Problemes & Resolucions: **PAU-LOE**

de **MOVIMENT HARMÒNIC SIMPLE**

(Física, 2010 — 2014; «**MHS**»)

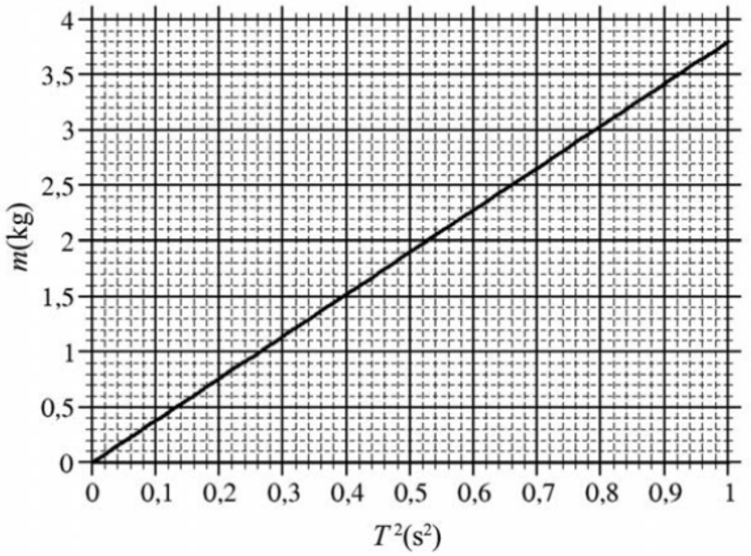
► **Instruccions generals de tots els anys:** L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual he d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents. Cada problema val 2 punts.

► **CONTINGUTS:** La pàgina referida per a cada problema en la taula següent indica on pot trobar-se el corresponent enunciat al Dossier de l'Acadèmia. El contingut temàtic de cada problema s'especifica a la columna de "Comentaris".

NOM	sèrie	any	op.	probl.	pág.	Comentaris
MHS-01	5	2014	A	5	7	*k=mw^2*, gràfica; *W* fregament
MHS-02	4	2013	-	2	10	*k=mw^2*, *x(t)*, *a(t)*
MHS-03	3	2013	B	4	16	*k=mw^2*, *x(t)*, *E*
MHS-04	1	2013	A	4	18	*x(t)*, gràfica, *E*
MHS-05	3	2012	A	4	23	molla vertical, gràfica, *x(t)*, *a(t)*
MHS-06	1	2012	-	2	25	molla vertical, *k=mw^2*, *v_màx* (ó: conserv *E*)
MHS-07	1	2011	A	4	36	*E*, gràfica, *v_màx*
MHS-08	4	2011	-	1	42	*E*, *x(t)*, *v(t)*, *a(t)*
MHS-09	5	2010	A	3	75	*E*, gràfica, *k=mw^2*
MHS-10	2	2010	B	4	85	*E*, *T*, *f*, *x(t)*

► **MHS-01)** set'14 [S5 — A5]: ENUNCIAT

Una manera d'obtenir la constant elàstica d'una molla és penjar-hi una massa i mesurar-ne el període de les petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri. En la gràfica següent hi ha representada la relació entre la massa penjada de la molla i el quadrat del període de les oscil·lacions:



a) A partir de la gràfica, calculeu la constant elàstica de la molla. Si l'amplitud de les oscil·lacions fos de 0,10 m, quina seria l'energia cinètica màxima assolida per la massa en l'oscil·lació?

b) Suposem que la constant elàstica de la molla és de 150 N m⁻¹, hi pengem una massa d'1,5 kg i la fem oscil·lar amb una amplitud de 0,20 m. Quina és l'acceleració màxima que assoleix? Si submergim tot el conjunt en un recipient ple d'aigua de manera que la massa oscil·la fins a aturar-se a causa del fregament, quin és el treball fet per la força de fregament que ha aturat l'oscil·lació?

resolució **MHS-01**: set'14 [S5 — A5]

a) El període d'oscil·lació d'una molla ve donat per l'expressió:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow m = \frac{k}{4\pi^2}T^2 \Rightarrow k = \frac{4\pi^2\,m}{T^2}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant si llegim un valor de m i el seu valor corresponent de T^2 sobre la recta, obtindrem el valor de k:

$$k = \frac{4\pi^2\,1,9\,\mathrm{kg}}{0,5\,\mathrm{s}^2} = 150\,\mathrm{N/m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

L'energia total és:

$$E_T = \frac{1}{2}k\,A^2\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 0,75\,\mathrm{J}$$

L'energia cinètica màxima l'obtindrem quan la seva energia potencial sigui zero i en aquest cas serà igual a l'energia total: $\Rightarrow$

$$E_{c_{màxima}} = 0,75\,\mathrm{J}\,\boxed{0.2}$$

b)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{150}{1,5}} = 10\,\mathrm{rad/s}\,\boxed{0.2}$$

$$a_{maàxima} = A\,\omega^2 = 20\,\mathrm{m/s^2}\,\boxed{0.3}$$

En aquest cas l'energia total de la oscil·lació és:

$$E_T = \frac{1}{2}\,k\,A^2 = 3\,\mathrm{J}\,\boxed{0.2}$$

Per parar la oscil·lació la força de fregament farà un treball igual a l'energia total de la oscil·lació:

$$W_{fregament} = 3\,\mathrm{J}\,\boxed{0.3}$$

► MHS-02) juny'13 [S4 — P2]: ENUNCIAT

En la vida quotidiana estem sotmesos a moviments vibratoris. Per exemple, en caminar, córrer, viatjar amb algun mitjà de locomoció o estar a prop d'alguna màquina. A l'hora de dissenyar vehicles i màquines, cal fer un estudi d'aquests moviments per tal d'aconseguir que siguin confortables i segurs, ja que els efectes de les vibracions poden anar des de simples molèsties fins al dolor o la mort.

Aquests estudis solen utilitzar l'acceleració màxima del moviment vibratori com a variable, per a relacionar-la amb les molèsties que percebem.

Se sap que som molt sensibles a un moviment vibratori de 6,0 Hz i que, amb aquesta freqüència, a partir d'una acceleració màxima de 6,0 m s^{-2}, les molèsties són tan fortes que ens poden arribar a alarmar.

a) Calculeu l'amplitud d'oscil·lació que correspon a un moviment vibratori harmònic de 6,0 Hz i una acceleració màxima de 6,0 m s^{-2}.

b) Calculeu el valor de la constant elàstica d'una molla per tal que una massa de 85 kg que hi estigui enganxada oscil·li amb una freqüència de 6,0 Hz.

resolució MHS-02: juny'13 [S4 — P2]

a) L'equació de un MVHS la podem escriure com (també considerem vàlida si enlloc de la funció cos es fa servir la funció sin:

$$x(t) = A\,\cos(\omega\,t + \phi)\,\boxed{0.1} \Rightarrow v(t) = -A\,\omega\,\sin(\omega\,t + \phi)\,\boxed{0.1} \Rightarrow$$

$$a(t) = -A\,\omega^2\,\cos(\omega\,t+\phi)\,\boxed{0.3} \Rightarrow \mathrm{a_{màxima}} = A\,\omega^2 = A\,(2\pi\,\nu)^2\,\boxed{0.3} \Rightarrow A = \frac{\mathrm{a_{màxima}}}{(2\pi\,\nu)^2} = 4,2\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}\,\boxed{0.2}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS la podem deduir a partir de:

$$a(t) = -\omega^2\,x(t)\,\boxed{0.2} \Rightarrow -k\,x = m\,a = -m\,\omega^2\,x\,\boxed{0.2}\,k = m\,\omega^2\,\boxed{0.2} = 85\cdot(2\pi\cdot6)^2 = 1,2\cdot10^5\,\mathrm{N/m}\,\boxed{0.4}$$

► **MHS-03)** juny'13 [S3 — B4]: ENUNCIAT

Disposem d'una massa lligada a una molla que fa un moviment harmònic simple. Sabem que a l'instant inicial la seva posició i velocitat són $x = 1{,}00$ m i $v = -5{,}44$ m s^{-1}, i que les energies cinètica i potencial en aquest mateix instant són $E_k = 12{,}00$ J i $E_p = 4{,}00$ J. Calculeu:

a) La constant de recuperació de la molla i el valor de la massa del cos que fa el moviment, així com l'energia mecànica total del sistema.

b) L'amplitud, la freqüència angular i la fase inicial del moviment harmònic que fa la massa. Escriviu l'equació del moviment resultant.

resolució MHS-03 : juny'13 [S3 — B4]

a) L'energia potencial d'un moviment vibratori harmònic és $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ $\boxed{0.1}$, per tant:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \;\Rightarrow\; 4 \;=\; \frac{1}{2}\,k\,1^2 \;\Rightarrow\; k \;=\; 8,00\ \text{N/m}\ \boxed{0.2}$$

Per altre banda tindrem:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; 12 = \frac{1}{2}m(5,44)^2 \;\Rightarrow\; m \;=\; \frac{24}{5,44^2} = 8,11\cdot 10^{-1}\,\text{kg}\ \boxed{0.2}$$

Per l'energia total tinrem:

$$E \;=\; E_p \;+\; E_c \;=\; 12 \;+\; 4 \;=\; 16\,\text{J}\ \boxed{0.5}$$

b) La freqüència angular del moviment és $\omega^2 = k/m$ $\boxed{0.1}$ i per tant

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{0,811}} = 3.14\,\text{rad/s}\ \boxed{0.1}$$

L'amplitud surt de l'expressió de la energia total del moviment:

$$E = \frac{1}{2}kA^2\ \boxed{0.1} \;\Rightarrow\; A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot 16}{8}} = 2,00\,\text{m}\ \boxed{0.1}$$

Per trobar la fase inicial hem d'anar a les condicions inicials, tot tenint present que l'equació general del moviment harmònic simple és

$$x(t) \;=\; A\;\cos(\omega\;t\;+\;\varphi)\ \boxed{0.1}$$

(També considerem correcte les expressions si partim de la elongació amb la funció sinus) i, per tant, a $t = 0$ resulta $x = A\cos\varphi$, $v = -A\omega\sin\varphi$. Amb $x(0) = 1\,\text{m}$ i $v(0) = -5.44\,\text{m/s}$, i els valor anteriors, obtenim

$$1 = 2\cos\varphi\ ;\ -5,44 = -2\ \cdot\ 3,14\sin\varphi \;\Rightarrow\; \cos\varphi = 0.5\ ;\sin\varphi = 0.86 \;\Rightarrow\; \tan\varphi \;=\; \frac{0,86}{0,5}\ \boxed{0.1} \Rightarrow$$

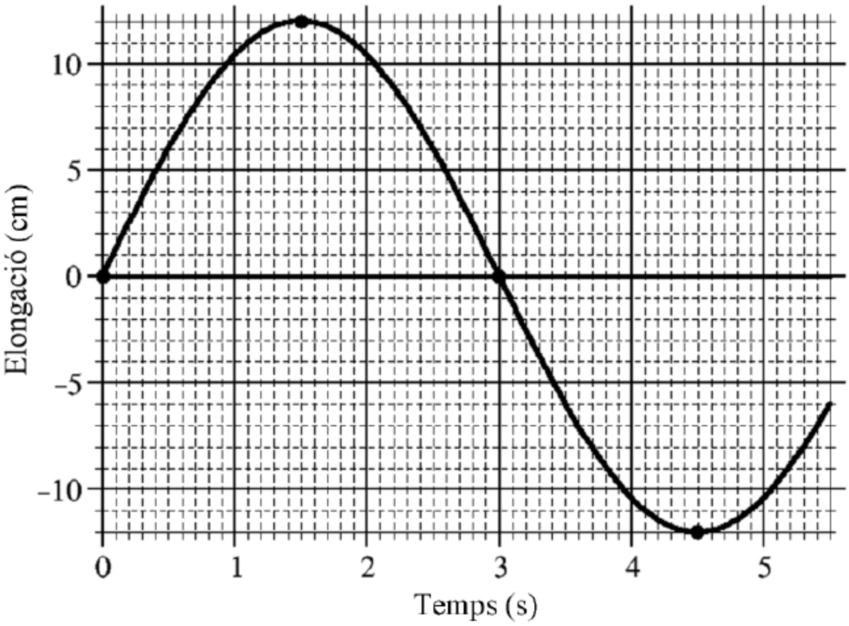
$$\varphi \;=\; \arctan\left(\frac{0.86}{0,5}\right) \;=\; 1,04\ \text{rad}\ \boxed{0.1}$$

Per tant l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2\cos(3,14\ \text{rad/s}\ t + 1,04\ \text{rad})\ \text{m}\ \boxed{0.3}$$

► **MHS-04)** set'13 [S1 — A4]: ENUNCIAT

La gràfica següent representa el moviment d'un cos de 250 g de massa que oscil·la, sense fregament, unit a una molla.

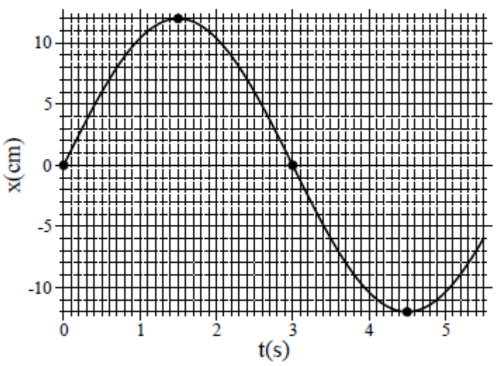


a) Calculeu l'amplitud, la freqüència angular, el període i la fase inicial d'aquest moviment.

b) Escriviu l'equació del moviment i calculeu l'energia mecànica total del sistema.

resolució $\boxed{\text{MHS-04}}$**:** set'13 [S1 — A4]

a) A partir de la gràfica:



es pot concloure que:

1- L'amplitud és: $A = 12$ cm $\boxed{0.2}$

2- El període és: $T = 2 \times 3 = 6,0$ s $\boxed{0.2}$
i la freqüència angular és: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} = 1.0$ rad/s $\boxed{0.2}$

3- La fase inicial és:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi_0) \Rightarrow 0 = 12\sin(\phi_0) \Rightarrow \sin(\phi_0) = 0.0 \Rightarrow \phi_0 = 0.0\,\boxed{\mathbf{0.4}}$$

(en el cas que facin servir la funció cosinus, la fase inicial ha de ser: $\frac{\pi}{2}$)

b) L'equació del moviment serà:

$$x(t) = 12\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)\ \text{cm}\,\boxed{\mathbf{0.4}}\ (\text{ó } x(t) = 12\cos(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}))$$

La constant de la molla ve donada per l'expressió:

$$K = m\,\omega^2 = 0.25\times\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 = 2,7\cdot 10^{-1}\,\text{N/m}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

L'energia mecànica del cos és:

$$E = \frac{1}{2}K\,A^2 = 1.9\times 10^{-3}\ \text{J}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

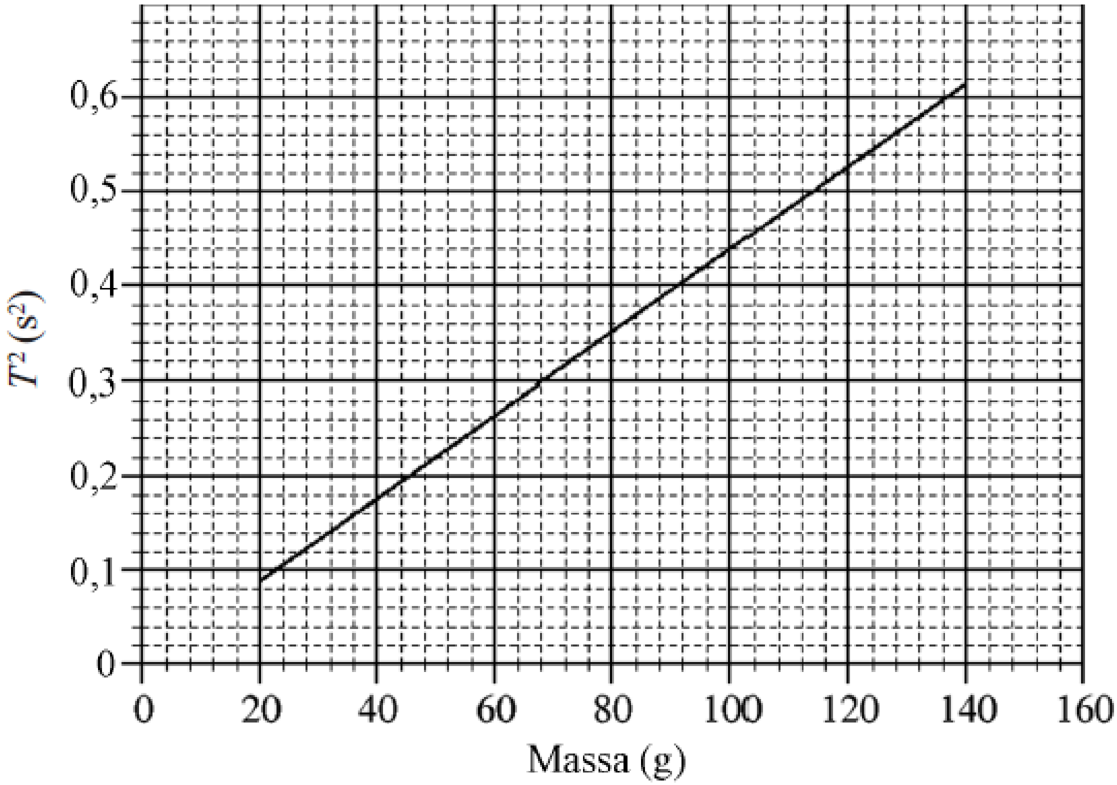
► **MHS-05)** juny'12 [S3 — A4]: ENUNCIAT

Duem a terme l'experiència següent: pengem d'una molla fixada en un suport per un dels seus extrems set masses diferents, i provoquem que aquestes masses facin petites oscil·lacions i realitzin un MVHS. Mesurem amb molta cura el temps que triga a fer deu oscil·lacions cadascuna de les masses i, a partir d'aquí, obtenim els períodes (T) del moviment, el quadrat dels quals es representa en la gràfica.

a) Calculeu la constant elàstica de la molla i expliqueu raonadament si depèn de la massa. Indiqueu el període que mesuraríem si provoquéssim les oscil·lacions amb una massa de 32,0 g.

b) El MVHS que descriu la massa de 100 g que hem penjat de la molla té una amplitud de 10,0 cm. Calculeu l'elongació i l'acceleració que tindrà la massa quan hauran transcorregut 3,00 s des del moment en què l'hem deixat oscil·lar a partir del punt més baix de la trajectòria.

(Veure la gràfica a la pàgina següent)



resolució **MHS-05** : juny'12 [S3 — A4]

a) En un M.V.H.S. tenim:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow -k\,y = m(-\omega^2\,y) \Rightarrow k = m\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{k}\,m\ [\mathbf{0.2}]$$

per tant el pendent de la recta que representem és $\frac{4\pi^2}{k}$ [**0.2**], que passa per l'origen de coordenades. A partir de la gràfica veiem que per m=100 g, aproximadament tenim T^2=0,44 s^2 d'aquí podem deduir que:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0.1}{0,44} = 8,97\ \mathrm{N/m}\ [\mathbf{0.4}]$$

Si fem la mesura per m = 32g, llegint directament de la gràfica veiem que T^2 = 0,14 s^2; per tant T = 0,37 s; si ho fem a partir del valor de la k tindrem:

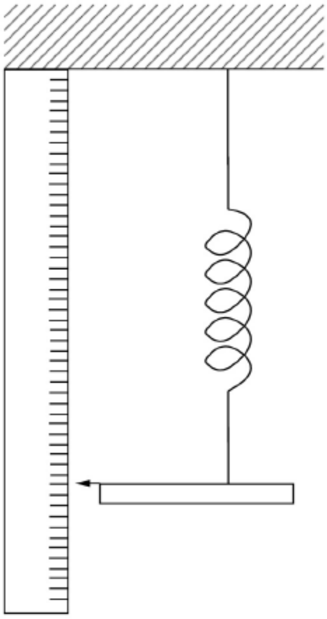
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.38\mathrm{s}\ [\mathbf{0.2}]$$

b) Per les condicions que ens diu el problema la posició de la massa obeïx la següent equació:

$$y(t) = A\ \cos(\omega t + \pi) \Rightarrow v(t) = -A\omega\ \sin(\omega t + \pi) \Rightarrow a(t) = -A\omega^2\ \cos(\omega t + \pi) = -\,\omega^2\ y(t)\ [\mathbf{0.4}]$$

$A = 10\ \mathrm{cm} = 0.1\ \mathrm{m}$, $T^2(m = 100g) = 0.44s^2$ [**0.2**] $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 9.47\ \mathrm{rad/s}$ [**0.2**] $y(t = 3s) = 9,91\times10^{-2}$ m; $a(t = 3s) = -8,89\ \mathrm{m/s^2}$ [**0.2**]

► **MHS-06)** juny'12 [S1 — P2]: ENUNCIAT



Disposem d'una molla de constant de recuperació $k = 4{,}00\ \mathrm{N\,m^{-1}}$ i de longitud natural $l = 20{,}0\ \mathrm{cm}$, amb la qual volem fer una balança. Per fer-la, pengem la molla verticalment per un dels extrems i, a l'altre, col·loquem una plataforma de massa $m = 20{,}0\ \mathrm{g}$ amb un dial, de manera que aquest indiqui el valor de la mesura sobre una escala graduada, tal com es mostra a la figura.

a) Determineu la lectura que marca el dial en col·locar la plataforma i deixar que el sistema s'aturi. Considereu que el zero del dial coincideix amb l'extrem superior del regle de la figura.

b) Afegim un objecte de massa $M = 300\ \mathrm{g}$ damunt de la plataforma. A continuació, desplacem el conjunt una distància de $10{,}0\ \mathrm{cm}$ respecte a la nova posició d'equilibri i el deixem anar, de manera que el sistema comença a oscil·lar lliurement. Amb quina velocitat tornarà a passar per la posició d'equilibri?

DADA: $\boldsymbol{g} = 9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

resolució $\boxed{\text{MHS-06}}$: juny'12 [S1 — P2]

a) El sistema es trobarà a la seva posició d'equilibri a una distància d tal que la força de la gravetat i la de restauració de la molla es compensin

$$-k(d-l) + mg = 0\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on obtenim

$$d = l + \frac{mg}{k} = 0.2 + \frac{0.020 \cdot 9.81}{4} = 0.249\,\mathrm{m} \;=\; 24.9\ \mathrm{cm}[\mathbf{0.5}]$$

b) A l'afegir una segona massa a la plataforma, la massa total del conjunt passa a ser $20 + 300 = 320\,\mathrm{g}$, es a dir 0,32 kg. Si desplacem el conjunt 10 cm de la seva nova posició d'equilibri i el deixem anar, aquest realitza un moviment harmònic simple d'amplitud $A = 0.1\,\mathrm{m}$. Al tornar a passar per la posició d'equilibri, tota la seva energia és cinètica i podem escriure

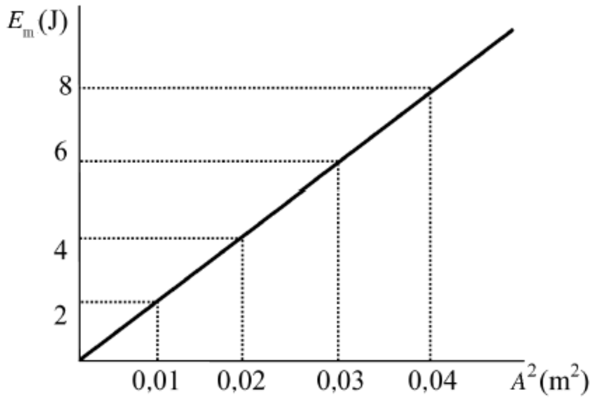
$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on trobem

$$v = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1\sqrt{\frac{4}{0.32}} = 0.354\,\mathrm{m/s} \;=\; 35.4\ \mathrm{cm/s}[\mathbf{0.5}]$$

► **MHS-07)** juny'11 [S1 — A4]: ENUNCIAT

Una massa de 0,5 kg descriu un moviment harmònic unida a l'extrem d'una molla, de massa negligible, sobre una superfície horitzontal sense fregament. En la gràfica següent es relaciona el valor de l'energia mecànica de la molla amb el quadrat de l'amplitud d'oscil·lació del moviment harmònic:



Calculeu:

***a*)** El valor de la freqüència d'oscil·lació.

***b*)** El valor de la velocitat màxima de la massa quan l'amplitud d'oscil·lació del moviment és 0,141 4 m.

resolució MHS-07 : juny'11 [S1 — A4]

a) L'energia mecànica en un moviment hàrmonic és constant i ve donada per: $E_M = \frac{1}{2}k\ A^2$, per tant el pendent de la recta és: $\frac{E_M}{A^2} = \frac{1}{2}\ k$ $[\mathbf{0.25}]$ $\Rightarrow \frac{1}{2}\ k = \frac{8-2}{0.04-0.01} = 200J/m^2 = 200N/m \Rightarrow k = 400N/m$ $[\mathbf{0.25}]$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{10\sqrt{2}}{\pi} = 4.5Hz\ [\mathbf{0.5}]$$

b) La velocitat en un moviment hàrmonic simple es escriure com: $v\ = A\ \omega \cos(\omega\ t)$ $[\mathbf{0.5}]$
Per tant la velocitat màxima serà: $v_{max} = A\omega = A2\pi\nu$ $[\mathbf{0.25}]$
$v_{max} = 4m/s$ $[\mathbf{0.25}]$

► **MHS-08)** juny'11 [S4 — P1]: ENUNCIAT

Una massa $m = 0{,}3$ kg, situada en un pla horitzontal sense fricció i unida a una molla horitzontal, descriu un moviment vibratori harmònic. L'energia cinètica màxima de la massa és 15 J.

***a*)** Si sabem que entre els dos punts del recorregut en què el cos té una velocitat nul·la hi ha una distància de 50 cm, calculeu l'amplitud, la freqüència i el període del moviment i la constant elàstica de la molla.

***b*)** Calculeu la posició, la velocitat i l'acceleració del cos en l'instant $t = 3$ s, considerant que quan $t = 0$ s el cos té l'energia cinètica màxima.

resolució MHS-08 :

juny'11 [S4 — P1]

a) Els punts on la velocitat és zero corresponen als punts on es produeixen: la màxima compressió i el màxim estirament de la molla, la distacia entre aquests dos punts serà igual a dues vegades l'amplitud: $2\ A\ =\ 0{,}5\ m\ \Rightarrow\ A\ =\ 0{,}25\ m$ [**0.2**]
En un moviment oscilatori hàrmonic:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)$$

per tant la màxima velocitat serà: $v_{m\grave{a}xima}\ =\ A\ \omega$ [**0.2**]

$$E_{c_{m\grave{a}xima}}\ = \frac{1}{2}\ m\ v^2_{m\grave{a}xima}\ =\ \frac{1}{2}\ m\ (A\ \omega)^2$$
$$\omega\ =\ \sqrt{\frac{2\ E_{c_{m\grave{a}xima}}}{m\ A^2}}\ = 40\ rad/s\ [\mathbf{0{,}2}]$$
$$\nu\ =\ \frac{\omega}{2\pi}\ =\ 6,37Hz,\ T\ =\ \frac{1}{\nu}\ =\ 0,157s\ [\mathbf{0{,}2}]$$

No tenim fregament, per tant l'energia mecànica es conserva $\Rightarrow E_{Total}\ =\ E_{c_{m\grave{a}xima}}\ =\ \frac{1}{2}K\ A^2\ \Rightarrow K\ =\ \frac{2\ E_{c_{m\grave{a}xima}}}{A^2}\ =\ 480N/m$ [**0,2**]

b) Si recordem les expressions:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)$$

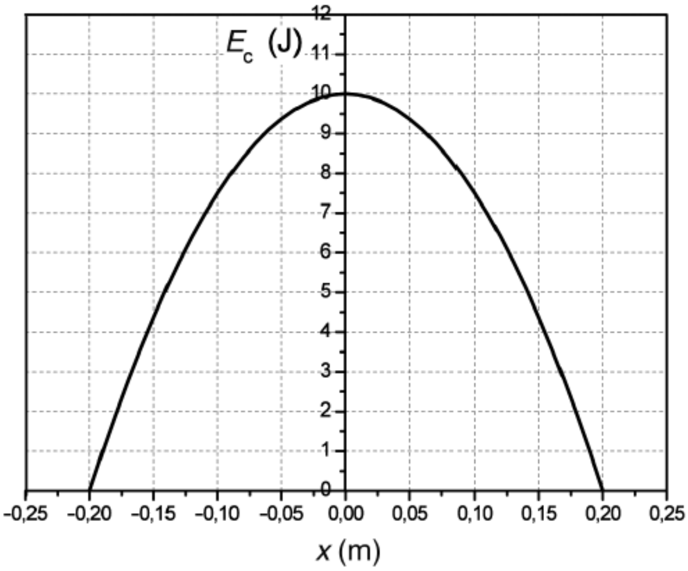
Tindrem $E_{c_{m\grave{a}xima}}$, quan v(t=0) = $\pm\ v_{m\grave{a}xima}$ i per tant $\phi_0\ =\ \pm\ \frac{\pi}{2}$ i com a conseqüència

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)\ =\ \pm A\sin(\omega t)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t}\ =\ \pm\ A\omega\ \cos(\omega t)$$
$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}\ =\ \mp\ A\omega^2\ \sin(\omega t)\ [\mathbf{0{,}5}]$$

Per $t\ =\ 3s$, tindrem: $x(3s)\ =\ \pm 0,145\,m;\ v(3s)\ =\ \pm 8,14\,m/s;\ a(3s)\ =\ \mp 232\,m/s^2$ [**0.5**]

► **MHS-09)** juny'10 [S5 — A3]: ENUNCIAT

La gràfica següent representa l'energia cinètica d'un oscil·lador harmònic en funció de l'elongació (x).



a) Digueu el valor de l'energia cinètica i de l'energia potencial quan $x = 0$ m i quan $x = 0{,}20$ m. Determineu la constant elàstica.

b) Calculeu la massa de l'oscil·lador, si sabem que la freqüència de vibració és $(100/2\pi)$ Hz.

resolució **MHS-09**: juny'10 [S5 — A3]

a) $E_{mec} = E_{cin} + E_{pot}$

De la gràfica: $E_{cin}(x = 0) = 10\,\mathrm{J}$; $E_{cin}(x = 0,20) = 0\,\mathrm{J}$ **[0,1]**

Per tant: $E_{pot}(x = 0) = 0\,\mathrm{J}$; $E_{pot}(x = 0,20) = 10\,\mathrm{J}$ **[0,3]**

ja que l'energia mecànica es conserva $E_{mec} = E_{cin} + E_{pot} = 10\,\mathrm{J}$ **[0,2]**

$E_{pot} = \dfrac{1}{2}kx^2$; $A = 0,20\,\mathrm{m}$ **[0,1]**

$$E_{pot;\ maxima} = \frac{1}{2}kA^2 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2\,E_{pot;\ maxima}}{A^2} = \frac{2\cdot 10}{0,20^2} = 500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$ **[0,3]**

b) $k = m\omega^2$ **[0,3]**; $\omega = 2\pi f$ **[0,2]**

$$m = \frac{k}{4\pi^2 f^2} = 0,050\,\mathrm{kg}$$ **[0,5]**

► **MHS-10)** set'10 [S2 — B4]: ENUNCIAT

Una molla de constant k = 125 N/m té un extrem fix i, en l'altre, hi ha lligada una massa de 200 g que pot lliscar sobre una superfície horitzontal sense fregament. Desplacem inicialment la massa 12 cm de la posició d'equilibri, tot allargant la molla, i la deixem anar. Determineu:

a) El valors màxims de les energies cinètica i potencial assolides durant el moviment i la velocitat màxima de la massa.

b) El període i la freqüència del moviment harmònic resultant. Escriviu també l'equació d'aquest moviment prenent t = 0 com l'instant en què s'ha deixat anar la massa.

resolució $\boxed{\textbf{MHS-10}}$**:** set'10 [S2 — B4]

a) $E_{potencial;\max} = \frac{1}{2}kx_{\max}^2 = \frac{1}{2}\cdot 125\cdot 0{,}12^2 = 0{,}90\,\mathrm{J}$ **[0,3]**

$E_{potencial;\max} = E_{cinetica;\max} = 0{,}90\,\mathrm{J}$ **[0,3]**

$E_{cinetica;\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{cinetica;\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}90}{0{,}2}} = 3{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,4]**

b) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 25{,}0\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ **[0,1]**

$\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad f = 3{,}98\,\mathrm{Hz}$ **[0,1]**; $T = \frac{1}{f} = 0{,}251\,\mathrm{s}$ **[0,1]**

$x = A\sin(\omega t + \varphi)$ **[0,1]**

condicions inicials: $0{,}12 = 0{,}12\cdot\sin(\omega\cdot 0 + \varphi) \quad \Rightarrow \quad \sin\varphi = 1 \quad \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad}$ **[0,2]**

Equació del moviment: $x = 0{,}12\cdot\sin\left(25t + \frac{\pi}{2}\right)$ (*t* en segons i *x* en metres) **[0,4]** [si no posen unitats 0,3]

Alternativament: $x = A\cos(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}12\cdot\cos(25t)$