

# Problemes & Resolucions: **PAU-LOE**

## de **FÍSICA NUCLEAR**

(Física, 2010 — 2014; «**NUC**»)

- **Instruccions generals de tots els anys:** L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents. Cada problema val 2 punts.
- **CONTINGUTS:** La pàgina referida per a cada problema en la taula següent indica on pot trobar-se el corresponent enunciat al Dossier de l'Acadèmia. El contingut temàtic de cada problema s'especifica a la columna de "Comentaris".

NUC-01	3	2014	B	3	3	Llei exp; Eq reac (anti-neutrí); def massa
NUC-02	4	2013	A	4	11	Eq reac; Llei exp
NUC-03	4	2013	B	4	12	Eq reac; Llei exp
NUC-04	3	2013	B	3	16	Eq reac; Llei exp
NUC-05	1	2013	B	3	19	Llei exp; Eq reac
NUC-06	3	2012	-	2	22	Llei exp (amb gràfic); Eq reac
NUC-07	1	2012	A	3	26	Eq reac; $E$ alliberada
NUC-08	1	2012	B	4	28	Llei exp; $\lambda$ Broglie
NUC-09	4	2012	-	2	29	Llei exp; Eq reac
NUC-10	1	2011	B	3	38	Eq reac; llei exp (fer gràfic)
NUC-11	4	2011	A	5	44	Eq reac (amb $\lambda$ Broglie); Llei exp
NUC-12	4	2011	B	4	45	Llei exp: massa, activitat
NUC-13	2	2011	A	5	51	Eq reac; Llei exp; $E$ alliberada
NUC-14	1	2010	B	3	61	Eq reac; Llei exp (amb qüestions concept.)
NUC-15	4	2010	-	2	66	Llei exp (a partir de gràfic)
NUC-16	5	2010	-	2	74	Llei exp (a partir de gràfic); $E$ alliberada
NUC-17	Extra	2010	B	3		Eq reac; Llei exp

► **NUC-01)** juny'14 [S3 — B3]: ENUNCIAT

En un jaciment arqueològic es troben unes restes òssies antigues d'animals. Un gram d'aquestes restes conté  $9,5 \times 10^8$  àtoms de carboni 14. L'anàlisi d'una mostra actual, de la mateixa massa i de característiques similars, revela que, en el moment de la mort dels animals, els ossos tenien  $6,9 \times 10^9$  àtoms de C-14/gram.

- a) Determineu l'antiguitat de les restes si sabem que el període de semidesintegració del C-14 és de 5760 anys.  
 b) Escriviu l'equació nuclear de la desintegració (amb emissió de  $\beta^-$ ) del C-14 i incloeu-hi els antineutrins. Calculeu el defecte de massa per nucleó de C-14.

DADES:  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$   
 Nombres atòmics: Be, 4; B, 5; C, 6; N, 7; O, 8; F, 9

Masses:

Partícula	Massa (kg)	Partícula	Massa (kg)
protó	$1,6726 \times 10^{-27}$	electró	$9,1093 \times 10^{-31}$
neutró	$1,6749 \times 10^{-27}$	àtom de C-14	$2,3253 \times 10^{-26}$

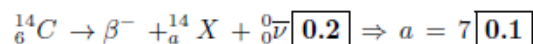
resolució **NUC-01**:

juny'14 [S3 — B3]

a)

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} = \boxed{0.4} \Rightarrow t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N(t)}{N_0} \boxed{0.4} = -\frac{5760}{\ln 2} \ln \frac{9,5 \cdot 10^8}{6,9 \cdot 10^9} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ anys} \boxed{0.2}$$

b)



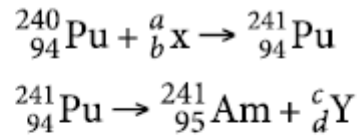
Per tant  ${}^{14}_a\text{X} = {}^{14}_7\text{N} \boxed{0.1}$  Si es deixen l'antineutrí i/o el col·loquen malament, descomptarem 0.1 punts.

$$|\Delta m| = |m({}^{14}_6\text{C}) - 8m({}^1_0n) - 6m({}^1_1p) - 6m(e^-)| \boxed{0.2} = 1.873 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \boxed{0.1} \Rightarrow$$

$$\text{Defecte de massa del } {}^{14}_6\text{C} = \frac{|\Delta m|}{14} = 1.338 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \boxed{0.3}$$

► **NUC-02)** juny'13 [S4 — A4]: ENUNCIAT

L'americ (Am) és l'element de nombre atòmic 95. Els primers àtoms d'americ 241 van ser produïts el 1944 per Glenn Theodore Seaborg i els seus col·laboradors fent servir un seguit de reaccions nuclears a partir del plutoni (Pu). A continuació, es mostren, incompletes, les dues últimes etapes del procés:



- a) Determineu els valors dels coeficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ . Quin nom té la partícula que el Pu-240 ha capturat en la primera reacció? Com s'anomena la desintegració descrita en la segona reacció?
- b) Calculeu el percentatge de nuclis de Am-241 que s'han desintegrat des del 1944 fins ara.

resolució **NUC-02**:

juny'13 [S4 — A4]

a)

$${}_{94}^{240}\text{Pu} + {}_b^a\text{X} \rightarrow {}_{94}^{241}\text{Pu} \Rightarrow \begin{cases} 240 + a = 241 \Rightarrow a = 1 & \boxed{0.1} \\ 94 + b = 94 \Rightarrow b = 0 & \boxed{0.1} \end{cases}$$

$${}_{94}^{241}\text{Pu} \rightarrow {}_{95}^{241}\text{Am} + {}_d^c\text{Y} \Rightarrow \begin{cases} 241 = c + 241 \Rightarrow c = 0 & \boxed{0.1} \\ 94 = d + 95 \Rightarrow d = -1 & \boxed{0.1} \end{cases}$$

El  ${}^{240}\text{Pu}$  ha capturat un neutró **0.3**

El  ${}^{241}\text{Pu}$  ha emes una partícula  $\beta$  ó electró. La desintegració s'anomena emissió beta **0.3**

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} = N_0 (e^{-\ln 2})^{\frac{t}{t_{1/2}}} = N_0 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.5}$$

% de nuclis que s'hauran desintegrat després de (2013-1944) = 69 anys:

$$100 \cdot \frac{N_0 - N(t=69)}{N_0} = 100 \cdot \frac{N_0 (1 - 2^{-\frac{69}{43.2}})}{N_0} = 10,5\% \quad \boxed{0.5}$$

► **NUC-03)** juny'13 [S4 — B4]: ENUNCIAT

La radioactivitat és un mitjà fiable per a calcular l'edat de les roques i minerals que contenen isòtops radioactius concrets. Aquest sistema de datació radiomètrica ens permet mesurar el temps geològic.

Un d'aquests mètodes es basa en la desintegració de l'isòtop  ${}_{19}^{40}\text{K}$  (potassi) en  ${}_{18}^{40}\text{Ar}$  (argó). El rellotge potassi-argó comença a funcionar quan els minerals que contenen potassi cristallitzen a partir d'un magma o dins una roca. En aquest moment, els nous minerals contenen  ${}_{19}^{40}\text{K}$  i no contenen  ${}_{18}^{40}\text{Ar}$ . A mesura que passa el temps, el  ${}_{19}^{40}\text{K}$  es desintegra i tots els àtoms de  ${}_{18}^{40}\text{Ar}$  que trobem en el mineral en un temps posterior a la formació provenen de la descomposició del  ${}_{19}^{40}\text{K}$ .

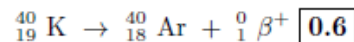
- a) Escriviu la reacció nuclear de l'emissió de partícules  $\beta$  de l'isòtop  ${}^{40}_{19}\text{K}$ .
- b) En una roca s'han trobat 10,0 g de  ${}^{40}_{19}\text{K}$  i 10,0 g de  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ . Quina quantitat de  ${}^{40}_{19}\text{K}$  hi haurà quan hauran transcorregut  $5,00 \times 10^9$  anys? Fent servir la datació radiomètrica basada en el potassi-argó, digueu quina edat té la roca. Considereu que el  ${}^{40}_{19}\text{K}$  es desintegra només en  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ .

DADA: Període de semidesintegració del  ${}^{40}_{19}\text{K}$ ,  $t_{1/2} = 1,25 \times 10^9$  anys

resolució **NUC-03**:

juny'13 [S4 — B4]

- a) La reacció que ens demanen és:



Com podem comprovar la partícula emergent és un positró **0.4** (no és precís que comentin res respecte la possible producció de neutrins)

- b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \rightarrow m(t) = m_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2}$$

$$m(t = 5 \cdot 10^9) = 10 \text{ g } e^{-\frac{5 \cdot 10^9 \ln 2}{1,25 \cdot 10^9}} = 6,25 \cdot 10^{-1} \text{ g} \quad \boxed{0.3}$$

Tal com diu el enunciat, per saber l'edat de la pedra, hem de partir de la hipòtesi que tot el Ar de la roca prove de la desintegració del K, per tant en el instant inicial teníem 20 g de K. **0.1**, després de passar el temps  $t$ , en tenim 10 g, per tant hem de resoldre l'equació:

$$10 \text{ g} = 20 \text{ g } e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \Rightarrow t = t_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ anys} \quad \boxed{0.2}$$

► **NUC-04)** juny'13 [S3 — B3]: ENUNCIAT

El poloni 210 és un emissor de partícules  $\alpha$  que es troba a la natura i que també es pot obtenir en laboratoris nuclears a partir del bombardeig del bismut 209 amb neutrons. El període de semidesintegració són 138 dies.

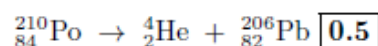
- a) Escriviu la reacció de desintegració del poloni 210 si sabem que, en desintegrar-se, produeix un isòtop del plom. Quina és la constant de desintegració del poloni 210?
- b) Si una mostra conté 5 mg de poloni 210, quina quantitat de poloni 210 quedarà després de 20 dies?

DADES: Nombres atòmics i símbols químics del poloni  $Z(\text{Po}) = 84$  i del plom  $Z(\text{Pb}) = 82$

resolució **NUC-04**:

juny'13 [S3 — B3]

- a) La reacció nuclear del  ${}^{210}_{84}\text{Po}$ , serà:



També considerem vàlida la resposta on en lloc del He i posem  $\alpha$   
 Podem escriure la llei de desintegració com:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Per altre banda:

$$N(t = t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow e^{\lambda t_{1/2}} = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ dies}^{-1} = 5,81 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} \quad \boxed{0.3}$$

b) La llei de desintegració també la podem escriure:

$$\frac{m(t)}{m_A} N_A = \frac{m_0}{m_A} N_A e^{-\lambda t} \quad \boxed{0.1} \Rightarrow m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \quad \boxed{0.2}$$

Per tant:

$$m(t = 20 \text{ dies}) = 5 \text{ mg } e^{-5,02 \cdot 10^{-3} \cdot \text{dies}^{-1} \cdot 20 \text{ dies}} = 4,52 \text{ mg} \quad \boxed{0.7}$$

O sigui ens quedaran: 4.52 mg

► **NUC-05)** set'13 [S1 — B3]: ENUNCIAT

El iode pot ser un radiofàrmac. L'isòtop  $^{123}_{53}\text{I}$  és una font de raigs gamma. S'injecta al pacient per poder obtenir imatges gammagràfiques. Aquest radioisòtop té un període de semidesintegració de 13,2 h.

- Quina fracció de  $^{123}_{53}\text{I}$  resta al cos 24,0 hores després d'injectar el fàrmac?
- En un altre procés, el  $^{123}_{53}\text{I}$  també pot produir  $^{131}_{54}\text{Xe}$ . Escriuiu l'esquema del procés nuclear. Quina partícula s'emet?

resolució **NUC-05**:

set'13 [S1 — B3]

a)

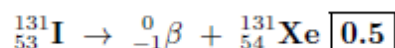
$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad \boxed{0.4}$$

$$N(t = 24\text{h}) = N_0 e^{-\frac{24\text{h} \ln 2}{13,2\text{h}}} \quad \boxed{0.2}$$

La fracció restant serà:

$$\frac{N(t = 24\text{h})}{N_0} = e^{-\frac{24\text{h} \ln 2}{13,2\text{h}}} = 0,28 \text{ ó } 28\% \quad \boxed{0.4}$$

b) La reacció serà la següent:

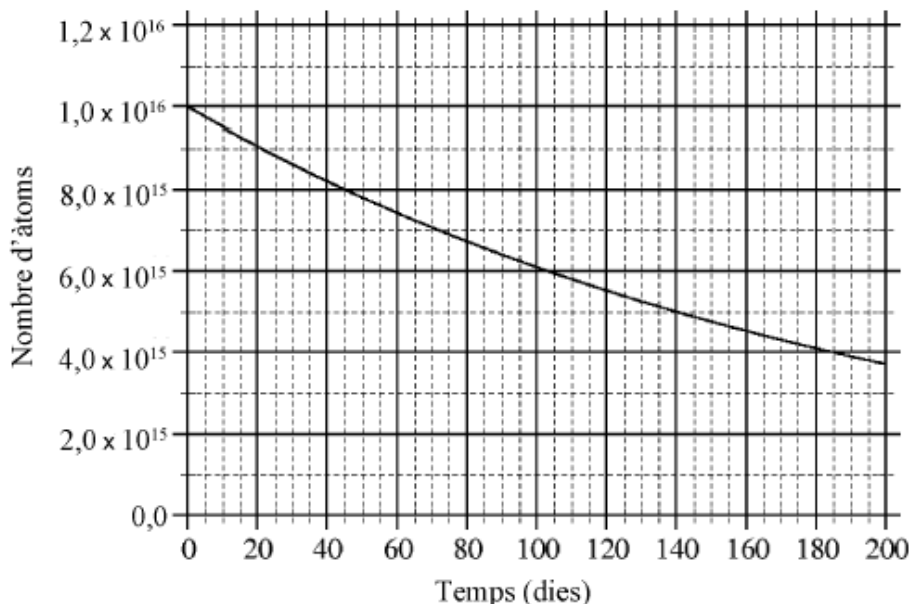


Veiem que es tracta d'una partícula  $\beta$  (o electró) **0.5**



► **NUC-06)** juny'12 [S3 — P2]: ENUNCIAT

Hem observat una mostra d'un isòtop radioactiu. El gràfic mostra l'evolució del nombre d'àtoms de l'isòtop durant 200 dies.



- Determineu el període de semidesintegració de l'isòtop. Quants àtoms quedaran al cap de tres períodes de semidesintegració?
- Sospitem que es tracta de poloni 210 ( $Z=84$ ), un element emissor de radiació alfa. Escriviu la reacció nuclear de l'emissió alfa d'aquest isòtop.

DADES: Nombres atòmics i símbols d'alguns elements:

80	81	82	83	84	85	86
Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

resolució **NUC-06**:

juny'12 [S3 — P2]

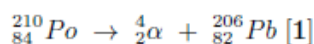
- A partir de l'observació de la gràfica veiem que als 140 dies el nombre d'àtoms radioactius s'ha reduït a la meitat. Per tant el període de semidesintegració serà:  $t_{1/2} = 140$  dies [0.4]

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad [0.4]$$

Per tant per  $t = 3 t_{1/2}$  tindrem:

$$N(t = 3t_{1/2}) = N_0 e^{-3 \ln 2} = 1.25 \times 10^{15} \text{ àtoms} \quad [0.2]$$

- La reacció nuclear serà:

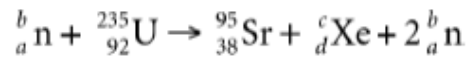


També considerem vàlida la resposta on enlloc de  $\alpha$  s'escriu He.

► **NUC-07)** juny'12 [S1 — A3]: ENUNCIAT

L'urani 235 té uns quaranta modes possibles de desintegració per absorció d'un neutró.

a) Completeu la reacció nuclear següent, que s'esdevé quan un nucli d'urani 235 absorbeix un neutró:



Indiqueu també quants neutrons i protons té aquest nucli d'urani.

b) Calculeu l'energia produïda en la fissió d'un nucli d'urani 235, d'acord amb la reacció anterior.

DADES:  $m_{\text{neutró}} = 1,008\,66\text{ u}$ ;  $m({}^{235}\text{U}) = 235,124\text{ u}$ ;  
 $m({}^{95}\text{Sr}) = 94,9194\text{ u}$ ;  $m({}^{139}\text{Xe}) = 138,919\text{ u}$ ;  
 $c = 2,99792 \times 10^8\text{ m s}^{-1}$ ;  $1\text{ u} = 1,660\,54 \times 10^{-27}\text{ kg}$ .

resolució **NUC-07**:

juny'12 [S1 — A3]

a)

$${}_a^b n + {}_{92}^{235} \text{U} \Rightarrow {}_{38}^{95} \text{Sr} + {}_d^c \text{Xe} + 2 {}_a^b n$$

$$\left. \begin{aligned} b + 235 &= 95 + c + 2b \\ b &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = 139; [0.4]$$

$$\left. \begin{aligned} a + 92 &= 38 + d + 2a \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = 54; [0.4]$$

Aquest nucli d'Urani té: 92 protons i  $235-92=143$  neutrons; [0.2]

b)

$$\Delta m = m_{{}^{235}\text{U}} - (m_{{}^{95}\text{Sr}} + m_{\text{neutró}} + m_{{}^{139}\text{Xe}}) = 0,27694\text{u}; [0.4]$$

$$0,27694\text{u} \frac{1,66054 \times 10^{-27}\text{kg}}{1\text{ u}} = 4,59870 \times 10^{-28}\text{kg}; [0.2]$$

$$E = \Delta m c^2 = 4,13309 \times 10^{-11}\text{J}; [0.4]$$

► **NUC-08)** juny'12 [S1 — B4]: ENUNCIAT

Un dels problemes principals de la producció d'energia elèctrica en les centrals nuclears és l'emmagatzematge dels residus radioactius. El plutoni és un d'aquests residus: té un període de semidesintegració de  $6,58 \times 10^3$  anys i és un potent emissor de partícules  $\alpha$ .

- a) Si avui s'emmagatzema una quantitat determinada d'aquest plutoni, quin percentatge d'aquest isòtop quedarà sense desintegrar-se d'aquí a un segle?
- b) Sabent que les partícules  $\alpha$  s'emeten amb una energia cinètica d' $1,00 \times 10^{-13}$  J, calculeu-ne la longitud d'ona de De Broglie associada.

DADES:  $h = 6,62 \times 10^{-34}$  J s;  $m_\alpha = 6,68 \times 10^{-27}$  kg.

resolució **NUC-08**:

juny'12 [S1 — B4]

a)

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \text{ [0.2]}; \lambda = \frac{\ln 2}{\tau} \text{ [0.2]}$$
$$N(t = 100 \text{ anys}) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{8580} 100} = N_0 \cdot 0.99 \text{ [0.4]}$$

Per tan quedarà un 99% de plutoni sense desintegrar [0.2]

b)

$$p \lambda = h \text{ [0.2]}$$
$$E_c = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_c}{m_\alpha}}; \text{ [0.4]}$$
$$\lambda_\alpha = \frac{h}{m_\alpha v_\alpha} = \frac{h}{\sqrt{m_\alpha 2E_c}} = 1.81 \times 10^{-14} \text{ m [0.4]}$$

► **NUC-09** set'12 [S4 — P2]: ENUNCIAT

Una gammagrafia òssia és una prova diagnòstica que consisteix a injectar per via intravenosa una substància que conté un cert isòtop radioactiu que es diposita en els ossos i que emet raigs gamma. La radiació emesa es detecta amb una gammacàmera que escaneja el cos i pren imatges de la quantitat de l'isòtop acumulada en els ossos. En aquest tipus de gammagrafies s'utilitza el tecneci 99 com a radioisòtop.

- a) Quant s'haurà reduït el nombre de nuclis de l'isòtop injectat al cap d'un dia?
- b) El  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$  prové de la desintegració beta d'un altre element. Indiqueu el nombre de protons i neutrons del nucli del qual prové.

DADES:  $t_{1/2}({}^{99}\text{Tc}) = 6,00$  h.



resolució **NUC-09**:

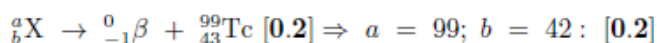
set'12 [S4 — P2]

a)

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \quad [0.5]$$

$$N(t = 1 \text{ dia}) = N_0 e^{-\frac{24 \text{ h} \ln 2}{6 \text{ h}}} \Rightarrow \frac{N(t = 1 \text{ dia})}{N_0} = e^{-4 \ln 2} = \frac{1}{2^4} = 0.06 \quad [0.5]$$

b)



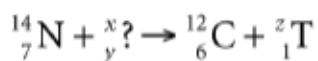
nombre de neutrons =  $a - b = 57$  [0.3]

nombre de protons =  $b = 42$  [0.3]

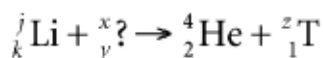
► **NUC-10** juny'11 [S1 — B3]: ENUNCIAT

El triti és un isòtop radioactiu de l'hidrogen. El nucli del triti té dos neutrons.

a) El triti es genera de manera natural a l'atmosfera quan els àtoms de nitrogen xoquen amb una certa partícula que anomenarem «?». La reacció és:

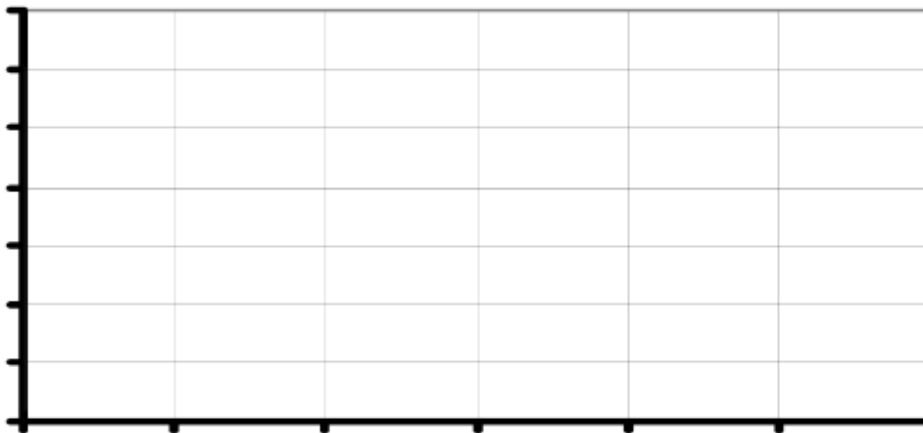


També es pot produir en reactors nuclears, amb la reacció següent:



Determineu els valors dels índexs  $x, y, z, j$  i  $k$ .

b) El període de semidesintegració del triti és, aproximadament, de dotze anys. Elaboreu una gràfica amb les variables de massa i temps en què s'observi com varia la quantitat de triti d'una mostra que inicialment és de 120g durant els seixanta anys següents.



resolució **NUC-10**:

juny'11 [S1 — B3]

a) A partir de la primera reacció nuclear:

El triti té 2 neutrons i un protó  $\Rightarrow z = 3$  [0.2]

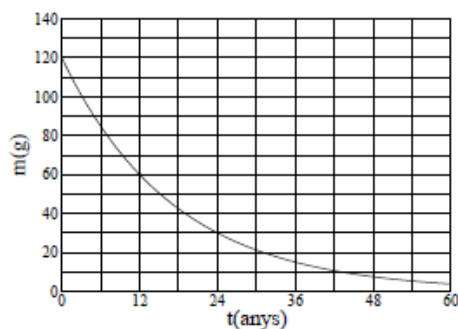
per tant:  $14 + x = 12 + 3 \rightarrow x = 1$ ;  $7 + y = 6 + 1 \rightarrow y = 0$  per tant la partícula incògnita és un neutró. [0.4]

A partir de la segona reacció nuclear tindrem:

$j + 1 = 4 + 3 \rightarrow j = 6$ ;  $k + 0 = 2 + 1 \rightarrow k = 3$  [0.4]

b) La llei de desintegració de la massa i/o nombre d'àtoms d'un determinat radioisòtop, en funció de període  $\tau$  de semidesintegració és:

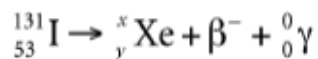
$$M = M_0 e^{-\frac{t}{\tau} \ln 2} \quad [0.5]$$



[0.5]

► **NUC-11)** juny'11 [S4 — A5]: ENUNCIAT

El iode 131 és un isòtop radioactiu que emet  $\beta^-$  i  $\gamma$ , té un període de semidesintegració de vuit dies i es fa servir per a tractar el càncer i altres malalties de la glàndula tiroide. La reacció de descomposició és la següent:



- Determineu el valor dels nombres màssic i atòmic del xenó ( $x$  i  $y$  en la reacció, respectivament). Si les partícules  $\beta^-$  s'emeten a una velocitat de  $2 \times 10^5 \text{ km/s}$ , calculeu-ne la longitud d'ona associada.
- Un pacient rep un tractament amb iode 131. Quants dies han de transcórrer perquè la quantitat de iode 131 al cos del pacient es redueixi fins al 12,5% del valor inicial?

DADES:  $m_\beta = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s}$ .

resolució **NUC-11**:

juny'11 [S4 — A5]

- a) Donat que en la reacció que ens plantejen l'única transformació nuclear que té lloc és la transformació d'un neutró en un protó amb l'emissió d'un electró (partícula  $\beta$ ), per tant el nombre màsic del  $Xe$  serà el mateix que el del  $I$ , o sigui 131 [0,25] i el nombre atòmic serà una unitat més gran que el del  $I$ , o sigui 54 [0,25]. La longitud d'ona associada a les partícules  $\beta$ , d'acord amb la llei d'en De Broglie serà:

$$\lambda_{\beta} = \frac{h}{m_{\beta} v_{\beta}} = \frac{6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg } 2 \times 10^8 \text{ m/s}} = 3,6 \times 10^{-12} \text{ m [0,5]}$$

- b) La llei de desintegració d'un radinucli és:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau} \ln 2} \text{ [0,5]}$$

En el nostre cas,  $N(t) = 0,125 N_0 \Rightarrow$

$$0,125 N_0 = N_0 e^{-\frac{t}{\tau} \ln 2}$$

prenen logaritmes naturals a cada cantó de l'equació tindrem:

$$\ln(0,125) = -\frac{t}{\tau} \ln 2 \Rightarrow t = -\frac{\ln(0,125)}{\ln 2} \tau = 24 \text{ dies [0,5]}$$

► **NUC-12)** juny'11 [S4 — B4]: ENUNCIAT

L'any 2011 ha estat declarat Any Internacional de la Química, per commemorar, entre altres fets, que fa cent anys Marie Curie va ser guardonada amb el Premi Nobel de Química pel descobriment del radi, entre altres mèrits. El període de semidesintegració del radi és  $1,59 \times 10^3$  anys. Si el 1911 es va guardar una mostra d'1,00 g de radi, calculeu:

- a) La quantitat de radi de la mostra que queda actualment.  
 b) L'activitat radioactiva inicial de la mostra d'1,00 g de radi, i l'activitat radioactiva del radi que queda de la mostra avui.

DADES:  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ;  $m_a(\text{Ra}) = 226 \text{ u}$ .

resolució **NUC-12**:

juny'11 [S4 — B4]

- a)

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0 e^{-\lambda t} \text{ [0,4]} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{\tau} \text{ [0,2]}$$

$$m = 1 e^{-\frac{t \ln 2}{\tau}} = 0,957 \text{ g [0,4]}$$

- b)

$$N_0 = m_0(g) \frac{N_A(\text{àtoms})u}{1g} \frac{1}{M_a(\text{Ra})u} \text{ [0,1]} = \frac{1 \times 6,02 \times 10^{23}}{226} = 2,66 \times 10^{21} \text{ núclis [0,2]}$$

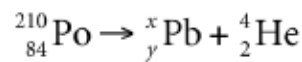
$$A_0 = \lambda N_0 [0,1] = \frac{\ln 2}{1590 \times 365 \times 86400} 2,66 \times 10^{21} = 3,7 \times 10^{10} \text{Bq} [0,2]$$

$$N_{100 \text{ anys}} = m_{100 \text{ anys}}(g) \frac{N_A(\text{atoms})u}{1g} \frac{0,957}{M_a(R_a)u} = \frac{0,957 \times 6,02 \times 10^{23}}{226} = 2,45 \times 10^{21} \text{núclis} [0,2]$$

$$A_{100 \text{ anys}} = \lambda N_{100 \text{ anys}} = \frac{\ln 2}{1590 \times 365 \times 86400} 2,45 \times 10^{21} = 3,5 \times 10^{10} \text{Bq} [0,2]$$

► **NUC-13)** set'11 [S2 — A5]: ENUNCIAT

El poloni 210 té un període de semidesintegració de 138,4 dies i es desintegra, per emissió de partícules alfa, en un isòtop estable del plom. El procés és el següent:



- Determineu els índexs  $x$  i  $y$  i el temps necessari perquè la massa del poloni es redueixi al 30% de la massa inicial.
- Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un nucli de poloni, expressada en J i en MeV.

DADES:  $m({}_{84}^{210}\text{Po}) = 209,983 \text{ u};$

$$m({}_y^x\text{Pb}) = 205,974 \text{ u};$$

$$m({}_2^4\text{He}) = 4,003 \text{ u};$$

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg};$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J};$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

**resolució** NUC-13:

set'11 [S2 — A5]

- La conservació del nombre màssic ens imposa:  $210 = x + 4 \Rightarrow x = 206$  [0.25], la conservació del nombre de protons ens dona:  $84 = y + 2 \Rightarrow y = 82$  [0.25]

La llei de desintegració d'un radinucli és:

$$N = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{\tau}} [0,25]$$

on  $\tau$  és el temps de semidesintegració

$$N = 0,3N_0 = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{\tau}} \Rightarrow 0,3 = e^{-\frac{t \ln 2}{\tau}} \Rightarrow$$

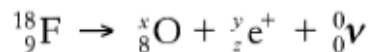
$$\ln(0,3) = -\frac{t \ln 2}{\tau} \Rightarrow t = -\frac{\ln(0,3) \tau}{\ln 2} = 240,4 \text{ dies} [0,25]$$

- b) L'energia produïda en la reacció es deguda a la transformació de massa en energia a partir de l'equació:  $\Delta E = \Delta m c^2$ , on  $\Delta m$  és la diferència de massa entre el radinucli inicial i els productes finals de la desintegració, [0.5] per tant:  $\Delta m = (209,983 - 205,974 - 4,003) u = 6 \times 10^{-3} u \frac{1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}}{u} = 9,96 \times 10^{-30} \text{ kg}$  per tant:  $\Delta E = 9,96 \times 10^{-30} \text{ kg} (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 8,964 \times 10^{-13} \text{ J}$  [0,25]  $\frac{1 \text{ eV}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}} \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 5,6 \text{ MeV}$  [0.25]

► **NUC-14)** juny'10 [S1 — B3]: ENUNCIAT

La tècnica de diagnòstic a partir de la imatge que s'obté mitjançant tomografia per emissió de positrons (PET, *positron emission tomography*) es fonamenta en l'anihilació entre la matèria i l'antimatèria. Els positrons, emesos pels nuclis de fluor,  $^{18}\text{F}$ , injectats al pacient com a radiofàrmac, s'anihilen en entrar en contacte amb els electrons dels teixits del cos i de cadascuna d'aquestes anihilacions es creen fotons, a partir dels quals s'obté la imatge.

La desintegració d'un nucli de fluor,  $^{18}\text{F}$ , es pot escriure mitjançant la reacció nuclear següent:

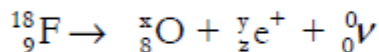


- a) Digueu quants neutrons i quants protons té aquest isòtop artificial de fluor,  $^{18}\text{F}$ . Completeu la reacció nuclear, és a dir, determineu  $x$ ,  $y$  i  $z$ .
- b) El període de semidesintegració del  $^{18}\text{F}$  és 109,77 s. Calculeu el temps que ha de passar perquè quedi una vuitena part de la quantitat inicial de  $^{18}\text{F}$ . Quin percentatge de partícules quedaran al cap d'una hora? Tenint en compte aquest resultat, digueu si podríem emmagatzemar gaire temps aquest radiofàrmac i justifiqueu-ho.

resolució **NUC-14**:

juny'10 [S1 — B3]

- a)  $^{18}_9\text{F}$  té 9 protons i 9 neutrons [0,1]

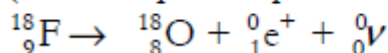


$y = 0$ , ja que es tracta d'un positró [0,3]

$$18 = x + y + 0 \Rightarrow x = 18 \text{ [0,3]}$$

$$9 = 8 + z + 0 \Rightarrow z = 1 \text{ [0,3]}$$

(també es pot dir que  $z = 1$ , ja que es tracta d'un positró)





b)  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ;  $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$  [0,1]

$N = \frac{N_0}{8} = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \frac{\ln 8}{\lambda} = \frac{T \ln 8}{\ln 2} = 329,31 \text{ s}$  [0,3]

[també es pot justificar:  $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ , per tant, per tenir  $\frac{1}{8}$  de la mostra ha de transcorrer tres vegades el període de semidesintegració. Així  $t = 3T = 329,31 \text{ s}$ ]

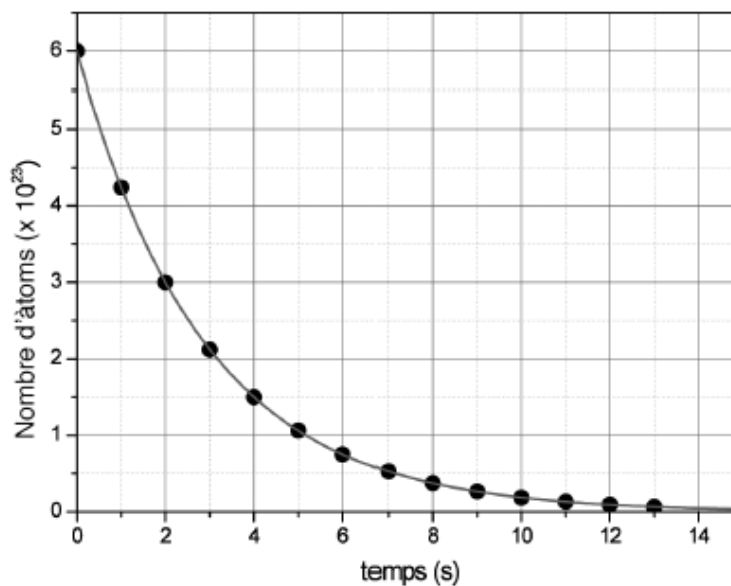
En una hora quedaria  $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\lambda \cdot 3600} = N_0 \cdot 1,3 \cdot 10^{-10}$  [0,2];

Que representa un  $\frac{N_0 \cdot 1,3 \cdot 10^{-10}}{N_0} = 1,3 \cdot 10^{-10} \Rightarrow 1,3 \cdot 10^{-8} \%$  [0,2]

No es pot emmagatzemar, ja que en una hora quedaria una quantitat insignificant comparada amb la inicial,  $N_0$ . [0,2]

► **NUC-15)** juny'10 [S4 — P2]: ENUNCIAT

Per estudiar el procés de desintegració d'una mostra radioactiva que inicialment tenia  $6,00 \cdot 10^{23}$  àtoms radioactius, hem mesurat en intervals d'un segon el nombre d'àtoms que encara no s'havien desintegrat. Els resultats obtinguts es representen en la gràfica següent:



- a) Quant val el període de semidesintegració d'aquesta mostra? Quants àtoms de la mostra inicial s'hauran desintegrat quan hagi transcorregut un temps de 15 s?
- b) Quant temps haurà de transcorrer perquè només quedi sense desintegrar un 5% de la mostra inicial?

resolució **NUC-15**:

juny'10 [S4 — P2]

a) De la gràfica:  $T = 2\text{ s}$  ( temps fins que  $N$  és  $N/2$ ) **[0,3]**

$$N = N_0 e^{-\lambda t}; \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T} = 0,347\text{ s}^{-1} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$N(15\text{ s}) = N_0 e^{-\lambda t} = 6,00 \cdot 10^{23} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2} \cdot 15} = 3,31 \cdot 10^{21} \text{ àtoms (àtoms que queden) } \mathbf{[0,3]}$$

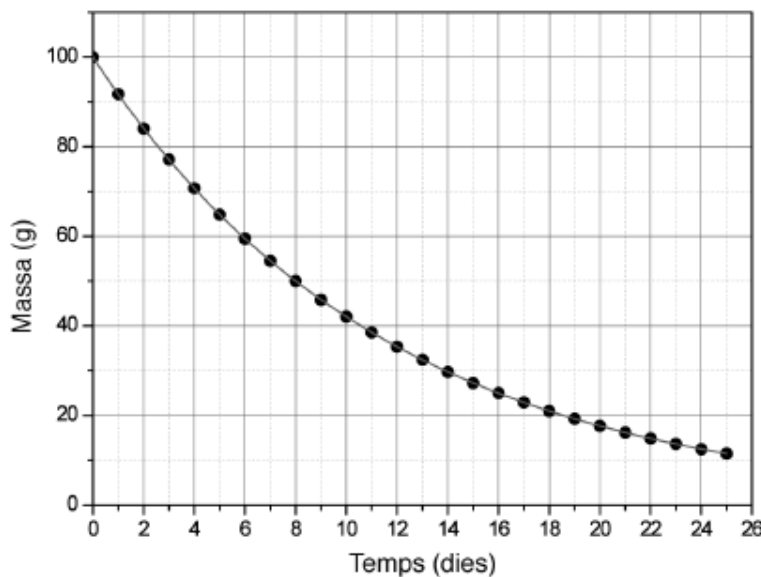
$$\text{s'han desintegrat: } = 6,00 \cdot 10^{23} - 3,31 \cdot 10^{21} = 5,97 \cdot 10^{23} \text{ àtoms } \mathbf{[0,2]}$$

b)  $N = 0,05 \cdot N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$  **[0,3]**

$$0,05 = e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = 20 \Rightarrow \lambda t = \ln 20 \Rightarrow t = \frac{\ln 20}{\lambda} = 8,63\text{ s } \mathbf{[0,7]}$$

► **NUC-16)** juny'10 [S5 — P2]: ENUNCIAT

La gràfica següent mostra la variació de la massa d'una mostra de iode 131, que és un isòtop radioactiu, al llarg del temps.



- a) Trobeu el període de semidesintegració de l'isòtop i digueu quina quantitat de la mostra tindrem al cap de quaranta dies.  
 b) El iode 131, en desintegrar-se, emet una partícula beta i es transforma en un ió positiu de xenó 131. Calculeu l'energia que s'allibera quan es desintegra un àtom de iode 131.

DADES:  $m(\text{I-131}) = 130,906\,125\text{ u}$ ;  
 $m(\text{Xe}^+-131) = 130,904\,533\text{ u}$ ;  
 $m_{\text{electró}} = 5,486 \cdot 10^{-4}\text{ u}$ ;  
 $1\text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$ ;  
 $c = 3,00 \cdot 10^8\text{ m/s}$ .

resolució **NUC-16**:

juny'10 [S5 — P2]

a) De la gràfica:  $T = 8$  dies ( temps fins que la massa es redueix a la meitat) **[0,3]**

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \mathbf{[0,2]}; \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T} = 8,66 \text{ dies}^{-1} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$M(40 \text{ dies}) = M_0 e^{-\lambda t} = 100 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{8} \cdot 40} = 3,1 \text{ g} \quad \mathbf{[0,3]}$$

[També es pot admetre la solució:  $40 \text{ dies} = 8 \text{ dies} \cdot 5$ . La massa disminuirà en  $2^5 = 32$ . I serà  $100/32 = 3,12 \text{ g}$  ]

b)

Les partícules  $\beta$  són electrons. **[0,2]**

$$\Delta E = \Delta m c^2 \quad \mathbf{[0,2]}; \quad \Delta m = [m(Xe) + m(e)] - m(I) \quad \mathbf{[0,2]}$$

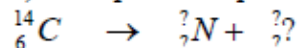
$$\Delta m = [130,904533 + 5,486 \cdot 10^{-4}] - 130,906125 = -1,043 \cdot 10^{-3} \text{ u} = -1,732 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \quad \mathbf{[0,2]}$$

$$\Delta E = \Delta m c^2 = -1,559 \cdot 10^{-13} \text{ J} \text{ que és l'energia alliberada en desintegrar-se un ió de iode-131.} \quad \mathbf{[0,2]}$$

► **NUC-17)** curs 2009/10 [Extra — B3]: ENUNCIAT

S'ha mesurat l'activitat d'una mostra d'un os trobat en un jaciment arqueològic i s'ha obtingut un valor de  $15,0 \cdot 10^3$  desintegracions per dia. Aquest fet es fa servir per saber l'antiguitat de l'os, ja que el  $^{14}\text{C}$  és un isòtop que emet partícules  $\beta^-$  amb un període de semidesintegració de  $5,73 \cdot 10^3$  anys. Un os actual de la mateixa massa que el os trobat en el jaciment té una activitat de  $22,1 \cdot 10^3$  desintegracions per dia.

a) Completa l'equació de desintegració del  $^{14}\text{C}$



b) Calcula l'antiguitat de l'os.

resolució **NUC-17**:

curs 2009/10 [Extra — B3]

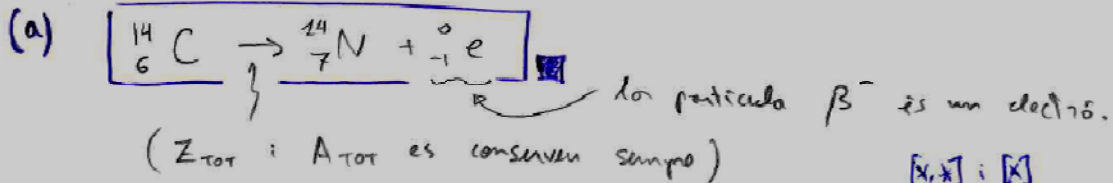
${}^{14}_6\text{C}$  emissor  $\beta^-$  :  $T = 5,73 \cdot 10^3$  anys.

$A = 15,0 \cdot 10^3 \text{ desint/dia} = 15 \cdot 10^3 \frac{\text{desint}}{1 \text{ dia}} \cdot \frac{1 \text{ dia}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} =$   
 $= \underline{0,174 \text{ Bq}}$  (\*)

activitat del nostre os ara.

$A_0 = 22,1 \cdot 10^3 \frac{\text{desint}}{\text{dia}} \cdot \frac{1 \text{ dia}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = \underline{0,256 \text{ Bq}}$  (\*\*)

activitat actual d'un os amb la mateixa massa que el nostre : és igual a l'A del nostre en el t en què l'animal estava encara viu ( $t=0$ )  $\Rightarrow$  és igual a  $A_0$ .



(b)  $A = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = \frac{A_0}{A} = \frac{0,256}{0,174} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda t = \ln \frac{0,256}{0,174} \Rightarrow \underline{t = T \cdot \frac{\ln(0,256/0,174)}{\ln 2} = T \cdot 0,557 = 3190 \text{ anys}}$