ESCOLA PIA SABADELL

dm; 18-març-14

Física

(2n de Batxillerat) « Exercici en GRUP »

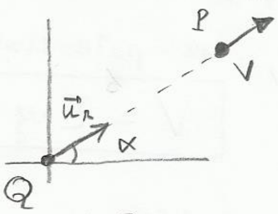
CAMP ELECTROSTÀTIC

[illegible]'14

i / ii

Nom i Cognoms:

▲ RESUM "DESCRIPCIÓ MATEMÀTICA CAMP ELECTR.":



$\vec{E} = k\dfrac{Q}{d^2}\,\vec{u}_r$ (N/C = V/m) $\longrightarrow$ $\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$ (N)

$V = k\dfrac{Q}{d}$ (V) $\longrightarrow$ $\boxed{E_p = qV}$ (J)

(situem a P una càrrega q)

- càrrega font Q: "qui crea el camp"
- punt P: "on avaluem el camp"

- Totes quatre $\vec{F}$, E_p, $\vec{E}$, V satisfan el PRINCIPI de SUPERPOSICIÓ.
- $\boxed{\vec{u}_r = (\cos\alpha,\ \sin\alpha)}$ "angle amb l'horitzontal"

P1 Un electró es mou des d'un punt inicial A, on el potencial electrostàtic val $V_A = 5$ V, fins arribar a B, on $V_B = 8$ V.

a) Troba l'increment d'energia potencial electrostàtica en aquest desplaçament, $\Delta E_p^{A\to B}$.

b) Si durant tota la seva trajectòria l'electró només està sotmès a la força electrostàtica, ¿quant val $\Delta E_M^{A\to B} = E_M(B) - E_M(A)$? ¿Per què?

c) I quant val $\Delta E_c^{A\to B}$?

NOTA: per a tots els apartats c, d i e seguim en el mateix supòsit "només actua força electr."

d) Si $|\vec{v}_A| = 5$ m/s, troba $|\vec{v}_B|$.

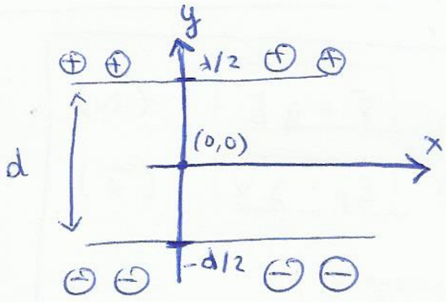
e) Si $|\vec{v}_A| = 0$, troba $|\vec{v}_B|$.

DADES: $q_{electró} = -1{,}602\cdot 10^{-19}$ C; $m_{electró} = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg

NOTA: en tot aquest problema, no considerarem cap força gravitatòria.

P2

Sigui un condensador semblant al del problema E9, en l'interior del qual $\vec{E}$ és vertical i constant. Designarem al seu mòdul amb la lletra E.



En l'interior d'un condensador com aquest, i referit al sistema d'eixos de la figura, el potencial es pot calcular així: $\boxed{V = E \cdot y}$

a) Quant val la diferència $(V_+ - V_-)$? (sent-hi: $V_+ \rightsquigarrow$ pot. a la placa +, $V_- \rightsquigarrow$ pot. a la placa −)

b) Siguin els punts $A(0,0)$, $B(0,-\frac{d}{2})$, $C(0,\frac{d}{2})$.
Fiquem un electró en A i observem la seva "evolució espontània": això vol dir que $v_{inic} = 0$ i sobre ell només actua la força electrostàtica. Anomenarem I al punt on impacta amb una de les plaques.
I és B o C?

c) Calcula $\Delta E_P^{A\to I}$, $\Delta E_M^{A\to I}$, $\Delta E_C^{A\to I}$ i troba també la v_{final}.

d) En un desplaçament rectilini $A \to I$ on actua una força constant $\vec{F}$ calculem el treball fet per $\vec{F}$ així:

$$\boxed{W_{\vec{F}}^{A\to I} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}} = \vec{F} \cdot \left(\vec{r}(I) - \vec{r}(A)\right)$$

Calcula el treball que fa la força elèctrica en el darrer apartat.

e) Imagina ara que l'electró surt de I amb una velocitat inicial vertical, i que hi actua tota l'estona una nova força $\vec{F}_{ext}$ (no electrostàtica ni gravitatòria), tal que compensa la $\vec{F}_{elec}$. Així, l'electró pot tornar a A seguint una (pàg. següent)

NOM i COGNOMS:

trajectòria rectilínia a velocitat constant.

Calcula en aquest desplaçament:

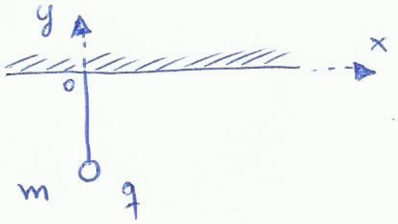
$$\Delta E_p^{I\to A}, \quad \Delta E_c^{I\to A}, \quad \Delta E_M^{I\to A},$$

$$W_{elec}^{I\to A}, \quad W_{ext}^{I\to A}, \quad W_{TOT}^{I\to A}.$$

(Sent-hi les últimes tres quantitats, respectivament, el treball que fa la força electrostàtica en aquest desplaçament, el que fa la força externa, i el que fa la força "total" o "resultant" — és la suma vectorial de les dues —).

NOTA: no donem dades, perquè tots els raonaments d'aquest problema cal fer-los algebraicament, i també algebraicament s'han de presentar els resultats.

P3 Una petita esfera de $m = 250$ g i càrrega q penja verticalment d'un fil. Apliquem $\bar{E} = -10^3\,\bar{i}$ N/C, constant i uniforme, i q es desvia cap a la dreta i queda en repòs quan el fil forma un angle de 37° amb la vertical.



a) Dibuixa l'esquema de forces en la posició d'equilibri, i esbrina signe de q.

b) Calcula la tensió del fil

c) Determina el valor de q.

P1

a/ $$\boxed{\Delta E_p^{A\to B}} = q_e \Delta V^{A\to B} = q_e (V_B - V_A) =$$
$$= -1{,}602 \cdot 10^{-19} (8-5) = \boxed{-4{,}81 \cdot 10^{-19}\ J}\ (1)$$

b/ $\bar{F}_{elect}$ conserva l'energia mecànica ⇒
⇒ E_M val el mateix en tots els punts trajectòria
⇒ $E_M(A) = E_M(B)$ ⇒ $\boxed{\Delta E_M^{A\to B} = 0}$ (2)

c/ [2] ⇒ $\boxed{0 = E_M(B) - E_M(A)} = [E_p(B) + E_c(B)] - [E_p(A) + E_c(A)] =$
$$\underset{\text{reagrupem}}{=} [E_p(B) - E_p(A)] + [E_c(B) - E_c(A)] =$$
$$= \underbrace{\Delta E_p^{A\to B}}_{[1] = -4{,}81\cdot10^{-19}} + \Delta E_c^{A\to B} \Rightarrow \boxed{\Delta E_c^{A\to B} = 4{,}81 \cdot 10^{-19}\ J}\ (3)$$

d/ $$\underbrace{\Delta E_c^{A\to B}}_{\text{coneixem: [3]}} = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2} m_e v_B^2 - \frac{1}{2} m_e v_A^2$$
coneixem coneixem

⇒ $m_e v_B^2 = m_e v_A^2 + 2\Delta E_c^{A\to B}$ ⇒

⇒ (4) $\boxed{v_B = \sqrt{v_A^2 + \frac{2}{m_e} \Delta E_c^{A\to B}}} = \sqrt{5^2 + \frac{2 \cdot 4{,}81 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} =$

$$= \boxed{1{,}03 \cdot 10^6\ m/s}$$

e/ [4] ⇒ $\boxed{v_B = \sqrt{0 + \frac{2 \cdot 4{,}81 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}}} = \boxed{1{,}03 \cdot 10^6\ m/s}$

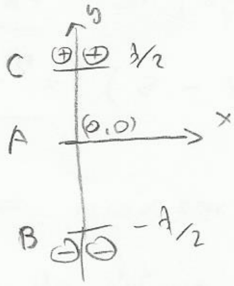
Comentari: una diferencia en v_{inic} de 5 m/s és, per a un electró, de massa molt petita ($\sim 10^{-31}$ kg), totalment negligible ↳

en termes energètics si comparem amb una diferencia de potencial de 3 V:

$v = 5 \text{ m/s} \to v^2 = 25$ — $E_c \sim m_e v^2 \sim 10^{-31}\cdot 25$ J

$\Delta V = 3 \text{ V} \to E_p = q\,\Delta V \sim 10^{-19}\cdot 3$ ← hi ha un factor 10^{11} J de diferència !!

$\boxed{\text{P2}}$



(5) $\boxed{V = E\cdot y}$ $\quad \vec{E} = -E\,\vec{j} \quad E>0$

$V_+ = V(y = d/2)$ pot. en placa ⊕

$V_- = V(y = -d/2)$ pot. en placa ⊖

a) $\boxed{(V_+ - V_-) \overset{[5]}{=} E\frac{d}{2} - E\left(-\frac{d}{2}\right) = E\left(\frac{d}{2}+\frac{d}{2}\right) = E\,d}$ (6)

b) L'electró se sent repel·lit per placa ⊖ i atret per ⊕, doncs $q_{electró} < 0$. També:

$$\vec{F} = q_{elec}\cdot\vec{E} = \underbrace{q_{elec}}_{\text{negatiu}}\cdot\underbrace{(-E\,\vec{j})}_{\text{negatiu}} = \underbrace{|q_{elec}\cdot E|}_{\text{positiu}}\,\vec{j} \Rightarrow \uparrow\vec{F}$$

Per tant, va a parar a C: $\boxed{C = I}$

c) $\boxed{\Delta E_p^{A\to C}} = q\,\Delta V^{A\to C} = q\left[V_C - V_A\right] =$

$= q\left[V\left(y=\frac{d}{2}\right) - V(y=0)\right] \overset{[5]}{=} q\left[E\frac{d}{2} - 0\right] =$

$= \boxed{\frac{1}{2}\,q\,E\,d}$ (7)

Nota: $\Delta E_p^{A\to C} < 0$, com sempre en un moviment espontani.

d) $\boxed{\Delta E_M^{A\to C} = 0}$ (8)

"només actua f. electr.", o signi que es conserva l'energia mecànica.

E. PIA SABADELL

$\boxed{\text{dm; 18 - març - 14}}$

F2

« EXERCICI en GRUP » (CAMP ELECTROSTÀTIC)

RESOLUCIONS

WAW84

$\boxed{ii/iii}$

$$\boxed{\Delta E_c^{A\to C}} = \underbrace{\Delta E_M^{A\to C}}_{=0\ [8]} - \Delta E_p^{A\to C} = -\Delta E_p^{A\to C} = -\frac{1}{2} qEd \quad (9)$$

$$\left(E_M = E_c + E_p \Longrightarrow \Longrightarrow \Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p \right)$$

És evident: passava en P1.c també ([3]): passa en qualsevol moviment on es conservi l'energia mecànica:

$$(10)\quad \boxed{\Delta E_c^{A\to C} = -\Delta E_p^{A\to C}}$$

si en A → C es conserva E_M

v_{final}: $\underbrace{\Delta E_c^{A\to C}}_{[9]\ = -\frac{1}{2}qEd} = E_c(C) - E_c(A) = \frac{1}{2} m_e \left[v_{fin}^2 - \underbrace{v_{inic}^2}_{=0} \right]$

$$\Longrightarrow \boxed{v_{fin} = \sqrt{-\frac{qEd}{m_e}}} \quad (11)$$

d) $\boxed{W_{elec}^{A\to C}} = \underbrace{\vec{F}_{elec}}_{q\vec{E},\ \vec{E} = -E\vec{j}} \cdot \underbrace{\Delta\vec{r}}_{= \left(\frac{d}{2}\vec{j} - \vec{0}\right)} = -qE\,\vec{j} \cdot \frac{d}{2}\vec{j} = -\frac{1}{2}qEd \quad (12)$

$\vec{j}\cdot\vec{j} = |\vec{j}|^2 = 1$

($\vec{j}$ és unitari; també: $(0,1)\cdot(0,1) = 0\cdot 0 + 1\cdot 1 = 1$)

OBSERVACIÓ:

$$(13)\quad \boxed{W_{elec}^{A\to C} = \Delta E_c^{A\to C} = -\Delta E_p^{A\to C}}$$

e) C → A a $\vec{v}$ = constant, gràcies a una $\vec{F}_{ext}$ que compensa la $\vec{F}_{elec}$, $\vec{F}_{TOT} = \boxed{\vec{F}_{ext} + \vec{F}_{elec} = \vec{0}}$ (14), i així $\vec{a} = \vec{0}$ (per 2a llei de Newton $\vec{F}_{TOT} = m\vec{a}$).

$$\boxed{\Delta E_p^{C\to A}} = E_p(A) - E_p(C) = -\left[E_p(C) - E_p(A)\right] =$$

$$= -\Delta E_p^{A\to C} = \boxed{-\frac{1}{2} q E d} \quad (15)$$

NOTA: $\Delta E_p^{C\to A} > 0$, d'acord amb que és un moviment no espontani.

$$\boxed{\Delta E_c^{C\to A} = E_c(A) - E_c(C) = \frac{1}{2} m_e v_{fin}^2 - \frac{1}{2} m_e v_{inic}^2 = 0} \quad (16)$$

$\vec{v}$ = constant $\Rightarrow$ $v_{inic} = v_{fin}$

$$\boxed{\Delta E_M^{C\to A}} = \Delta E_p^{C\to A} + \underbrace{\Delta E_c^{C\to A}}_{[16] \to 0} \overset{[15]}{=} \boxed{-\frac{1}{2} q E d} \quad (17)$$

Nota: $\Delta E_M^{C\to A} > 0$,

és a dir: E_M no es constant (no "es conserva") en aquest moviment, d'acord amb que hi ha una força externa que no és "conservativa" (ni gravitatòria ni elèctrica).

Aquesta $\vec{F}_{ext}$ està "injectant" energia en el sistema (vegem que $\Delta E_M^{C\to A} > 0$, l'increment és positiu). Si ho pensem, és semblant a quan agafem amb la mà la pedra que és al terra i la pugem a una alçada h: li donem una energia que no tenia (potencial), que pot transformar-se en moviment (cinètica).

$$\boxed{W_{elec}^{C\to A}} = \underbrace{\vec{F}_{elec}}_{\text{mateixa que en apartat (1)}} \cdot \Delta\vec{r}^{\,C\to A} = \vec{F}_{elec} \cdot \left(-\Delta\vec{r}^{\,A\to C}\right) =$$

$$= -\vec{F}_{elec} \cdot \Delta\vec{r}^{\,A\to C} = -W_{elec}^{A\to C} =$$

$$\overset{[12]}{=} -\left(-\frac{1}{2} q E d\right) = \boxed{\frac{1}{2} q E d} \quad (18)$$

E. PIA SABADELL

$\boxed{\text{dm; 18-març-14}}$

$\boxed{\text{F2}}$

« EXERCICI en GRUP » (CAMP ELECTROSTÀTIC)

RESOLUCIONS

WWW84 $\boxed{\text{iii / iii}}$

$$\boxed{W_{ext}^{C\to A} = \underbrace{\vec{F}_{ext}}_{\overset{[14]}{=} -\vec{F}_{elec}} \cdot \Delta\vec{r}^{\,C\to A} = \underbrace{- \vec{F}_{elec} \cdot \Delta\vec{r}^{\,C\to A}}_{W_{elec}^{B\to A}} \overset{[18]}{=} -\frac{1}{2} q E d} \quad (19)$$

$$\boxed{W_{TOT}^{C\to A} = \underbrace{\left(\vec{F}_{elec} + \vec{F}_{ext}\right)}_{\vec{F}_{TOT} \overset{[14]}{=} \vec{0}} \cdot \Delta\vec{r}^{\,C\to A} = 0} \quad (20)$$

COMENTARI: en aquest desplaçament en línia recta i a velocitat constant, hem vist que

(21) $\boxed{W_{elec} = -\Delta E_p}$ ⇐ (componem [15] i [18]).

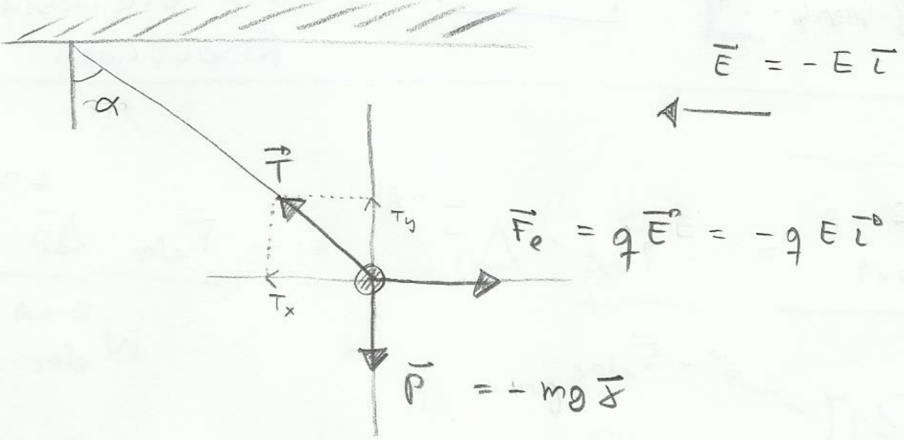
(22) $\boxed{W_{ext} = \Delta E_p}$ ⇐ (componem [15] i [19]).

(i $W_{elec} = -W_{ext}$).

Això no només passa a dins d'un condensador: es pot demostrar que si fem un desplaçament en línia recta a velocitat constant en el sí d'un camp electrostàtic general, el treball que fa el camp i el que fa la força externa que hem d'aplicar es calculen amb les fórmules [21] i [22].

P3

a/



$\bar{E} = -E\,\bar{i}$

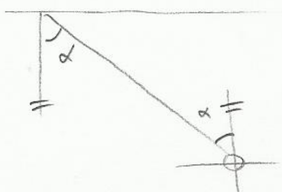
$\vec{F}_e = q\vec{E} = -qE\vec{i}$

$\vec{P} = -mg\,\bar{j}$

$m = 0{,}25$ kg

$E = 10^3$ N/C

$\alpha = 37°$



angles alterns interns són iguals

Com que $\bar{F}_e$ ha d'anar cap a la dreta (per a que la càrrega es desvii cap a la dreta), $\bar{F}_e = \underbrace{-qE}\,\bar{i}$

això ha de ser positiu $\Rightarrow$ $\boxed{q<0}$

$(E = |\bar{E}| > 0)$

b/ Equilibri $\Rightarrow$ $\vec{a} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\bar{F}_{TOT} = \vec{0}$ $\Rightarrow$

(la llei N.)

$\bar{F}_{TOT} = \bar{T} + \bar{P} + \bar{F}_e$

$$\Rightarrow \begin{cases} X: \quad T_x + F_{ex} = 0 \rightarrow -T\sin\alpha - qE = 0 \rightarrow T\sin\alpha = -qE & (23) \\ Y: \quad T_y + P_y = 0 \rightarrow T\cos\alpha - mg = 0 \rightarrow T\cos\alpha = mg & (24) \end{cases}$$

$$[24] \Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{0{,}25\cdot 9{,}8}{\cos 37°} = 3{,}07 \text{ N}} \quad (25)$$

c/ $[23] \Rightarrow$ $\operatorname{tg}\alpha = -q\frac{E}{mg}$ $\Rightarrow$ $\boxed{q = -\frac{mg}{E}\operatorname{tg}\alpha =}$ (26)

dividim entre eq. [24]

$$= -\frac{0{,}25\cdot 9{,}8}{10^3}\cdot \operatorname{tg} 37° =$$

$$= \boxed{-1{,}85\cdot 10^{-3}\text{ C}}$$