{x\to\alpha} \frac{u(x)}{v(x)}} = \left[\begin{array}{c} \boxed{\frac{0}{0}} \\ \\ \boxed{\frac{\infty}{\infty}} \end{array}\right] = \boxed{\lim_{x\to\alpha} \frac{u'(x)}{v'(x)}}$$

(si u i v són polinomis, ens en quedem amb el monomi de major grau de cadascun si $\alpha = \infty$, o de menor si $\alpha = 0$)

$$\boxed{\lim_{x\to\alpha} u\cdot v} = \boxed{0\cdot\infty} \longrightarrow$$ transformem en L'HÔP:

$$0\cdot\infty = \frac{\infty}{1/0} = \frac{\infty}{\infty}$$ (baixem el zero)

$$0\cdot\infty = \frac{0}{1/\infty} = \frac{0}{0}$$ (baixem l'∞)

de vegades només cal pujar un dels factors al numerador de l'altre, fer el producte de dues fraccions (i simplificar, si és necessari factoritzant polinomis), etc.

$$\boxed{\lim_{x\to\alpha} u^v} = \left[\begin{array}{c} \boxed{1^\infty} \\ \boxed{\infty^0} \\ \boxed{0^0} \end{array}\right] = \boxed{e^{\lim_{x\to\alpha} v \ln u}}$$

← demo: amb $b = e^{\ln b}$

«FÓRMULA GENERAL»

l'anàlisi del límit de l'exponent ens duu a L'HÔPITAL, doncs és $0\cdot\infty$.

... les 1^∞ admeten una fórmula equivalent més senzilla:

$$\boxed{\lim_{x\to\alpha} u^v = e^{\lim_{x\to\alpha} v(u-1)}}$$

«FÓRMULA d'Euler»

⊛ Tècniques d'anàlisi per a

$\boxed{\text{INDETERMINACIONS} \quad \infty - \infty}$

- $\boxed{\text{CAS: } \sqrt{A} - \sqrt{B}}$ ⇝ multipliquem i dividim pel CONJUGAT ⇝ $\dfrac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$.

  NOTA: el conj. de $\sqrt{A} - \sqrt{B}$ és $\sqrt{A} + \sqrt{B}$

- $\boxed{\text{CAS: fracció} - \text{fracció}}$ ⇝ FEM la RESTA: $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad - cb}{bd}$.

- $\boxed{\text{CAS: polinomi}}$ ⇝ domina la potència d'exponent més alt.

⊛ ALTRES TÈCNIQUES D'ANÀLISI DE LÍMITS

quan l'expressió és una fracció:

- ▷ treure factor comú al num. i al den. i simplificar.
- ▷ factoritzar els polinomis al num. i al den. i simplificar.
- ▷ multiplicar tot el num. i tot el den. per $1/x^n$, on n serà el més petit entre l'exponent més alt del numerador i l'exponent més alt del denominador.

  ↳ comentaris: → per a decidir qui és n, si un monomi és a dins d'una $\sqrt{\cdots}$, hem de dividir el seu exponent entre 2.

  → aquesta tècnica és útil si $x \to \pm\infty$.

EXEMPLE:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x} + \sqrt{x+6}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}\left(\sqrt{4x^2+x} + \sqrt{x+6}\right)}{\frac{1}{x}\left(x + \sqrt{x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4 + 1/x} + \sqrt{1/x + 6/x^2}}{1 + \sqrt{1/x}} = \frac{\sqrt{4+0} + \sqrt{0}}{1 + \sqrt{0}} = \frac{2}{1} = 2 \,/\!/$$