

Problemes & Resolucions: **PAU-LOE** de **ONES**

(Física, 2010 — 2014; «ON»)

- ▶ **Instruccions generals de tots els anys:** L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents. Cada problema val 2 punts.

- ▶ **CONTINGUTS:** La pàgina referida per a cada problema en la taula següent indica on pot trobar-se el corresponent enunciat al Dossier de l'Acadèmia. El contingut temàtic de cada problema s'especifica a la columna de "Comentaris".

NOM	sèrie	any	op.	probl.	pág.	Comentaris
ON-01	3	2014	A	5	2	On. Estac. - tub semiobert
ON-02	3	2014	B	5	4	Int, Pot, dB
ON-03	5	2014	B	5	8	On. Estac. - tub semiobert; dB
ON-04	3	2013	A	5	15	On. Estac. - corda; dB
ON-05	1	2013	B	4	20	On. Estac. - tub semiobert; dB
ON-06	3	2012	B	4	24	On. Viatg., $x(t)$, $a(t)$
ON-07	4	2012	A	5	30	On. Estac. - corda
ON-08	4	2012	B	4	31	λ i T , ef. Doppler, reflexió
ON-09	1	2011	A	3	36	On. Estac. - tub bi-obert; dB
ON-10	4	2011	A	4	43	refracció so: llei Snell
ON-11	4	2011	B	5	46	difracció, refracció, ef. Doppler
ON-12	2	2011	A	3	51	On. Estac. - corda
ON-13	1	2010	-	2	58	$y(x,t)$, $v(t)$, $v_{\text{màx}}$
ON-14	4	2010	A	3	67	f , λ , v_p , $y(x,t)$, $v(x,t)$
ON-15	4	2010	B	3	69	MHS emissor, interferència constructiva 3D
ON-16	5	2010	A	4	75	Ones electromagnètiques
ON-17	5	2010	B	3	77	On. Estac. - corda, Amplituds
ON-18	2	2010	A	4	83	On. Estac. - tub bi-obert; dB
ON-19	Extra	2010	-	2		v_p , $v(x,t)$, $v_{\text{màx}}$

► **ON-01)** juny'14 [S3 — A5]: ENUNCIAT

D'una manera molt simplificada, podem dir que la trompeta és un instrument musical de vent en què les diferents notes són produïdes aplicant aire per un extrem (que es considera tancat a causa de la presència dels llavis del músic) i que s'emeten per l'altre, considerat obert.

Les notes produïdes corresponen a determinats harmònics associats a les ones estacionàries que s'originen a l'instrument. La trompeta consta també de tres pistons que, quan es premen, augmenten de manera efectiva la longitud i canvien les notes emeses.

- a) Si la longitud total del tub que representa la trompeta és $l_0 = 0,975$ m, indiqueu quina és la longitud d'ona i la freqüència dels tres primers modes de vibració estacionaris que es poden generar a la trompeta.
- b) Quan el músic fa sonar l'instrument mentre prem el segon pistó, produeix la nota *si* de la tercera octava, de freqüència $f = 247$ Hz. Sabent que aquesta nota correspon al segon mode de vibració permès a la cavitat de l'instrument, quina és ara la longitud efectiva de la cavitat? Quin és el recorregut extra Δl que fa l'aire dins de la trompeta quan es prem aquest pistó?

DADA: Velocitat del so en l'aire, 340 m s^{-1}

resolució **ON-01**:

juny'14 [S3 — A5]

- a) Com que la trompeta conté un extrem tancat i un altre obert, la condició per les possibles ones estacionàries dins de la seva cavitat és

$$l_0 = \frac{\lambda_n}{4} + \frac{\lambda_n}{2} \quad n = \frac{\lambda_n}{4}(2n + 1) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \boxed{0.2}$$

D'aquesta relació obtenim que les possibles ones estacionàries a la trompeta tenen longituds d'ona

$$\lambda_n = \frac{4l_0}{2n + 1} \quad \boxed{0.2}$$

Tanmateix, essent $\lambda = v/f$ on v és la velocitat del so al medi i f la freqüència de l'ona, resulta

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l_0}(2n + 1) \quad \boxed{0.3}$$

Això doncs, amb $n=0, 1$ i 2 obtenim els valors

$$\left. \begin{array}{l} n = 0 \\ \lambda_0 = \frac{4 \times 0,975}{1} = 3,90 \text{ m} \\ f_0 = \frac{340}{4 \times 0,975} = 87,2 \text{ Hz} \end{array} \right\} \boxed{0.1} \quad \left. \begin{array}{l} n = 1 \\ \lambda_1 = \frac{4 \times 0,975}{3} = 1,30 \text{ m} \\ f_1 = \frac{340}{4 \times 0,975} \cdot 3 = 262 \text{ Hz} \end{array} \right\} \boxed{0.1} \quad \left. \begin{array}{l} n = 2 \\ \lambda_2 = \frac{4 \times 0,975}{5} = 0,78 \text{ m} \\ f_2 = \frac{340}{4 \times 0,975} \cdot 5 = 436 \text{ Hz} \end{array} \right\} \boxed{0.1}$$

- b) L'ona ressonant dins de la cavitat de la trompeta correspon al segon mode de vibració, es a dir, al mode $n = 1$ **0.2** de les expressions anteriors. Això doncs hauria de ser $l = 3\lambda/4$. Com que $\lambda = v/f$, resulta

$$l = \frac{3}{4}\lambda = \frac{3}{4} \left(\frac{v}{f} \right) = \frac{3 \times 340}{4 \times 247} = 1,03 \text{ m} \quad \mathbf{0.4}$$

La variació en la longitud de la cavitat recorreguda per l'aire quan es prem el segon pistó és, per tant,

$$l_1 = l - l_0 = 1,03 - 0,975 = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \mathbf{0.4}$$

► **ON-02)** juny'14 [S3 — B5]: ENUNCIAT

El timbre que sona en una escola a l'hora del pati perquè els alumnes tornin a classe és molt fort. Per tal de saber fins on el sentiran, en cas de no haver-hi edificis ni cap mena de pèrdua d'energia, mesurem amb el telèfon intel·ligent (*smartphone*) el nivell d'intensitat sonora a 7,0 m de distància del timbre i obtenim un valor de 50 dB. Calculeu:

- La intensitat del so en el lloc on fem la mesura.
- La potència del timbre. A partir de quina distància del timbre els alumnes deixaran de sentir el so?

DADA: Les persones no poden percebre els sons que tenen una intensitat inferior a $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$. Suposeu que el timbre és un emissor de so puntual que emet en totes les direccions.

resolució **ON-02**:

juny'14 [S3 — B5]

- a) El nivell d'intensitat β mesurat en dB es defineix com:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \mathbf{0.3} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^5 \quad \mathbf{0.2} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2 \quad \mathbf{0.3}$$

- b) La intensitat en funció de la potència ve donada per l'expressió:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \mathbf{0.3} \Rightarrow P = 10^{-7} 4\pi 7^2 = 6,2 \cdot 10^{-5} \text{ W} \quad \mathbf{0.2}$$

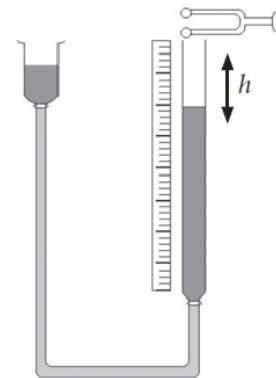
Deixarem de percebre el so quan la seva intensitat sigui igual a la del llindar:

$$I = I_0 \quad \mathbf{0.3} \Rightarrow \frac{6,2 \cdot 10^{-5}}{4\pi r^2} = 10^{-12} \Rightarrow r = 2,2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Per tant deixarem de percebre el so a partir d'una distància de $2,2 \cdot 10^3 \text{ m}$ **0.2**

► **ON-03)** set'14 [S5 — B5]: ENUNCIAT

Per a mesurar la velocitat del so en l'aire podem fer servir un tub de ressonància. Regulant el nivell de l'aigua, es poden produir situacions de ressonància quan l'ona estacionària té un ventre a l'extrem obert del tub. Quan el diapasó vibra amb una freqüència de 440 Hz, fem baixar el nivell de l'aigua fins que observem la primera situació de ressonància per a $h = 19$ cm, que es reconeix perquè es produeix una intensificació nítida del so, i també observem una segona situació de ressonància per a $h = 57$ cm.



- Dibuixeu l'esquema de l'ona estacionària per a cadascuna de les situacions de ressonància descrites i determineu la velocitat del so en l'aire.
- Si el diapasó emet ones sonores amb una potència de 0,01 W, calculeu els decibels que percebrà una persona situada a 3 m.

DADA: Intensitat del llindar d'audició: $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

resolució ON-03:

set'14 [S5 — B5]

- De forma esquemàtica podem representar les situacions de ressonància en les gràfiques següents:



La relació entre la longitud d'un tub sonor i la longitud d'ona en condició de ressonància és:

$$L_n = \frac{\lambda}{4}(1 + 2n) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$L_n - L_{n-1} = \frac{\lambda}{4}(1+2n) - \frac{\lambda}{4}(1+2(n-1)) = \frac{\lambda}{2} \quad \boxed{0.2} = 0,57 \text{ m} - 0,19 \text{ m} = 0,38 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,76 \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

La velocitat del so serà:

$$v_{so} = \lambda \nu = 334 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

- La intensitat de so rebuda serà:

$$I = \frac{P_T}{4\pi d^2} \quad \boxed{0.3} = 8,84 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2 \quad \boxed{0.2}$$

Per tant el nivell de só en dB serà:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = \quad \boxed{0.3} = 79 \text{ dB} \quad \boxed{0.2}$$

► **ON-04)** juny'13 [S3 — A5]: ENUNCIAT

Les sis cordes d'una guitarra vibren entre dos punts fixos (el pont i la celleta). Per a certes freqüències de vibració de la corda es generen ones estacionàries entre tots dos extrems. Si la guitarra està afinada, la vibració de la primera corda en el mode fonamental correspon a la nota mi, de 330 Hz.

- a) Determineu la longitud d'ona del mode fonamental, si la longitud de la corda són 65,0 cm, i calculeu també la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, generen l'ona estacionària.
- b) Si un espectador situat a 3,0 m de distància de la guitarra percep una sensació sonora de 30 dB, quina sensació sonora percebrà si sonen tres guitarres idèntiques tocant la mateixa nota?

DADA: Intensitat llindar, $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

resolució **ON-04**:

juny'13 [S3 — A5]

- a) El mode fonamental (1^{er} harmònic) correspon a aquell on la longitud d'ona és el doble de la longitud de la corda:

$$\lambda_0 = 2L = 1,30\text{m} \quad \boxed{0.5}$$

La velocitat de propagació és:

$$v = \lambda_0 \nu_0 = 1,3 \cdot 330 = 429 \text{ m/s} \quad \boxed{0.5}$$

- b) Per $d = 3 \text{ m}$ tenim $\beta = 30 \text{ dB}$, si I_1 és la intensitat sonora de una guitarra \Rightarrow

$$\beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 30 \text{ dB} \quad \boxed{0.2}$$

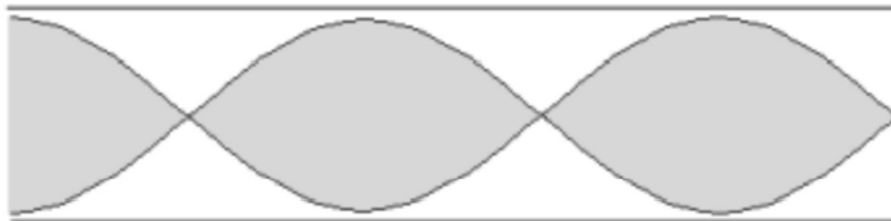
Per tres guitarres: $I_3 = 3 I_1$ $\boxed{0.2}$ i la sensació sonora serà:

$$\beta_3 = 10 \log\left(\frac{I_3}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{3 I_1}{I_0}\right) = 10 \left[\log 3 + \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \right] \Rightarrow$$

$$\beta_3 = 10 \log(3) + 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \log(3) + 30 = 35 \text{ dB} \quad \boxed{0.6}$$

► **ON-05)** set'13 [S1 — B4]: ENUNCIAT

El clarinet és un instrument de fusta en forma de tub en el qual es generen ones estacionàries. L'instrument es pot assimilar a un tub ple d'aire obert per un extrem i tancat per l'altre. La figura mostra el mode tercer harmònic, on l'aire vibra amb una freqüència de 637 Hz.



- a) Quina és la llargària del clarinet?
 b) Si la nota es toca amb una intensitat d' $1,00 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$ i produeix una intensitat sonora determinada a dos metres de distància, en quants decibels augmenta el nivell de sensació sonora a la mateixa distància si la intensitat es duplica?

DADA: $v_{so} = 340 \text{ m s}^{-1}$

resolució **ON-05**:

set'13 [S1 — B4]

- a) De l'esquema veiem que la llargada del clarinet (L) és:

$$L = \lambda_3 + \frac{\lambda_3}{4} = \frac{5\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4L}{5} \quad \boxed{0.4}$$

Per altre banda:

$$v_{so} = \lambda_3 \nu_3 = \boxed{0.2} \frac{4L}{5} \nu_3$$

Per tan:

$$L = \frac{5v_{so}}{4\nu_3} = \frac{5 \cdot 340}{4 \cdot 637} = 6,67 \cdot 10^{-1} \text{ m} \quad \boxed{0.4}$$

- b) Si la intensitat del so augmenta el doble: $I_1 \rightarrow 2 I_1$ Nivell de sensació sonor inicial:

$$\beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \text{ dB} \quad \boxed{0.4}$$

Nou nivell de sensació sonor, al augmentar la intensitat en un factor 2:

$$\beta_2 = 10 \log \left(\frac{2I_1}{I_0} \right) = 10 \log 2 + 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log 2 + \beta_1 \quad \boxed{0.4}$$

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2 = 3,01 \text{ dB}$$

Per tan el nivell de sensació sonor augmenta en 3,01 dB $\boxed{0.2}$

► **ON-06)** juny'12 [S3 — B4]: ENUNCIAT

Una ona transversal avança per una corda. L'emissor que la produeix vibra amb una freqüència de 25,0 Hz. Considereu que l'ona avança en el sentit positiu de l'eix x . El centre emissor està situat a l'origen de coordenades, i l'elongació en l'instant inicial és nul·la. Sabem que la distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és 24,0 cm i que l'amplitud de l'ona és 3,00 cm. Calculeu:

- a) La velocitat de l'ona, la freqüència angular (pulsació), el nombre d'ona i l'equació de l'ona.
b) La velocitat d'oscil·lació i l'acceleració d'un punt situat en $x = 6,00$ m en l'instant $t = 3,00$ s.

resolució **ON-06**:

juny'12 [S3 — B4]

a) $\nu = 25$ Hz, $\lambda = 0,24$ m, [0.1] $v = \lambda \nu = 6,00$ m/s [0.2] $\omega = 2\pi\nu = 157$ rad/s [0.1]

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 26,2\text{m}^{-1} \text{ [0.2]}$$

Solució general (pot ser amb sinus o cosinus, però el signe de kx ha de ser negatiu):

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \phi) \text{ [0.1]}$$

Condicions inicials: $y(0, 0) = 0 \Rightarrow \phi = 0$, [0.1] per tant:

$$y(x, t) = 0.03 \sin \left[50\pi \left(t - \frac{x}{6} \right) \right] \text{ } y \text{ en m, } t \text{ en s i } x \text{ en m, [0.2]}$$

També és vàlida la solució:

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi), \text{ amb } \phi = \pm \frac{\pi}{2}$$

b)

$$v(x, t) = \frac{dy}{dt} = 1.5\pi \cos \left[50\pi \left(t - \frac{x}{6} \right) \right], \text{ [0.3]}$$

$$v(x = 6, t = 3) = 1.5\pi \cos(100\pi) = 1.5\pi = 4,71 \text{ m/s [0.2]}$$

$$a(x, t) = \frac{dv}{dt} = -75\pi^2 \sin \left[50\pi \left(t - \frac{x}{6} \right) \right], \text{ [0.3]}$$

$$a(x = 6, t = 3) = -75\pi^2 \sin(100\pi) = 0,00 \text{ [0.2]}$$

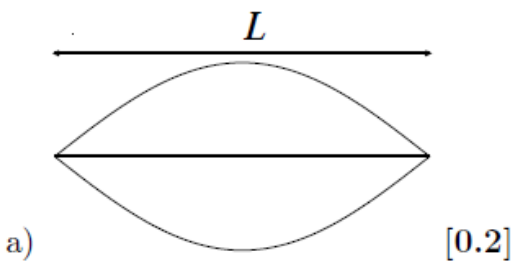
► **ON-07)** set'12 [S4 — A5]: ENUNCIAT

Les cordes d'una guitarra tenen una longitud de 78,0 cm. Sabem que una de les cordes, quan vibra en el seu harmònic fonamental, emet un la, que correspon a una freqüència de 220 Hz.

- a) Dibuixeu el perfil de l'ona quan la corda vibra en l'harmònic fonamental. Quina serà la longitud d'ona del so produït? Quina és la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han format l'ona estacionària de la corda?
- b) Dibuixeu la corda quan vibra i emet un so corresponent al tercer harmònic. Indiqueu, en aquest cas, els nodes i els ventres de l'ona i calculeu-ne les posicions.

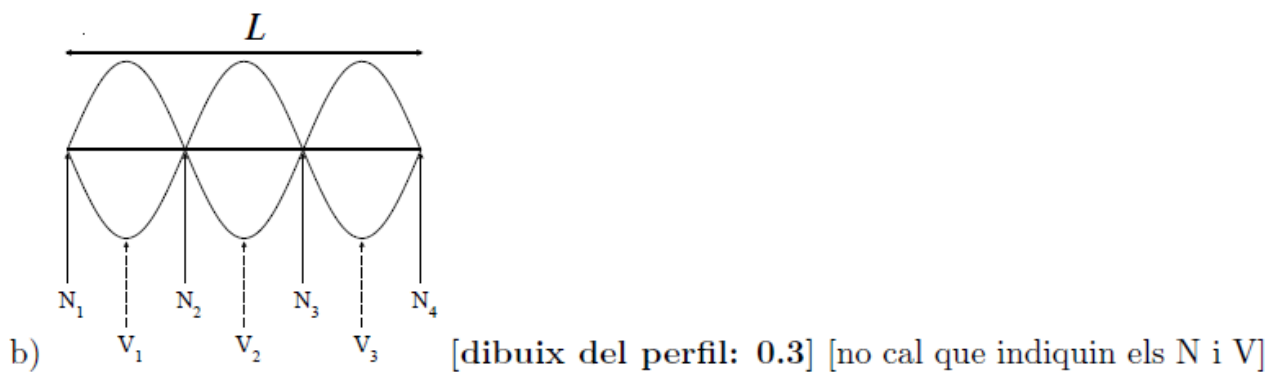
resolució **ON-07**:

set'12 [S4 — A5]



$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L = 156 \text{ cm} \quad [0.4]$$

$$v = \lambda_1 \nu_1 = 1.56 \cdot 220 = 343 \text{ m/s} \quad [0.4]$$



$$L = 3 \frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} = 52.0 \text{ cm}$$

Posicions dels N i els V des de l'extrem esquerra de la corda:

$$x(N_1) = 0.00; x(N_2) = 26.0 \text{ cm}; x(N_3) = 52.0 \text{ cm}; x(N_4) = 78.0 \text{ cm} \quad [0.4]$$

$$x(V_1) = 13.0 \text{ cm}; x(V_2) = 39.0 \text{ cm}; x(V_3) = 65.0 \text{ cm} \quad [0.3]$$

[si indiquen on estan els N i V i no calculen les posicions, resteu 0.3]

► **ON-08)** set'12 [S4 — B4]: ENUNCIAT

La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de 1,00 mm i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del so és 340 m s^{-1} .

- a) Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.
b) Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistrades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran / més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:
— L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.
— El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret.

resolució **ON-08**:

set'12 [S4 — B4]

a)

$$v = \lambda \nu \Rightarrow \lambda = \frac{340 \text{ m/s}}{300 \text{ s}^{-1}} = 1,13 \text{ m [0.4]}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 1,88 \times 10^3 \text{ rad/s [0.3]}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 3,33 \times 10^{-3} \text{ s [0.3]}$$

- b) b1. La freqüència enregistrada per l'observador serà major i la longitud d'ona menor. Una justificació suficient pot ser citar l'efecte Doppler o representar els fronts d'ona.
b2. Ni la freqüència ni la longitud d'ona canviaran. Justificació suficient: indicar que no hi ha hagut canvi de medi, o representar els fronts d'ona o indicar que a la reflexió únicament canvia la direcció de propagació.
Cada apartat acertat[0.5]

► **ON-09)** juny'11 [S1 — A3]: ENUNCIAT

En l'últim campionat mundial de futbol, la *vuvuzela*, un instrument musical d'animitació molt sorollós, atesa la forma cònica i acampanada que té, va despertar una gran controvèrsia per les molèsties que causava. Aquest instrument produeix el so a una freqüència de 235 Hz i crea uns harmònics, és a dir, sons múltiples de la freqüència fonamental (235 Hz), d'entre 470 Hz i 1 645 Hz de freqüència. La *vuvuzela* és molt irritant, perquè els harmònics amb freqüències més altes són els més sensibles per a l'oïda humana.

NOTA: Considereu que el tub sonor és obert pels dos cantons.

- a) Amb les dades anteriors, calculeu la longitud aproximada d'una *vuvuzela*.
b) Un espectador es troba a 1 m d'una *vuvuzela* i percep 116 dB. Molest pel soroll, s'allunya fins a una distància de 50 m. Quants decibels percep, aleshores?

DADES: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

resolució **ON-09**:

juny'11 [S1 — A3]

- a) El primer hàrmonic correspon a la freqüència fonamental: $\nu = 235\text{Hz}$. Per aquest estat vibracional la longitud total és igual a la meitat de la longitud d'ona: $L = \frac{\lambda}{2}$ [0.5].

Per altre banda:

$$\nu = \frac{v_{so}}{\lambda} \Rightarrow L = \frac{v_{so}}{2\nu} = \frac{340\text{m/s}}{2 \times 235\text{Hz}} = 0,72\text{m} \text{ [0.5]}$$

- b) El nivell d'intensitat β mesurat en decibels (dB) es defineix com:

$$\beta(I) = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ (dB)}, I_0 : \text{lindar de referència}, I_0 = 10^{-12}\text{W/m}^2 \text{ [0.2]}$$

$$116 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 11,6 = \log(I) - \log(10^{-12}) = \log(I) + 12$$

$$\log(I) = 11,6 - 12 = -0,4 \Rightarrow I = 10^{-0,4} \sim 0,4\text{W/m}^2 \text{ [0.2]}$$

L'intensitat del so és inversament proporcional al quadrat de la distancia: [0.2]

$$I' d'^2 = I d^2 \Rightarrow I' = \frac{I d^2}{d'^2} = \frac{0,4}{50^2} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2 \text{ [0.2]}$$

El nombre de dB percebuts llavors serà:

$$\beta = 10 \log \left(\frac{1,6 \times 10^{-4}}{10^{-12}} \right) = 82 \text{ dB [0.2]}$$

► **ON-10)** juny'11 [S4 — A4]: ENUNCIAT

Els grills perceben sons de freqüència d'entre 20 Hz i 100 kHz i els saltamartins perceben sons d'entre 15 Hz i 35 kHz de freqüència. Les balenes blanques emeten sons de 20 Hz. Si el so de la balena arriba a la superfície amb un angle de 60° respecte de la normal, calculeu:

- a) L'angle amb què sortirà el so de la balena a l'aire. Podran sentir aquest so els grills i els saltamartins que són arran de la costa? I dalt d'un penya-segat?
b) La longitud d'ona, dins i fora de l'aigua, del so produït per la balena.

DADES: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$; $v_{\text{so a l'aigua}} = 1500 \text{ m/s}$.

resolució **ON-10**:

juny'11 [S4 — A4]

a) Llei de la refracció:

$$\frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad [0,4]$$

Prenem l'aigua com a medi 1 i l'aire com a medi 2 $\Rightarrow \phi_1 = 60^\circ; v_1 = 1500 \text{ m/s}; v_2 = 340 \text{ m/s}$
 Anem a trobar amb quin angle sortirà el so de l'aigua:

$$\phi_2 = \arcsin\left(\frac{v_2 \sin \phi_1}{v_1}\right) = 11,32^\circ \quad [0,4]$$

Per tant els grills i les llagostes podran sentir el so de les balenes, sempre que siguin molt properes a la costa i dalt d'un penya-segat, ja que el so surt amb un angle molt petit respecte la vertical i per tant amb una trajectòria molt vertical. [0.2]

b) La freqüència no varia al passar d'un medi a un altre. [0.25] La velocitat d'una ona ve donada per l'expressió: $v = \lambda \nu$ [0.25]

Dins de l'aigua:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1500}{20} = 75 \text{ m} \quad [0,25]$$

A l'aire:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{20} = 17 \text{ m}$$

que correpon a la longitud d'ona a la que rebran el so. [0.25]

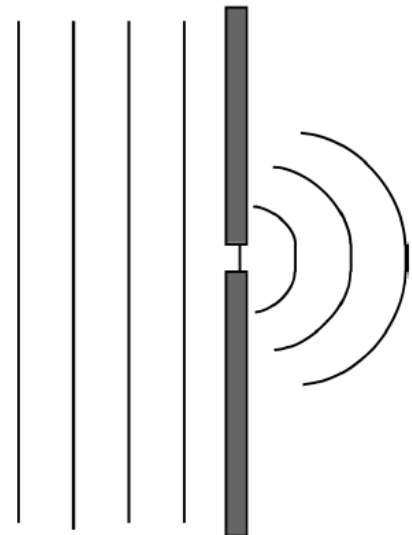
► **ON-11)** juny'11 [S4 — B5]: ENUNCIAT

En la figura es mostren els fronts d'ona d'un so que travessa un obstacle.

a) Anomeneu el fenomen que s'indica. Quines condicions ha de tenir l'obstacle perquè es produeixi aquest fenomen d'una manera perceptible? Expliqueu breument alguna situació en què aparegui aquest fenomen.

b) Dibuixeu els fronts d'ona, d'una manera semblant a la figura, en el cas d'una ona sonora plana que es refracta en passar d'un medi en què la velocitat del so és 340 m/s a un altre en què la velocitat del so és 500 m/s, amb un angle d'incidència de 20° , i en el del so d'un clàxon d'un cotxe que es produeix mentre l'automòbil es desplaça ràpidament cap a un observador.

Expliqueu raonadament, en tots dos casos, si la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència augmenten, es mantenen igual o disminueixen.



resolució **ON-11**:

juny'11 [S4 — B5]

- a) Es tracta de la difracció [0.25]. Per a que sigui perceptible cal que la mida de l'orifici sigui comparable o menor a la longitud d'ona [0.25].

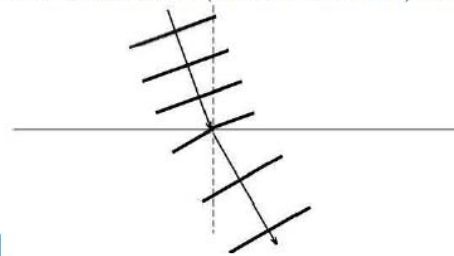
Exemples:

Un soroll que sentim al darrera d'una porta encara que no veiem a la persona que el fa.

La llum que passa per una petita esletxa ens pot arribar a iluminar lleugerament tota una habitació [0.5]

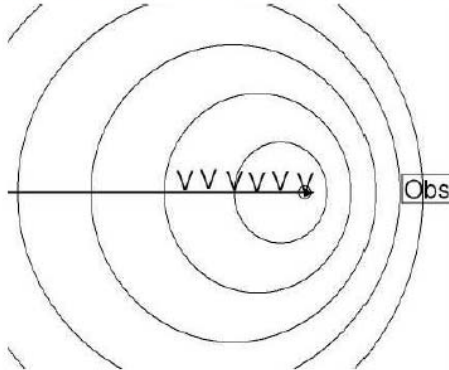
b)

- 1 Per a que estigui considerat correcte cal que el fronts d'ona estiguin més separats en el segon medi que en el primer, [0.2] que l'angle d'incidència sigui menor que el de refracció [0.2] i que ambdós siguin mesurats a partir de la normal. [0.1] Canvia la velocitat de propagació (ho diu l'enunciat) i augmenta



la longitud d'ona, però no canvia la freqüència. [0.1]

- 2 Cal que els fronts d'ona no siguin concèntrics i que la distància entre fronts sigui clarament menor pel costat de l'observador, que ha d'estar indicat d'alguna manera, que pel costat contrari. [0.4]



► **ON-12)** set'11 [S2 — A3]: ENUNCIAT

La corda d'una guitarra mesura 0,65 m de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 440 Hz.

- a) Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona de l'harmònic fonamental i digueu en quins llocs de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.
- b) Dibuixeu el perfil de l'ona estacionària del segon i del quart harmònic i calculeu-ne la freqüència.

resolució **ON-12**:

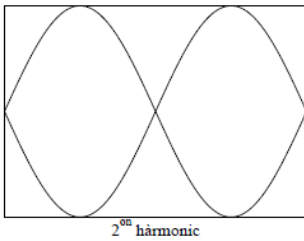
set'11 [S2 — A3]

- a) Una corda de guitarra té 2 nodes en cadascun dels seus extrems, en l'hàrmonic fonamental tindrà un ventre en el punt del mig de la corda. [0.25] La λ serà $2L \Rightarrow \lambda = 1,3m$ [0.25]

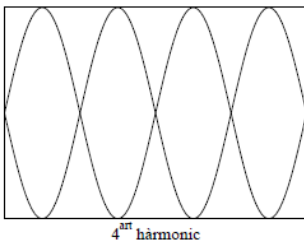
$$\lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow v = 1,3 \times 440 = 572m/s [0,5]$$

b)

$$\lambda_2 = L = 0,65m; \nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{572}{0,65} = 880Hz [0,5]$$



$$\lambda_4 = \frac{L}{2} = 0,325m; \nu_4 = \frac{v}{\lambda_4} = \frac{572}{0,325} = 1760Hz [0,5]$$



► **ON-13)** juny'10 [S1 — P2]: ENUNCIAT

Una ona harmònica transversal es propaga per una corda a una velocitat de 6,00 m/s. L'amplitud de l'ona és 20 mm i la distància mínima entre dos punts que estan en fase és 0,40 m. Considereu la direcció de la corda com l'eix x i que l'ona es propaga en el sentit positiu d'aquest eix.

- a) Calculeu la longitud d'ona, el nombre d'ona, la freqüència, el període i la freqüència angular (pulsació).
- b) Escriviu l'equació de l'ona sabent que, en l'instant inicial, l'elongació d'un punt situat a l'origen de coordenades és màxima. Calculeu l'expressió de la velocitat amb què vibra un punt de la corda situat a una distància de 10 m respecte de l'origen de la vibració. Quina és la velocitat màxima d'aquest punt?

resolució **ON-13**:

juny'10 [S1 — P2]

a) $\lambda = 0,40 \text{ m}$ [0,2]; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,40} = 5\pi = 15,7 \text{ m}^{-1}$ [0,2];

$v = \lambda f$; $f = v/\lambda = 6,00/0,40 = 15 \text{ s}^{-1}$ [0,2]; $T = \frac{1}{f} = 0,067 \text{ s}$ [0,2]

$\omega = 2\pi f = 30\pi \text{ rad/s} = 94 \text{ rad/s}$ [0,2]

b) $y = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$

condicions inicials: $y(0,0) = A \Rightarrow y(0,0) = A = A \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ [0,2];

$y = 2,0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(30\pi t - 5,0\pi x)$ (en m, si t en s) [0,3]

[si no posen les unitats] [0,2]

$v = \frac{dy}{dt} = -A\omega \sin(\omega t - kx + \varphi)$ [0,1]

$v(x = 10 \text{ m}) = -0,60\pi \cdot \sin(30\pi t - 50\pi)$ (en m/s, si t en s) [0,2]

[si no posen les unitats] [0,1]

$v_{\max} = A\omega = 2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 30\pi = 0,6\pi = 1,9 \text{ m/s}$ [0,2]

[resolució alternativa: també s'admet si posen $y = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$; valoreu-la anàlogament]

► **ON-14)** juny'10 [S4 — A3]: ENUNCIAT

Observem que dues boies de senyalització en una zona de bany d'una platja, separades una distància de 2 m, oscil·len de la mateixa manera amb l'onatge de l'aigua del mar. Veiem que la mínima distància en què té lloc aquest fet és, justament, la separació entre les dues boies. Comptem que oscil·len trenta vegades en un minut i observem que pugen fins a una alçada de 20 cm.

- a) Determineu la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de les ones del mar.
b) Escriviu l'equació que descriu el moviment de les boies en funció del temps, si comencem a comptar el temps quan les boies són en la posició més alta. Escriviu l'equació de la velocitat de les boies en funció del temps.

resolució **ON-14** :

juny'10 [S4 — A3]

$$a) T = \frac{1 \text{ minut}}{30 \text{ oscil·lacions}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ s} \quad [0,3]$$

$$f = \frac{1}{T} = 0,5 \text{ Hz} \quad [0,2]$$

$$\lambda = 2 \text{ m} \quad [0,2]$$

$$v = \lambda f = 1 \text{ m/s} \quad [0,3]$$

$$b) y = A \sin(\omega t + \varphi) \quad [0,1]$$

$$\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s} \quad [0,1]$$

$$\text{condicions inicials: } t=0; y=A: \quad A = A \sin(0 + \varphi) \quad \Rightarrow \quad \sin \varphi = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad [0,2]$$

$$y = 0,20 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{en m, si } t \text{ en s}) \quad [0,3]$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,20 \cdot \pi \cdot \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \left(\text{en } \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ si } t \text{ en s}\right) \quad [0,3]$$

[si no posen les unitats en la y i la v , descompteu 0,1 en cada càlcul]

[També s'admet la resolució amb $y = A \cos(\omega t + \varphi)$, valoreu-la anàlogament]

► **ON-15)** juny'10 [S4 — B3]: ENUNCIAT

Cadascun dels extrems d'un diapasó presenta un moviment vibratori harmònic amb una freqüència de 1 000 Hz i una amplitud d'1 mm. Aquest moviment genera en l'aire una ona harmònica de so de la mateixa freqüència. El moviment dels dos extrems està en fase.

a) Calculeu, per a un dels extrems del diapasó, l'elongació i la velocitat del seu moviment vibratori quan faci $3,3 \cdot 10^{-4}$ s que ha començat a vibrar, comptat a partir de la posició que correspon a la màxima amplitud.

b) Raoneu si, en l'aire, es produiria el fenomen d'interferència a partir de les ones de so que es generen en els dos extrems del diapasó. Si s'esdevé aquest fenomen, indiqueu en quins punts es produiran els màxims d'interferència.

DADA: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$.

resolució **ON-15** :

juny'10 [S4 — B3]

a) $y = A \sin(\omega t + \varphi)$

condicions inicials: $t=0; y=A$: $A = A \sin(0t + \varphi) \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \pi/2 \text{ rad}$ **[0,3]**

$\omega = 2\pi f = 2.000\pi \text{ rad/s}$ **[0,1]**

$y = A \sin(\omega t + \varphi) = A \cos(\omega t) = 10^{-3} \cdot \cos(2.000\pi t)$ (en m, si t en s) **[0,2]**

$v = \frac{dy}{dt} = -10^{-3} \cdot 2.000\pi \cdot \sin(2.000\pi t) = -2\pi \cdot \sin(2.000\pi t)$ (en m/s, si t en s) **[0,2]**

a) $t_0 = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

$y(t_0) = 10^{-3} \cdot \cos(2.000\pi \cdot 3,3 \cdot 10^{-4}) = -4,82 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ **[0,1]**

$v(t_0) = -2\pi \cdot \sin(2.000\pi \cdot 3,3 \cdot 10^{-4}) = -5,51 \text{ m/s}$ **[0,1]**

b) Sí es produiran interferències, ja que les dues ones tenen la mateixa amplitud, la mateixa freqüència i estan en fase. **[0,5]** [si només diuen que es produirà interferència 0,3]

Els màxims d'interferència es produiran en els punts on la diferència de camins sigui múltiple de la longitud d'ona. **[0,2]** És a dir $r_2 - r_1 = n\lambda$ on $n = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$

$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = v/f = 0,340 \text{ m}$ **[0,1]**

Posicions dels màxims d'interferència: $r_2 - r_1 = 0,340 \cdot n$ on $n = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ **[0,2]**

[També és vàlida la solució: $y = A \cos(\omega t + \varphi)$, amb $\varphi = 0 \text{ rad}$. Valoreu-la de forma equivalent]

► **ON-16)** juny'10 [S5 — A4]: ENUNCIAT

L'amplitud màxima del camp elèctric de les ones de ràdio, d'una freqüència de 100 MHz, que rep un receptor de ràdio té un valor de 0,070 N/C.

a) Calculeu el valor de l'amplitud màxima del camp magnètic que rep el receptor de ràdio i la longitud d'ona d'aquestes ones de ràdio. Feu un dibuix en què es vegi l'orientació relativa dels dos camps entre si i respecte de la direcció de propagació de l'ona electromagnètica.

b) Escriviu l'equació del camp elèctric i la del camp magnètic que rep el receptor de ràdio.

DADA: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

resolució **ON-16**:

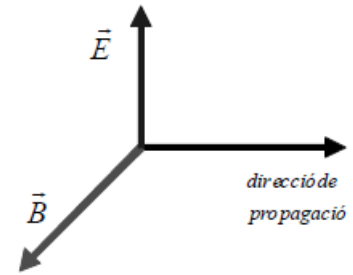
juny'10 [S5 — A4]

a) $E = cB \Rightarrow B = \frac{E}{c} = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ T}$ [0,3]

$c = \lambda \nu \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = 3,0 \text{ m}$ [0,3]

[dibuix dels camps:

- han de dibuixar $\vec{B} \perp \vec{E}$ [0,2],
- han de dibuixar la direcció de propagació perpendicular a \vec{B}, \vec{E}] [0,2]



b) $E = E_0 \sin(kx - \omega t)$ [0,2]

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3} \text{ m}^{-1}$ [0,2]; $\omega = 2\pi\nu = 200 \cdot 10^6 \pi \text{ rad/s}$ [0,2]

$E = 0,07 \sin\left(\frac{2\pi}{3}x - 2\pi \cdot 10^8 t\right)$ (en $\frac{\text{N}}{\text{C}}$, si x en m i t en s) [0,1]

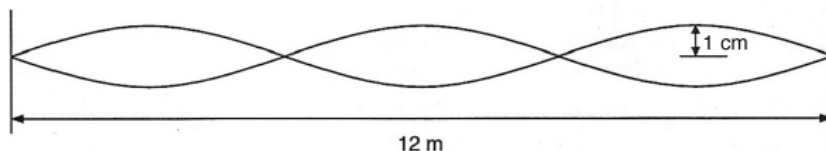
$B = B_0 \sin(kx - \omega t)$ [0,2]

$B = 2,3 \cdot 10^{-10} \sin\left(\frac{2\pi}{3}x - 2\pi \cdot 10^8 t\right)$ (en T, si x en m i t en s) [0,1]

► **ON-17)** juny'10 [S5 — B3]: ENUNCIAT

El dibuix següent representa una ona estacionària que s'ha generat en una corda tensa quan una ona harmònica que es propagava cap a la dreta s'ha superposat amb la que s'ha reflectit en un extrem.

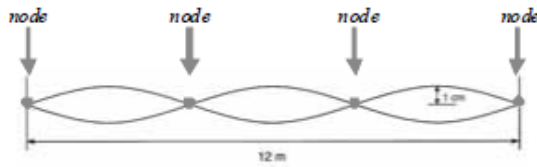
- a) Indiqueu-ne els nodes. Determineu la distància entre nodes i la longitud d'ona estacionària. Quina és l'amplitud de les ones que, en superposar-se, han originat l'ona estacionària?
- b) Sabent que cada punt de la corda vibra a raó de trenta vegades per segon, escriviu l'equació de l'ona inicial (si suposem que $y(0, 0) = 0$) i calculeu-ne la velocitat de propagació.



resolució **ON-17**:

juny'10 [S5 — B3]

a)



[per cada node] [0,1]

Hi ha quatre nodes: distància ente nodes = $12/3 = 4\text{ m}$ [0,2]

$$\lambda = 2 d_{\text{nodes}} = 8\text{ m} \quad [0,2]$$

$$A_{\text{individual}} = 1/2 = 0,5\text{ cm} \quad [0,2]$$

b) $y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4}\text{ m}^{-1}; \quad [0,2] \quad \omega = 2\pi f = 60\pi\text{ rad/s} \quad [0,2]; \quad A = 0,5\text{ cm}$$

$$y(0,0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0 \quad [0,1]$$

Substituint: $y(x,t) = 0,5 \cdot \sin\left(60\pi t - \frac{\pi}{4}x\right)$ (en cm, si t en s i x en m) [0,2]

$$v = \lambda f = 240\text{ m/s} \quad [0,3]$$

► **ON-18)** set'10 [S2 — A4]: ENUNCIAT

Alguns instruments musicals, com la flauta, estan formats per un tub en què es produeixen ones estacionàries. Podem imaginar-nos la flauta com un tub ple d'aire, obert pels dos extrems, en què es formen ones estacionàries amb ventres en els dos extrems. Si la llargària del tub és 70,0 cm:

a) Dibuixeu el perfil de l'ona corresponent a l'harmònic fonamental produït a l'interior del tub de la flauta. Determineu la freqüència de l'harmònic fonamental i la dels dos primers sobretons (segon i tercer harmònics) que es produiran en aquest tub.

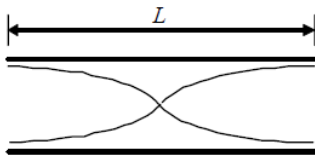
b) Quan fem sonar la flauta, produïm una sensació sonora de 65 dB en un observador situat a 2,0 m. Quina sensació sonora percebrà el mateix observador si en comptes d'una flauta sonen tres flautes idèntiques alhora?

DADA: $v_{\text{so}} = 340\text{ m/s}$.

resolució **ON-18**:

set'10 [S2 — A4]

a)



harmònic fonamental: $\lambda_1 = 2L$ [0,2]

$$v = \lambda f; f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} = 243 \text{ Hz} \quad [0,2]$$

segon harmònic $\lambda_2 = L; f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 486 \text{ Hz} \quad [0,2]$

tercer harmònic $\lambda_3 = \frac{2L}{3}; f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 729 \text{ Hz} \quad [0,2]$

b)

una flauta: $\beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 65 \text{ dB} \quad [0,2]$

tres flautes: $\beta_3 = 10 \cdot \log \frac{3I}{I_0} \quad [0,3]$

$$\beta_3 = 10 \cdot \log \frac{3I}{I_0} = 10 \left(\log 3 + \log \frac{I}{I_0} \right) = 10 \cdot \log 3 + \beta_1 = 69,8 \text{ dB} \quad [0,5]$$

► **ON-19)** curs 2009/10 [Extra — P2]: ENUNCIAT

L'equació d'una ona harmònica transversal que es propaga en una corda tensa de gran longitud és $y(x, t) = 0,03 \cdot \sin(2\pi t - \pi x)$, on x i y s'expressen en metres i t , en segons. Calculeu:

a) La velocitat de propagació de l'ona, el període i la longitud d'ona.

b) L'expressió de la velocitat d'oscil·lació de les partícules de la corda i la velocitat màxima d'oscil·lació.

resolució **ON-19**:

curs 2009/10 [Extra — P2]

a)

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ m/s} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ s} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ m}$$

b)

$$v(x, t) = \frac{dy}{dt} = \frac{d(0,03 \sin(2\pi t - \pi x))}{dt} = 0,06\pi \cos(2\pi t - \pi x) \quad [\text{unitats: S.I.}]$$

$$v_{\text{màx}} = A \cdot \omega = 0,03 \cdot 2\pi = 0,19 \text{ m/s} \quad (\text{en valor absolut}).$$

Nota: aquest valor per a la velocitat màxima d'oscil·lació coincideix amb el prefactor del cosinus en l'expressió trobada per a la velocitat d'oscil·lació, com hom esperaria (atès que el valor absolut màxim del cosinus és la unitat).