

# Problemes & Resolucions: PAU-LOE

## d' ELECTROSTÀTICA

(Física, 2010 — 2014; «E»)

- **Instruccions generals de tots els anys:** L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents. Cada problema val 2 punts.
- **CONTINGUTS:** La pàgina referida per a cada problema en la taula següent indica on pot trobar-se el corresponent enunciat al Dossier de l'Acadèmia. El contingut temàtic de cada problema s'especifica a la columna de "Comentaris".

NOM	sèrie	any	op.	probl.	pág.	Comentaris
E-01	3	2014	-	2	1	q-punts: $E$ , $V$ ; $W_{camp}$
E-02	5	2014	-	2	6	MCU: $F$ , $\omega$ , $E$
E-03	4	2013	A	3	10	Càrrega suspesa
E-04	4	2013	B	3	11	q-punts: $E$ ; $W_{camp}$
E-05	3	2013	-	2	14	Condens: $E$ , $\Delta V$ , $\Delta E$
E-06	1	2013	A	3	18	Condens: sup. equi- $V$ , fricció
E-07	1	2013	B	5	20	q-punts: $E_{formació}$ , equilibri
E-08	3	2012	A	3	22	Condens: $E$ , $\Delta E$
E-09	3	2012	B	3	24	$E$ ctt.: $\Delta V$ , equilibri forces
E-10	1	2012	A	4	26	Condens: $E$ , $\Delta V$ , $\Delta E_c$ , parab
E-11	1	2012	B	5	28	Càrregues suspeses
E-12	4	2012	A	4	30	q-punts: $F$ ; $W_{camp}$ , signe $W$
E-13	4	2012	B	3	31	1 q-punt: $E$ , $V$ , lin. camp, sup. equi- $V$
E-14	1	2011	-	1	34	Condens: parab, $v_{inic}$ , $W_{camp}$
E-15	4	2011	-	2	39	Condens: $E$ , $E_c$ , $f_{fotons}$
E-16	2	2011	A	4	51	q-punts: equilibri; $W_{camp}$ , signe $W$
E-17	2	2011	B	3	52	q-punts: $F$ ; $E_{formació}$ ; $W_{camp}$
E-18	1	2010	-	1	58	Càrrega suspesa
E-19	4	2010	A	4	67	q-punts: $E$ ; $W_{ext}$ , signe $W$
E-20	4	2010	B	4	69	Condens: $E$ , $F$ , $E_c$ , $v_{fin}$ , $\Delta m$ RELAT
E-21	5	2010	B	4	77	q-punts: $E$ , $V$ ; $W_{ext}$ , signe $W$
E-22	2	2010	A	3	83	$E$ q-punts; $E_p$
E-23	2	2010	B	3	85	Condens: $E_c$ , $v_{fin}$ , $F$ , $\alpha$
E-24	Extra	2010	A	5		Condens: $\Delta V$ , gràfica $\Rightarrow V(x)$ , $E$
E-25	Extra	2010	B	5		q-punts: $W_{ext}$ ; $\alpha$

► **E-01)** juny'14 [S3 — P2]: ENUNCIAT

Una càrrega puntual  $Q_1 = +1,00 \times 10^{-8}$  C està situada a l'origen de coordenades. Una altra càrrega puntual  $Q_2 = -2,00 \times 10^{-8}$  C està situada en el semieix Y positiu, a 3,00 m de l'origen. Calculeu:

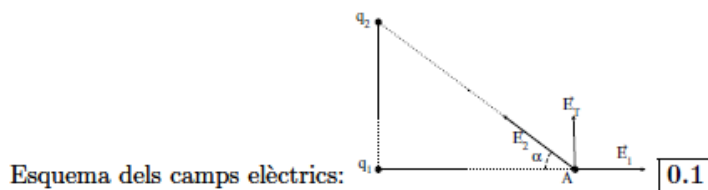
- a) El camp i el potencial electrostàtic en un punt A situat en el semieix X positiu, a 4,00 m de l'origen. Dibuixeu un esquema de tots els camps elèctrics que intervien en el problema.  
 b) El treball fet pel camp elèctric en traslladar una càrrega puntual d'1,00 C des del punt A a un punt B de coordenades (4,00, 3,00) m.

DADA:  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \times 10^9$  N m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>

resolució **E-01** :

juny'14 [S3 — P2]

a)



$$d(q_1, A) = 4 \text{ m}, \quad d(q_2, A) = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{5}, \quad \sin(\alpha) = \frac{3}{5}$$

Calculem el camp elèctric:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{d(q_1, A)^2} \vec{i} \quad \text{[0.1]} = 5,62 \vec{i} \text{ N/C} \quad \text{[0.1]}$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{d(q_2, A)^2} = 7,19 \text{ N/C} \quad \text{[0.1]}$$

$$\vec{E}_2 = |\vec{E}_2|(-\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}) \quad \text{[0.1]} = 7,19\left(-\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}\right) = (-5,75\vec{i} + 4,31\vec{j}) \text{ N/C} \quad \text{[0.1]}$$

$$\vec{E}_T = (-0,14\vec{i} + 4,31\vec{j}) \text{ N/C} \quad \text{[0.1]}$$

Ara calculem el potencial elèctric:

$$V_A = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q_1}{d(q_1, A)} + \frac{q_2}{d(q_2, A)} \right\} \quad \text{[0.2]} = 8,99 \cdot 10^9 \left\{ \frac{1 \cdot 10^{-8}}{4} + \frac{-2 \cdot 10^{-8}}{5} \right\} = -13,5 \text{ V} \quad \text{[0.1]}$$

b) Calculem el potencial en el punt B:

$$d(q_1, B) = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}, \quad d(q_2, B) = 4 \text{ m}$$

$$V_B = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q_1}{d(q_1, B)} + \frac{q_2}{d(q_2, B)} \right\} \quad \text{[0.2]} = 8,99 \cdot 10^9 \left\{ \frac{1 \cdot 10^{-8}}{5} + \frac{-2 \cdot 10^{-8}}{4} \right\} = -27 \text{ V} \quad \text{[0.2]}$$

El treball fet pel camp serà:

$$W = -(V_B - V_A)q \quad \text{[0.5]} = -(-27 + 13,5)1 = 13,5 \text{ J} \quad \text{[0.1]}$$

► **E-02)** set'14 [S5 — P2]: ENUNCIAT

L'any 2013 es va celebrar el centenari del model atòmic proposat per Niels Bohr. Segons aquest model, l'àtom de  ${}^1\text{H}$  té un protó en el nucli i un electró que descriu una òrbita circular estable al seu voltant. El radi mínim que pot tenir aquesta òrbita, segons el model de Bohr, és de  $5,29 \times 10^{-11}$  m. Per a aquesta òrbita calculeu:

- a) La força elèctrica que actua sobre l'electró i la freqüència de gir que té.  
 b) L'energia mecànica de l'electró en l'òrbita que descriu al voltant del protó. Considereu negligible l'energia potencial gravitatòria.

DADES:

$$k = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$Q_{\text{protó}} = -Q_{\text{electró}}$$

$$m_{\text{protó}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

resolució **E-02** :

set'14 [S5 — P2]

a)

$$|\vec{F}_E| = k \frac{q_e^2}{r^2} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(5,29 \cdot 10^{-11})^2} = 8,22 \cdot 10^{-8} \text{ N} \quad \boxed{0.5}$$

Al ser un moviment circular uniforme, aquesta força elèctrica es la que proporciona l'acceleració centrípeta:

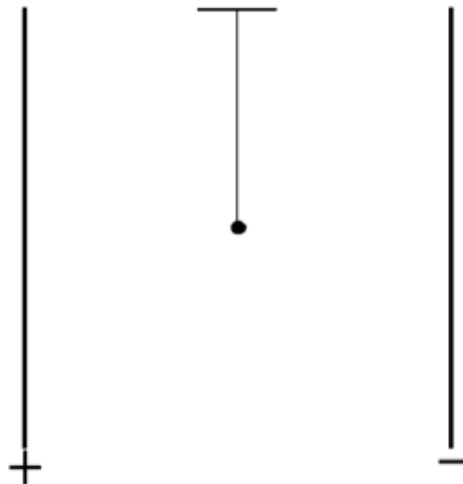
$$ma_n = m\omega^2 r = m4\pi^2 \nu^2 r = F_E \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{F_E}{m4\pi^2 r}} = 6,57 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \quad \boxed{0.5}$$

b)

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - k \frac{q_e^2}{r} = \frac{1}{2}k \frac{q_e^2}{r} - k \frac{q_e^2}{r} = -\frac{1}{2}k \frac{q_e^2}{r} \quad \boxed{0.5} = -2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} \quad \boxed{0.5}$$

► **E-03)** juny'13 [S4 — A3]: ENUNCIAT

Entre les dues làmines de la figura, separades una distància  $d = 3,0$  m, tenim un camp elèctric uniforme de  $1,5 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$ .



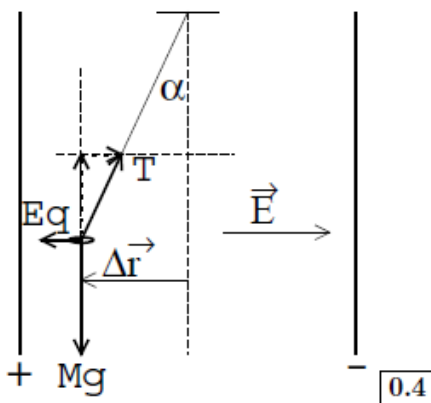
En el centre de l'espai limitat per les dues làmines posem una llentia metàl·lica carregada, penjada d'un fil. Tenint en compte que la longitud del fil és de 1,5 m, que la càrrega de la llentia és de  $Q = -5,0 \times 10^{-5} \text{ C}$  i que té una massa  $m = 12 \text{ g}$ :

- Representeu les forces que actuen sobre la llentia en el punt d'equilibri i calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical en l'equilibri.
- Calculeu la diferència de potencial entre la posició d'equilibri i la posició vertical.

resolució **E-03** :

juny'13 [S4 — A3]

a) De forma esquemàtica tindrem:



Per tant:

$$M g \tan(\alpha) = E q \quad \boxed{0.3} \Rightarrow$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{E q}{M g}\right) = 5,68 \cdot 10^{-1} \text{ rad} = 33^\circ \quad \boxed{0.3}$$

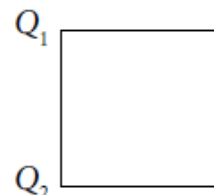
b) Com que el camp elèctric és uniforme:

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{r} \quad \boxed{0.3} = E L \sin(\alpha) = \boxed{0.2} = 1500 \text{ N/C} \cdot 1,5 \text{ m} \sin(32,5^\circ) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ V} \quad \boxed{0.5}$$

► **E-04)** juny'13 [S4 — B3]: ENUNCIAT

En el quadrat de la figura, de 2,00 m de costat, hi ha dues càrregues  $Q_1 = 9,00 \mu\text{C}$  i  $Q_2 = -9,00 \mu\text{C}$  en els vèrtexs de l'esquerra.

- Determineu la intensitat del camp elèctric en el centre del quadrat.
- En el centre del quadrat hi situem una tercera càrrega  $Q_3 = 7,00 \mu\text{C}$ . Calculeu el treball que farà la força elèctrica que actua sobre  $Q_3$  quan la trasludem del centre del quadrat al vèrtex inferior dret.



DADA:  $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

resolució **E-04** :

juny'13 [S4 — B3]

a) El camp elèctric és una magnitud vectorial per tant:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \frac{q_1 \vec{\mu}_1}{r_1^2} + K \frac{q_2 \vec{\mu}_2}{r_2^2} \quad \boxed{0.2}$$

On:

$$\vec{\mu}_1 = \left( \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); \vec{\mu}_2 = \left( \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right); r_1 = r_2 = \sqrt{2} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant:

$$\vec{E}_T = \frac{9 \cdot 10^9}{2 \sqrt{2}} \left\{ 9 \cdot 10^{-6} \left( \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right) - 9 \cdot 10^{-6} \left( \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right) \right\} \Rightarrow \vec{E}_T = (0 \vec{i} - 5,73 \cdot 10^4 \vec{j}) \text{ N/C} \quad \boxed{0.5}$$

Es considerarà la resposta correcta si raonen que per raons de simetria el camp elèctric ha de tenir només component vertical, de signe negatiu i realitzen el càlcul correctament.

b) Al tractar-se de un camp conservatiu podem trobar el treball fet per la força elèctrica a partir del potencial elèctric.

$$V_i = K \left\{ \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right\} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} (9 - 9) = 0 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

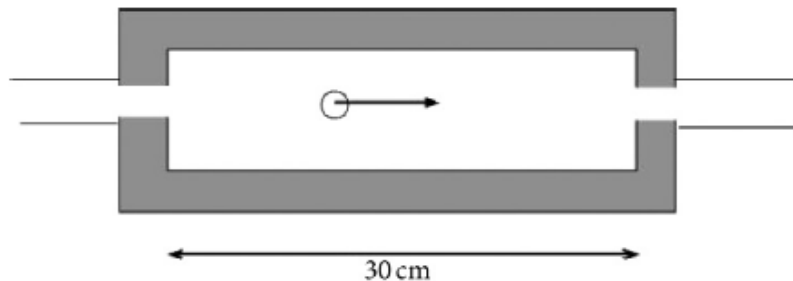
$$V_f = K \left\{ \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right\} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \left( \frac{9}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2} \right) = -1,19 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

Per tant el treball fet per la força elèctrica és:

$$W_E = -\Delta V q = (V_i - V_f) q = (0 + 1,19 \cdot 10^4) (7 \cdot 10^{-6}) = 8,33 \cdot 10^{-2} \text{ J} \quad \boxed{0.4}$$

► **E-05)** juny'13 [S3 — P2]: ENUNCIAT

A la cambra acceleradora de la figura, de 30,0 cm de llargària, els electrons entren per l'esquerra i surten per la dreta. Mentre estan dins la cambra es mouen amb un MRUA (moviment rectilini uniformement accelerat), amb una acceleració cap a la dreta de  $1,20 \times 10^{13} \text{ m s}^{-2}$ . En aquesta situació, es poden negligir les forces gravitatòries i els efectes relativistes.



a) Calculeu el camp elèctric a l'interior de la cambra acceleradora. Indiqueu-ne també la direcció i el sentit.

b) Quina diferència de potencial hi ha entre les parets esquerra i dreta de la cambra?  
 Quina està a un potencial més alt? Quanta energia guanya cada electró que travessa la cambra?

DADES:  $Q_{\text{electró}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$   
 $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

resolució **E-05** :

juny'13 [S3 — P2]

a)

$$\vec{F} = \vec{E} q = m \vec{a} \quad \boxed{0.5} \Rightarrow \vec{E} = \frac{m \vec{a}}{q} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,20 \times 10^{13} \text{ m/s}^2 \vec{i}}{-1,60 \times 10^{-19} \text{ C}} = -68,3 \vec{i} \text{ N/C ó V/m} \quad \boxed{0.5}$$

b) Al ser el camp elèctric constant:

$$\Delta V = -\vec{E} \Delta \vec{r} \quad \boxed{0.2} = -(-68,3 \vec{i})(0,3 \vec{i}) = 20,5 \text{ V} \quad \boxed{0.2}$$

El potencial mes alt serà a la part dreta de la càmera **0.2**

$$\Delta E = \Omega = -\Delta V q = -20,5 (-1,60 \times 10^{-19}) = 3,28 \times 10^{-18} \text{ J} = 20,5 \text{ eV} \quad \boxed{0.4}$$

► **E-06)** set'13 [S1 — A3]: ENUNCIAT

L'electroforesi és un mètode per a analitzar mesclures. Disposem una mostra entre dos elèctrodes connectats a una diferència de potencial de 300 V. La distància entre els elèctrodes és de 20,0 cm.



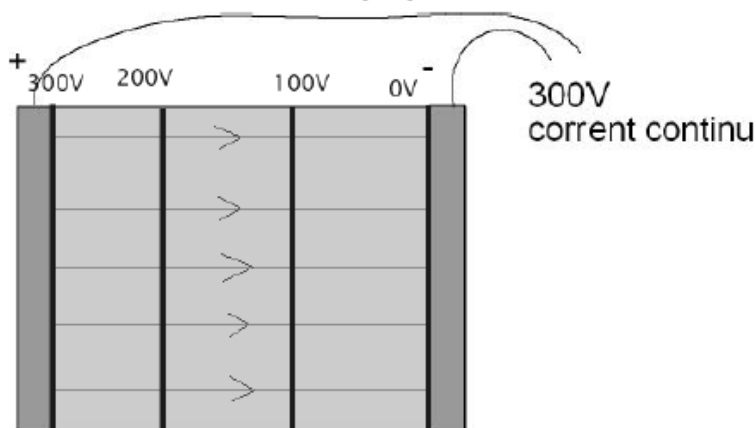
a) Dibuixeu les línies del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes i les diferents superfícies equipotencials. Indiqueu el potencial de cada una de les superfícies. Calculeu el valor del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes, i indiqueu la direcció i el sentit de les partícules positives i les negatives.

b) En les condicions adequades, les molècules adquireixen càrrega elèctrica i es desplacen en l'aparell d'electroforesi amb un moviment rectilini lent i uniforme. Calculeu la força elèctrica i la força de fricció que actuen sobre una molècula de timina amb una càrrega de  $-1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

resolució **E-06** :

set'13 [S1 — A3]

- a) És important que les línies de camp indiquin el sentit **[0.2]** i que les superfícies equipotencials indiquin els valors dels seus potencials. **[0.2]** No és necessari que el 0 correspongui a l'elèctrode negatiu.



El valor del camp serà:

$$E = \frac{\Delta V}{x} = \frac{300V}{0,2m} = 1,50 \times 10^3 V/m \text{ ó } 1,50 \times 10^3 N/C \quad \mathbf{[0.2]}$$

Les partícules negatives dipositades es mouran cap al pol positiu i les positives cap al pol negatiu. **[0.2]**

- b) La força elèctrica ha de ser:  $\vec{F} = q\vec{E} = -1,6 \times 10^{-19}C \cdot 1500N/C\vec{i} = -2,40 \times 10^{-16}N\vec{i}$  o bé  $2,40 \times 10^{-16}N\vec{i}$  si el signe de la càrrega és positiu. **[0.5]**

Com que es mou amb un moviment rectilini i uniforme  $\Rightarrow \Sigma\vec{F} = 0$ , per tant la força de fricció ha de ser igual i de sentit contrari a la força elèctrica, o sigui el seu modul val:  $2,40 \times 10^{-16}N$  **[0.5]**.

► **E-07)** set'13 [S1 — B5]: ENUNCIAT

Quatre càrregues elèctriques positives, d' $1,00 \times 10^{-5}C$  cadascuna, es troben als vèrtexs respectius d'un quadrat de  $\sqrt{2}m$  de costat. Calculeu:

- a) L'energia necessària per a la formació del sistema de càrregues.  
 b) El valor de la càrrega elèctrica negativa que hem de situar al centre del quadrat perquè la força electrostàtica sobre cadascuna de les càrregues sigui nul·la.

DADA:  $k = 9,00 \times 10^9 N m^2 C^{-2}$

resolució **E-07** :

set'13 [S1 — B5]

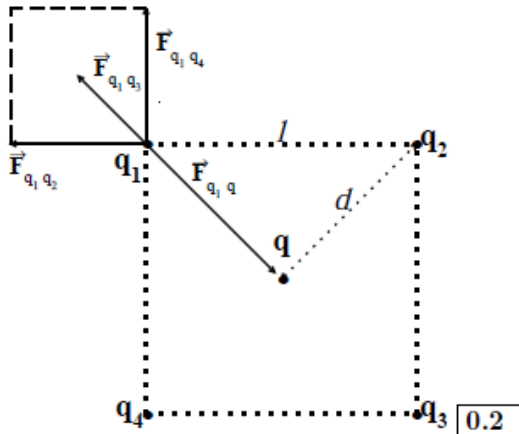
- a) L'energia de formació del sistema de càrregues la podem obtenir a partir de l'energia potencial de les diferents parelles presents. **[0.2]**

$$E_{formació} = K \left\{ \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_1 q_4}{r_{14}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_2 q_4}{r_{24}} + \frac{q_3 q_4}{r_{34}} \right\} \quad \mathbf{[0.4]}$$

Per altre banda:  $r_{12} = r_{14} = r_{23} = r_{34} = \sqrt{2}m$  i  $r_{13} = r_{24} = 2m$ ; per tan:

$$E_{\text{formació}} = 9 \times 10^9 \cdot 10^{-10} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right\} = 0.9 \left\{ \frac{4}{\sqrt{2}} + 1 \right\} = 3,45 \text{ J} \quad \boxed{0.4}$$

- b) Les quatre càrregues son iguals, per tant si trobem la càrrega que compensi la força d'una de les càrregues, per raons de simetria, quedaran compensades totes les forces del reste de càrregues. 0.2 Ho farem per la càrrega  $q_1$ :



A partir del gràfic veiem que,  $l = \sqrt{2}$  m i  $d = 1$  m i que:

$$\vec{F}_{q_1 q_2} + \vec{F}_{q_1 q_3} + \vec{F}_{q_1 q_4} = \vec{F}_{q_1 q} \quad \boxed{0.2}$$

Igualem les diferents components dels vectors i tindrem:

$$|\vec{F}_{q_1 q_4}| + |\vec{F}_{q_1 q_3}| \cos(45^\circ) = |\vec{F}_{q_1 q}| \cos(45^\circ) \text{ o també } |\vec{F}_{q_1 q_2}| + |\vec{F}_{q_1 q_3}| \sin(45^\circ) = |\vec{F}_{q_1 q}| \sin(45^\circ) \quad \boxed{0.2}$$

per tan:

$$K \frac{10^{-10}}{2} + K \frac{10^{-10}}{4} \frac{1}{\sqrt{2}} = K \frac{|q| \cdot 10^{-5}}{1} \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$|q| = 10^{-5} \sqrt{2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \right\} = 9.57 \times 10^{-6} \text{ C} = 9.57 \mu\text{C} \quad \boxed{0.2}$$



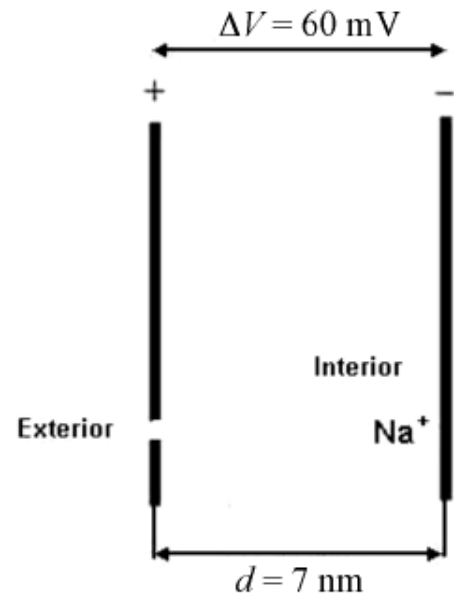
► **E-08)** juny'12 [S3 — A3]: ENUNCIAT

Molts processos vitals tenen lloc en les membranes cel·lulars i depenen bàsicament de l'estructura elèctrica d'aquestes.

La figura següent mostra l'esquema d'una membrana biològica.

- Calculeu el camp elèctric, suposat constant, a l'interior de la membrana de la figura. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu l'energia que es requereix per a transportar l'ió  $\text{Na}^+$  de la cara negativa a la positiva.

DADES:  $Q_{\text{Na}^+} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ .



resolució **E-08** :

juny'12 [S3 — A3]

a)

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-9}} = 8,57 \times 10^6 \text{ N/C o V/m [0.5]}$$

Direcció: perpendicular a les plaques [0.2] Sentit: cap a la placa negativa [0.3]

b) Hem de realitzar un treball en contra del camp:

$$\Delta E = Q \Delta V = 1.60 \times 10^{-19} \cdot 60 \times 10^{-3} = 9,60 \times 10^{-21} \text{ J [1]}$$

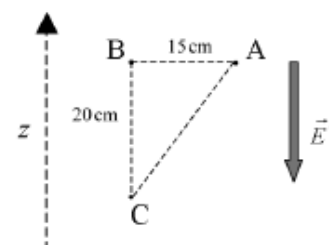
► **E-09)** juny'12 [S3 — B3]: ENUNCIAT

En una regió de l'espai hi ha un camp elèctric constant de mòdul  $500 \text{ N C}^{-1}$  dirigit cap avall. Vegeu la figura, en què l'eix  $z$  representa la vertical.

- Calculeu les diferències de potencial següents:  $V_A - V_B$ ,  $V_B - V_C$  i  $V_A - V_C$ .
- Colloquem una partícula carregada, de massa  $2,00 \text{ g}$ , en el punt  $C$  i volem que es mantingui en equilibri.

Calculeu quina càrrega i quin signe hauria de tenir aquesta partícula. Estarà en equilibri en algun altre punt d'aquesta regió? Justifiqueu les respostes.

DADA:  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ .



resolució **E-09** :

juny'12 [S3 — B3]

- a)  $V(A) - V(B) = 0$  [0.2], ja que  $\vec{E}$  és perpendicular al camí  $A\vec{B}$ , [0.1]  
 $V(B) - V(C) = -\vec{E} \cdot \vec{CB} = |\vec{E}| \cdot |\vec{CB}| = 500 \cdot 0.2 = 100V$  [0.3]  
 $V(A) - V(C) = V(A) - V(B) + V(B) - V(C) = 100V$  [0.4]
- b) Per què es mantingui en equilibri la força elèctrica haurà de compensar exactament el pes, [0.2] per tant la càrrega haurà de ser negativa [0.2].

$$q E = m g \Rightarrow q = \frac{m g}{E} = 3,92 \times 10^{-5} \text{ C [0.2]}$$

La càrrega estarà en equilibri en qualsevol punt de l'espai on existeixi aquest camp elèctric, ja que aquest és uniforme i per tant la força que exerceix sobre les càrregues elèctriques també és constant. [0.4]

► **E-10)** juny'12 [S1 — A4]: ENUNCIAT

Un electró es llança des del punt P i passa successivament per les regions A i B. A la regió A, un camp elèctric constant fa que l'electró es mogui amb un moviment rectilini i una acceleració uniforme cap a la dreta. A la regió B, el camp elèctric també és constant i està dirigit cap avall.



- a) Quina direcció i quin sentit té el camp elèctric a la regió A? Quin tipus de moviment realitza l'electró a la regió B?

Sabem que la regió A fa 5,00 cm de llarg i que el camp elèctric en aquesta regió és  $E = 40,0 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$ .

- b) Calculeu la diferència de potencial entre l'inici i el final de la regió A i l'energia cinètica que guanyarà l'electró en travessar-la.

DADA:  $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

resolució **E-10** :

juny'12 [S1 — A4]

- a) En la regió A el camp ha d'anar dirigit cap a l'esquerra (o en sentit contrari al moviment de l'electró). Es pot justificar indicant que una força cap endavant actuant sobre una partícula negativa requereix un camp elèctric cap enrere. [0.5] En la regió B el moviment serà accelerat (però no rectilini), descrivint una paràbola ascendent (o còncaua tal com està dibuixat). Poden predir que xocarà amb la placa superior, però han d'especificar que la trajectòria serà parabòlica. [0.5]
- b) Tractant-se d'un camp elèctric constant

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} = -40 \times 10^3 \text{N/C} \cdot 0.0500 \text{m} \cdot (-1) = 2,00 \times 10^3 \text{V} \quad [0.5]$$

Pot trobar-se  $\Delta E_c$  calculant el treball que fa la força elèctrica:

$$\Delta E_c = W = \vec{f} \cdot \vec{\Delta x} = q\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} = -1.60 \times 10^{-19} \text{C} \cdot 40 \times 10^3 \text{N/C} \cdot 0.0500 \text{m} \cdot (-1) = 3,20 \times 10^{-16} \text{ J}$$

o bé trobant la disminució d'energia potencial elèctrica

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = -q \Delta V = -(-1.60 \times 10^{-19} \text{C} \cdot 2000 \text{V}) = 3.20 \times 10^{-16} \text{ J} \quad [0.5]$$

► **E-11)** juny'12 [S1 — B5]: ENUNCIAT

Un electroscopi simplificat consta de dues esferes metàl·liques unides a un ganxo aïllant mitjançant dos fils conductors, tal com indica la figura. Les dues esferes tenen la mateixa massa i la mateixa càrrega elèctrica, i els fils formen un angle de  $30,0^\circ$  i tenen una longitud de 3,00 cm cadascun.

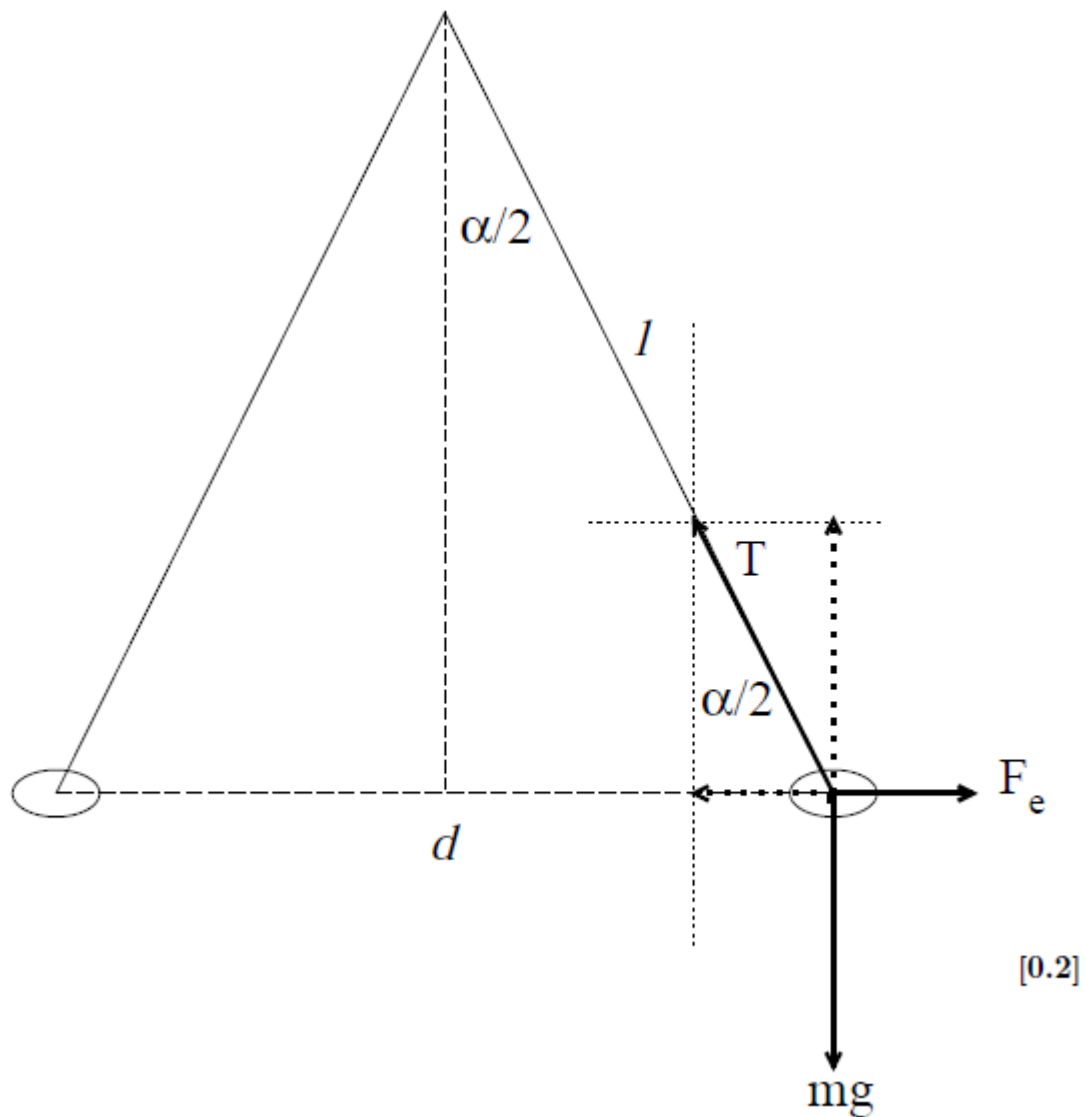


- a) Dibuixeu el diagrama de forces per a una de les esferes i anomenau-les. Calculeu també el valor de la tensió de cada fil, si la massa de cada esfera és 1,00 mg.
- b) Calculeu el valor de la càrrega elèctrica de cada esfera.

DADES:  $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ ;  $g = 9,80 \text{ m s}^{-2}$ .

resolució **E-11** :

juny'12 [S1 — B5]



[0.2]

a)

$$T \cos(\alpha/2) = m g \text{ [0.4]} \Rightarrow T = \frac{m g}{\cos(\alpha/2)} = 1.01 \times 10^{-5} \text{ N [0.4]}$$

b)

$$d = 2 l \sin(\alpha/2) \text{ [0.2]}; T \sin(\alpha/2) = F_e = \frac{K q^2}{d^2} \text{ [0.4]}$$

$$q = \sqrt{\frac{T \sin(\alpha/2) d^2}{K}} = \sqrt{\frac{4 l^2 T \sin^3(\alpha/2)}{K}} = \sqrt{\frac{4 l^2 m g \sin^3(\alpha/2)}{K \cos(\alpha/2)}} = 2.65 \times 10^{-10} \text{ C [0.4]}$$

► **E-12)** set'12 [S4 — A4]: ENUNCIAT

Tenim tres partícules carregades,  $Q_1 = 3,0 \mu\text{C}$ ,  $Q_2 = -5,0 \mu\text{C}$  i  $Q_3 = -8,0 \mu\text{C}$ , situades, respectivament, en els punts  $P_1 = (-1,0, 3,0)$ ,  $P_2 = (3,0, 3,0)$  i  $P_3 = (3,0, 0,0)$ .

- a) Dibuixeu les forces que exerceixen  $Q_1$  i  $Q_2$  sobre  $Q_3$ . Calculeu la força elèctrica total, expressada en coordenades cartesianes, que actua sobre  $Q_3$ .
- b) Calculeu el treball que fa la força elèctrica sobre  $Q_3$  quan aquesta càrrega es desplaça des del punt  $P_3$ , que ocupa inicialment, fins al punt  $P_4 = (-1,0, -3,0)$ . Interpreteu el signe del resultat.

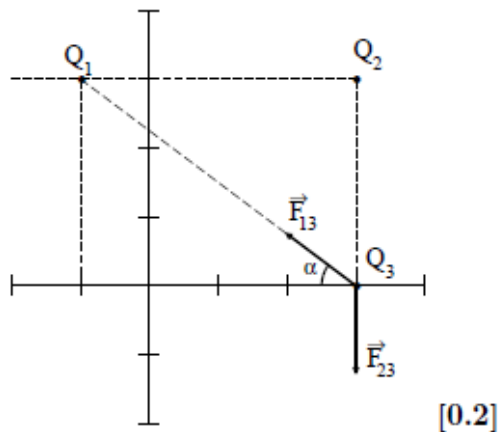
NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA:  $k = 9,0 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .

resolució **E-12** :

set'12 [S4 — A4]

a)



$$r_{13} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}; \tan(\alpha) = \frac{3}{4}; \sin(\alpha) = 0.6; \cos(\alpha) = 0.8$$

$$F_{13} = K \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}^2} = 9 \times 10^9 \frac{3,0 \times 10^{-6} \cdot 8,0 \times 10^{-6}}{5^2} = 8,6 \times 10^{-3} \text{ N [0.2]}$$

$$F_{23} = K \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \frac{5,0 \times 10^{-6} \cdot 8,0 \times 10^{-6}}{3^2} = 4,0 \times 10^{-2} \text{ N [0.2]}$$

$$\vec{F}_{13} = -F_{13} \cos(\alpha) \vec{i} + F_{13} \sin(\alpha) \vec{j} = -6,9 \times 10^{-3} \vec{i} + 5,2 \times 10^{-3} \vec{j} \text{ N [0.1]}$$

$$\vec{F}_{23} = -F_{23} \vec{j} = -4,0 \times 10^{-2} \vec{j} \text{ N [0.1]}$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -6,9 \times 10^{-3} \vec{i} - 3,5 \times 10^{-2} \vec{j} \text{ N [0.2]}$$

- b) Al tractar-se d'un camp conservatiu, el treball realitzat pel camp serà igual al canvi de l'energia potencial canviada de signe: [0.1]

$$W_{P_3 \rightarrow P_4} = -\Delta E_p = -Q_3 [V(P_4) - V(P_3)] \text{ [0.2]}; \quad r_{24} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 7.21\text{m}; \quad r_{14} = 6 \text{ m}$$

$$V(P_3) = K \frac{Q_1}{r_{13}} + K \frac{Q_2}{r_{23}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{5} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{3} \right\} = -9.6 \times 10^3 \text{ V [0.2]}$$

$$V(P_4) = K \frac{Q_1}{r_{14}} + K \frac{Q_2}{r_{24}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{6} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{7.21} \right\} = -1.7 \times 10^3 \text{ V [0.2]}$$

Per tan:

$$W_{P_3 \rightarrow P_4} = 8 \times 10^{-6} \{-1.7 \times 10^3 - (-9.6 \times 10^3)\} = 6,3 \times 10^{-2} \text{ J [0.2]}$$

Al ser una quantitat positiva, el treball serà realitzat pel camp. [0.1]

► **E-13)** set'12 [S4 — B3]: ENUNCIAT

Una partícula carregada crea, a una distància  $d$  d'on es troba, un potencial de  $-6,00 \times 10^3 \text{ V}$  i un camp elèctric de mòdul  $667 \text{ N C}^{-1}$ .

- a) Calculeu el valor de la càrrega i el valor de la distància  $d$ .  
 b) Expliqueu com són les línies de camp i les superfícies equipotencials del camp que crea la càrrega.

DADA:  $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .

resolució **E-13** :

set'12 [S4 — B3]

- a) Si  $V < 0 \Rightarrow q < 0$  [0.2]

$$\left. \begin{array}{l} V = k \frac{q}{d} \\ E = k \frac{q}{d^2} \end{array} \right\} \Rightarrow d = \left| \frac{V}{E} \right| = 9,00 \text{ m [0.4]}$$

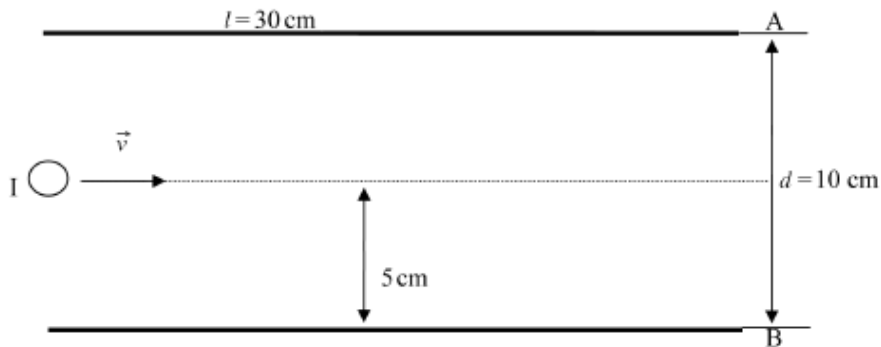
$$q = \frac{dV}{k} = -6,00 \times 10^{-6} \text{ C [0.4]}$$

- b) Les línies de camp segueixen la direcció radial amb centre la càrrega  $q$  [0.25] i el sentit és apuntant cap a la càrrega [0.25].

Les superfícies equipotencials són esferes centrades en la càrrega  $q$  [0.25] i són més juntes com més a prop estan de la càrrega que les genera. [0.25]

► **E-14)** juny'11 [S1 — P1]: ENUNCIAT

Entre dues plaques metàl·liques conductores, de 30 cm de llargària, hi ha un camp elèctric uniforme vertical, d'intensitat  $E = 10^4 \text{ V/m}$ .



- a) A quina velocitat  $\vec{v}$  (horitzontal) s'ha de llançar un electró des de la posició I, a l'entrada del camp, perquè en surti fregant un dels extrems (A o B) de les plaques?
- b) Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu l'electró dins del camp. Calculeu el treball que fa la força elèctrica que actua sobre l'electró en el recorregut que descriu pel camp.

DADES:  $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $Q_{\text{electró}} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

resolució **E-14** :

juny'11 [S1 — P1]

- a) Direcció horitzontal: moviment uniforme  $\Rightarrow vt = L$   
 Direcció vertical: moviment uniformement accelerat  $\Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{D}{2}$  [0.5]  $\Rightarrow$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$$

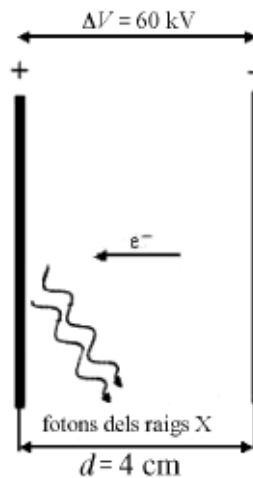
$$\frac{1}{2}at^2 = \frac{D}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{D}{a} = \frac{Dm}{qE} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{Dm}{qE}} \text{ [0.25]}$$

$$v = \frac{L}{t} = \sqrt{\frac{L^2 q E}{D m}} = 3,98 \times 10^7 \text{ m/s [0.25]}$$

- b) 1 Moviment uniforme en una direcció i moviment uniformement accelerat en la direcció perpendicular  $\Rightarrow$  trajectòria parabòlica [0.5]  
 2  $W = \frac{FD}{2} = \frac{qED}{2} = 8,01 \times 10^{-17} \text{ J [0.5]}$

► **E-15)** juny'11 [S4 — P2]: ENUNCIAT

El 1895, Wilhelm Conrad Röntgen va descobrir els raigs X, que, entre altres aplicacions, són un recurs fonamental per a la medicina. La manera més habitual de generar raigs X consisteix a accelerar electrons fins a velocitats altes i a fer-los xocar amb un material, de manera que emetin una part de l'energia, o tota, en forma de raigs X. En un determinat aparell, aquesta acceleració es produeix aplicant als electrons una diferència de potencial de 60 kV al llarg de 4 cm, tal com s'indica en la figura següent:



- Determineu el camp elèctric, que considerem constant, aplicat als electrons a l'interior de les plaques. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu l'energia cinètica amb què xoquen els electrons contra la placa positiva i la freqüència dels fotons dels raigs X emesos. Considereu que els electrons incidents els transfereixen tota l'energia possible; és a dir, l'energia cinètica que porten en xocar contra la placa.

DADES:  $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$ .

resolució **E-15** :

juny'11 [S4 — P2]

- La direcció és perpendicular a les plaques i el sentit és tal que va de la placa positiva a la negativa. **[0,5]**  
 El modul val:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60 \times 10^3 \text{ V}}{0,04 \text{ m}} = 1,5 \times 10^6 \text{ N/C [0,5]}$$

- 

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= q_{e^-} \Delta V = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C } 6 \times 10^4 \text{ V} = -9,6 \times 10^{-15} \text{ J} \\ \Delta E_c &= W_{\text{total}} = -\Delta E_p = 9,6 \times 10^{-15} \text{ J [0,5]} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 E_{fotó} &= \Delta E_c \\
 E_{fotó} &= h \nu \\
 \nu &= \frac{\Delta E_c}{h} = 1,45 \times 10^{19} \text{ Hz } [0,5]
 \end{aligned}$$

► **E-16)** set'11 [S2 — A4]: ENUNCIAT

Les càrregues  $Q_A = -2 \mu\text{C}$ ,  $Q_B = -4 \mu\text{C}$  i  $Q_C = -8 \mu\text{C}$  estan situades sobre una mateixa recta. La càrrega A és a una distància d'1 m de la càrrega B, i la càrrega C està situada entre totes dues.

- Si la força elèctrica total sobre  $Q_C$  deguda a les altres dues càrregues és zero, calculeu la distància entre  $Q_C$  i  $Q_A$ .
- Calculeu el treball que cal fer per a traslladar la càrrega C des del punt on es troba fins a un punt equidistant entre A i B. Interpreteu el signe del resultat.

DADA:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .

**resolució** E-16 :

set'11 [S2 — A4]

- En aquest apartat l'alumne ha de fer un esquema de les forces que actuen sobre la càrrega C. Distància A-C:  $x$ , Distància C-B:  $1 - x$ , per tan tindrem:

$$\begin{aligned}
 \Sigma \vec{F}_C &= 0 \Rightarrow \\
 \vec{F}_{AC} &= -\vec{F}_{BC} \Rightarrow \\
 K \frac{q_A q_C}{x^2} &= K \frac{q_B q_C}{(1-x)^2} [0,5] \Rightarrow \\
 \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 &= \frac{q_B}{q_A} \Rightarrow x = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{q_B}{q_A}}} = 0,41 \text{ m } [0,5]
 \end{aligned}$$

- Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el punt on es troba actualment la càrrega C:

$$V(i) = k \frac{q_A}{|x|} + k \frac{q_B}{|1-x|} [0,2] = -1,05 \times 10^5 \text{ V } [0,1]$$

Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el seu punt mig:

$$V(f) = k \frac{q_A}{0,5} + k \frac{q_B}{0,5} = -1,08 \times 10^5 \text{ V } [0,1]$$

Diferència de potencial elèctric entre el punt final i el punt de partida:

$$\Delta V = V(f) - V(i) = -1,08 \times 10^5 + 1,05 \times 10^5 = -3 \times 10^3 \text{ V } [0,2]$$

Treball fet per les forces elèctriques:  $-\Delta V q_C = -0,024 \text{ J } [0,2]$  Com que el treball fet per les forces elèctriques és negatiu, vol dir que aquest treball l'hem de fer nosaltres externament en contra del camp elèctric. [0,2]

► **E-17)** set'11 [S2 — B3]: ENUNCIAT

Tres càrregues elèctriques puntuals de valor  $Q = 10^{-5} \text{ C}$  es troben, cadascuna, en un vèrtex d'un triangle equilàter de  $\sqrt{3} \text{ m}$  de costat. Dues són positives, mentre que la tercera és negativa.

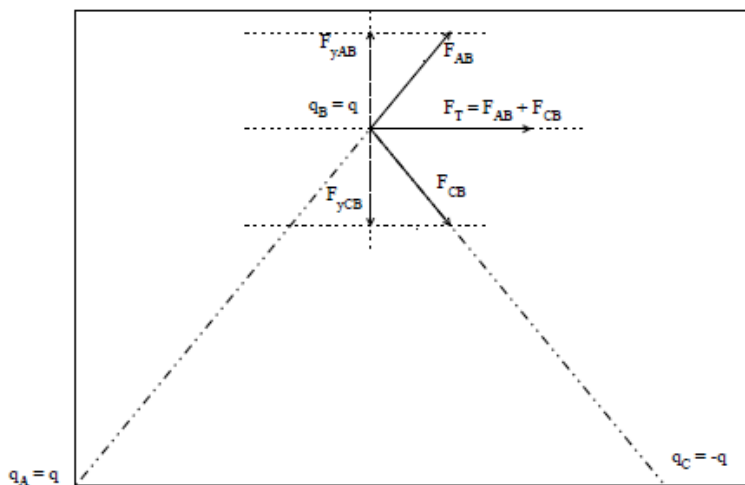
- Calculeu la força elèctrica total que fan la càrrega negativa i una de les positives sobre l'altra càrrega positiva. Dibuixeu un esquema de les forces que actuen sobre les càrregues.
- Calculeu l'energia potencial elèctrica emmagatzemada en el sistema de càrregues. Traslladem una de les càrregues positives al centre del costat que uneix les altres dues càrregues. Determineu el treball fet per la força elèctrica que actua sobre la càrrega que hem traslladat.

DADA:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ .

resolució **E-17** :

set'11 [S2 — B3]

a) La gràfica de les forces que intervien és:



[0,5]

Els components verticals de  $\vec{F}_{AB}$  i  $\vec{F}_{CB}$  són iguals i de sentit contrari, per tant al sumar les forces  $\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CB}$  ens quedarà un vector que només tindrà component horitzontal, per tant tindrem:

$$|F_{AB}| = |F_{CB}| = k \frac{q^2}{l^2} = 0,3 \text{ N} \quad [0,25]$$

L'angle que formen els vectors  $F_{AB}$  i  $F_{CB}$  és de  $120^\circ$  per tant:

$$F_{xAB} = F_{xCB} = |F_{AB}| \cos(60^\circ) = 0,15 \text{ N}$$

en conclusió:

$$\vec{F}_T = 0,3 \vec{i} \text{ N} \quad [0,25]$$

- b) Cada parella de càrregues emmagatzema una certa energia potencial elèctrica. Al ser una magnitud escalar, l'energia potencial total emmagatzemada serà la suma algebraica de les energies potencials respectives, per tant:

$$E_{Pot.Tot.} = E_{Pot.(AB)} + E_{Pot.(AC)} + E_{Pot.(BC)} =$$

$$K \frac{q^2}{l} - K \frac{q^2}{l} - K \frac{q^2}{l} = - \frac{9 \times 10^9 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{3}} = - 0,3\sqrt{3}J = - 0,52J \text{ [0,5]}$$

El treball realitzat per la força elèctrica total el podem calcular de manera senzilla a partir del potencial elèctric generat per les altres dues càrregues:

$$W = q ( V_{final} - V_{inicial} ) \text{ [0,25]}$$

$$V_{final} = K \frac{q}{l/2} - K \frac{q}{l/2} = 0$$

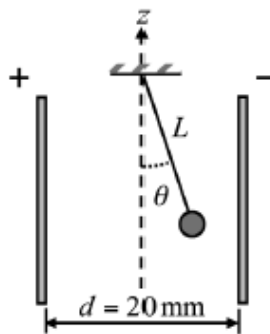
$$V_{inicial} = K \frac{q}{l} - K \frac{q}{l} = 0$$

Per tant el treball per moure la càrrega positiva del vertex superior al centre del costat que uneix les altres dues càrregues serà 0 [0.25].

Una altre manera de veure-ho, es mitjançant l'esquema de l'apartat a), on veiem que el component vertical de la força que actua sobre la càrrega B és zero, per tant el treball generat per aquesta força quan ens movem verticalment serà també zero.

► **E-18)** juny'10 [S1 — P1]: ENUNCIAT

Entre les armadures del condensador planoparal·lel de la figura apliquem una diferència de potencial de 200 V. A l'interior del condensador roman en equilibri una càrrega de 15  $\mu\text{C}$ , de 20 g de massa, penjada d'un fil, tal com indica la figura següent:



- a) Determineu el camp elèctric a l'interior del condensador. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.  
 b) Dibuixeu les forces que actuen sobre la càrrega. Calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical,  $\theta$ , en la figura.

NOTA: L'eix  $z$  indica la vertical.

DADA:  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ .

resolució **E-18** :

juny'10 [S1 — P1]

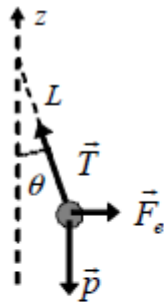
**P1**

a)  $\Delta V = E d$  [0,4]

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{200}{20 \cdot 10^{-3}} = 10.000 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad [0,2]$$

$\vec{E}$  direcció horitzontal, cap a la dreta [0,3],  
 el camp va de potencials alts a potencials baixos [0,1]

b)



[per cada força ben representada] [0,1]

$$p = m g = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 9,80 = 0,20 \text{ N}$$

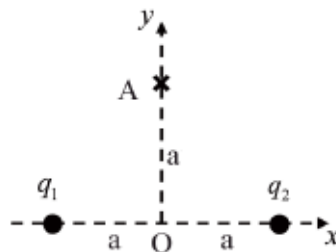
$$F_e = q E = 15 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4 = 0,15 \text{ N} \quad [0,3]$$

$$\left. \begin{array}{l} p = T \cos \theta \\ F_e = T \sin \theta \end{array} \right\} [0,2] \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{F_e}{p} = 0,765 \Rightarrow \theta = 37,4^\circ [0,2]$$

► **E-19)** juny'10 [S4 — A4]: ENUNCIAT

Dues càrregues elèctriques puntuals idèntiques, de valor  $q = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , estan fixes en els punts  $(a, 0)$  i  $(-a, 0)$ , on  $a = 30 \text{ nm}$ . Calculeu:

- Les components del camp elèctric creat per les dues càrregues en el punt A, de coordenades  $(0, a)$ .
- El treball necessari per a portar una càrrega  $Q = 3,20 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  des del punt A fins a l'origen de coordenades. Interpreteu el signe del resultat.

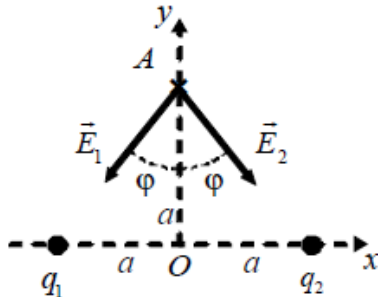


DADES:  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ,  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ .

resolució **E-19** :

juny'10 [S4 — A4]

a)



$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A}; \varphi = 45^\circ; E = K \frac{q}{r^2}$$

$$|\vec{E}_{1A}| = |\vec{E}_{2A}| = 9,0 \cdot 10^9 \cdot \frac{|-1,6 \cdot 10^{-19}|}{(30 \cdot 10^{-9})^2 + (30 \cdot 10^{-9})^2} = 8,00 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad [0,4]$$

$$|E_{1Ay}| = |E_{2Ay}| = 8 \cdot 10^5 \cdot \cos(45^\circ) = 5,66 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

Com que  $E_{1Ax} = -E_{2Ax} \Rightarrow E_{Ax} = 0$  [0,3]

$$E_{Ay} = -2|E_{Ay}| = -1,13 \cdot 10^6 \text{ N/C} \quad [0,3]$$

b)  $V = K \frac{q}{r}$ ;  $V_A = V_{A1} + V_{A2} = -0,068 \text{ V}$  [0,2];  $V_O = V_{O1} + V_{O2} = -0,096 \text{ V}$  [0,2]

$$W_{A \rightarrow O} = -\Delta E_p = -Q\Delta V = -Q(V_O - V_A) = -3,2 \cdot 10^{-19} \cdot (-0,096 - (-0,068)) = 8,96 \cdot 10^{-21} \text{ J} \quad [0,4]$$

El treball el realitzen les forces del camp. [0,2]

► **E-20)** juny'10 [S4 — B4]: ENUNCIAT

Un dispositiu per a accelerar ions està constituït per un tub de 20 cm de llargària dins del qual hi ha un camp elèctric constant en la direcció axial. La diferència de potencial entre els extrems del tub és de 50 kV. Volem accelerar ions  $K^+$  amb aquest dispositiu. Calculeu:

- La intensitat, la direcció i el sentit del camp elèctric dins de l'accelerador i el mòdul, la direcció i el sentit de la força que actua sobre un ió quan és dins del tub.
- L'energia cinètica que guanya l'ió quan travessa l'accelerador. La velocitat que tindrà l'ió a la sortida del tub accelerador, si inicialment estava parat. Indiqueu si, en aquest cas, cal considerar o no la variació relativista de la massa.

DADES:  $m_{\text{ió } K^+} = 6,5 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ ;  $q_{\text{ió } K^+} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

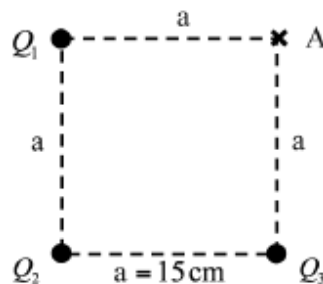
resolució **E-20** :

juny'10 [S4 — B4]

► **E-21)** juny'10 [S5 — B4]: ENUNCIAT

En tres dels vèrtexs d'un quadrat de 15 cm de costat hi ha les càrregues  $Q_1 = +1,0 \mu\text{C}$ ,  $Q_2 = -2,0 \mu\text{C}$  i  $Q_3 = +1,0 \mu\text{C}$ , tal com indica la figura. Calculeu:

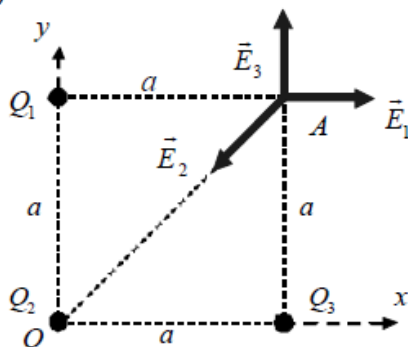
- El camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) creat per les tres càrregues en el quart vèrtex, punt A.
- El potencial elèctric total en el punt A. Calculeu el treball que cal fer per a traslladar una càrrega de  $7,0 \mu\text{C}$  des de l'infinit fins al punt A. Digueu si el camp fa aquest treball o si el fa un agent extern.



resolució **E-21** :

juny'10 [S5 — B4]

a)



$$r_{OA} = \sqrt{a^2 + a^2} = 0,15 \cdot \sqrt{2} \text{ m}$$

$$E_1 = k \frac{Q_1}{a^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,15^2} = 4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad [0,2]$$

$$\text{Per simetria } E_3 = E_1 = 4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad [0,2]$$

$$E_2 = k \frac{Q_2}{r_{OA}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(0,15 \cdot \sqrt{2})^2} = 4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad [0,2]$$

[per cada signe mal posat resteu 0,1 punts (no penalitzeu el mateix error dues vegades)]

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = E_x \hat{i} + E_y \hat{j};$$

$$E_x = E_{x1} - E_{x2} \cos 45 = 1,17 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad [0,2]$$

$$E_y = -E_{y2} \cos 45 + E_{y3} = 1,17 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad [0,2]$$

$$b) V_1 = k \frac{Q_1}{a} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,15} = 6 \cdot 10^4 \text{ V} \quad [0,2]$$

$$V_2 = k \frac{Q_2}{a\sqrt{2}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{0,15 \cdot \sqrt{2}} = -8,48 \cdot 10^4 \text{ V} \quad [0,2]$$

$$V_3 = k \frac{Q_3}{a} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{0,15} = 6 \cdot 10^4 \text{ V} \quad [0,2]$$

[per cada signe mal posat resteu 0,1 punts (no penalitzeu el mateix error dues vegades)]

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 3,52 \cdot 10^4 \text{ V} \quad [0,2]$$

$$U = qV_A = 7 \cdot 10^{-6} \cdot 3,52 \cdot 10^4 = 0,25 \text{ J} \quad [0,1]$$

Treball realitzat per un agent extern, en contra del camp. [0,1]

► **E-22)** set'10 [S2 — A3]: ENUNCIAT

Tenim dues càrregues elèctriques,  $Q_1 = 4 \mu\text{C}$ , situada en el punt  $(-2, 0)$ , i  $Q_2 = -3 \mu\text{C}$ , situada en el punt  $(2, 0)$ .

a) Quina càrrega (valor i signe) hem de posar en el punt  $(4, 0)$  perquè el camp elèctric creat per les tres càrregues en el punt  $(0, 0)$  sigui nul?

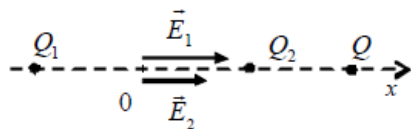
b) Quant val l'energia potencial electrostàtica d'aquesta tercera càrrega quan està situada en aquest punt  $(4, 0)$ ?

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

resolució **E-22** :

set'10 [S2 — A3]



$$E = K \frac{Q}{r^2} \begin{cases} E_1 = K \frac{Q_1}{x_1^2} = 9 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_2 = K \frac{|Q_2|}{x_2^2} = \frac{3}{4} \cdot 9 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{cases} \quad [0,2]$$

Segons la figura:  $\vec{E}_1 = E_1 \hat{i}$ ;  $\vec{E}_2 = E_2 \hat{i}$ ; per tant  $\vec{E}_Q = -(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = -(E_1 + E_2) \hat{i}$ . Això vol dir que Q ha de ser positiva. [0,3]

$$E_Q = E_1 + E_2 = \frac{7}{4} \cdot 9 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad [0,3]; \text{ però, a més } E_Q = K \frac{Q}{4^2} \quad [0,1]. \text{ D'on s'obté: } Q = 28 \mu\text{C} \quad [0,1]$$

b)  $U = qV \quad [0,2]$

$$V_1 = k \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6}}{6} = 6.000 \text{ V} \quad [0,3]$$

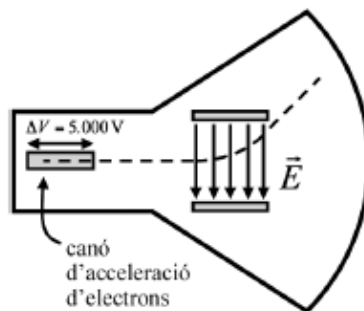
$$V_2 = k \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{2} = -13.500 \text{ V} \quad [0,3]$$

[per cada signe mal posat resteu 0,1 punts (no penalitzeu el mateix error dues vegades)]

$$U = qV = 28 \cdot 10^{-6} \cdot (6.000 - 13.500) = -0,21 \text{ J} \quad [0,2]$$

► **E-23)** set'10 [S2 — B3]: ENUNCIAT

En una pantalla de raigs catòdics, els electrons s'acceleren en passar per un canó amb una diferència de potencial de  $5,0 \cdot 10^3 \text{ V}$  entre els extrems. Després arriben a una zona on hi ha un camp elèctric de mòdul  $1,0 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ , constant i dirigit cap avall.



- Determineu l'energia cinètica i la velocitat dels electrons en sortir del canó d'acceleració.
- Calculeu la força elèctrica que actua sobre els electrons i l'acceleració que experimenten (indiqueu el mòdul, la direcció i el sentit per a les dues magnituds) mentre són a la zona on hi ha el camp elèctric vertical. Justifiqueu si s'ha de tenir en compte o no el pes dels electrons.

DADES:  $m_{\text{electró}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $q_{\text{electró}} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .



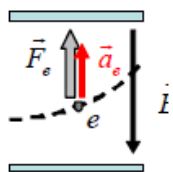
resolució **E-23** :

set'10 [S2 — B3]

a) Treball realitzat pel camp elèctric:  $|W_e| = |q\Delta V| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5.000 = 8,0 \cdot 10^{-16} \text{ J}$  **[0,4]**

$$\frac{1}{2}mv^2 = 8,0 \cdot 10^{-16} \text{ J} \quad \mathbf{[0,3]} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,0 \cdot 10^{-16}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,2 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \mathbf{[0,3]}$$

b)  $|F_e| = |qE| = |-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10.000| = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$  **[0,2]**



$$\vec{F} = m\vec{a}; \quad a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-15}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,8 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \mathbf{[0,2]}$$

direcció i sentit  $\vec{F}_e$  **[0,2]**; direcció i sentit  $\vec{a}_e$  **[0,2]**

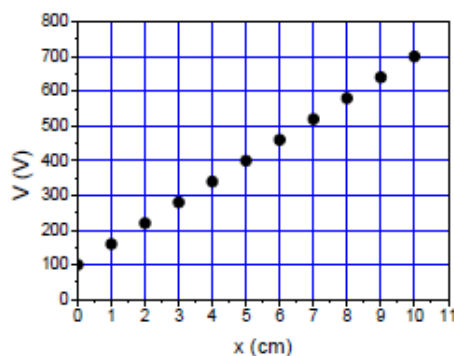
$p_e = m_e g = 8,9 \cdot 10^{-30} \text{ N}$ ;  $p_e \ll F_e$ , per tant no cal tenir en compte el pes dels electrons **[0,2]**

► **E-24)** curs 2009/10 [Extra — A5]: ENUNCIAT

El potencial elèctric a l'interior d'un condensador planoparal·lel ve representat per la figura adjunta, on la  $x$  indica la distància a una de les armadures del condensador. La distància entre les armadures és de 10cm.

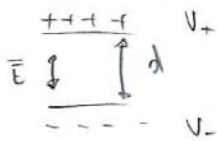
a) Quina és la diferència de potencial entre les armadures?

b) Determineu l'equació de la recta que ajusta els punts de la gràfica. Quant val la intensitat del camp elèctric a l'interior del condensador?



resolució **E-24** :

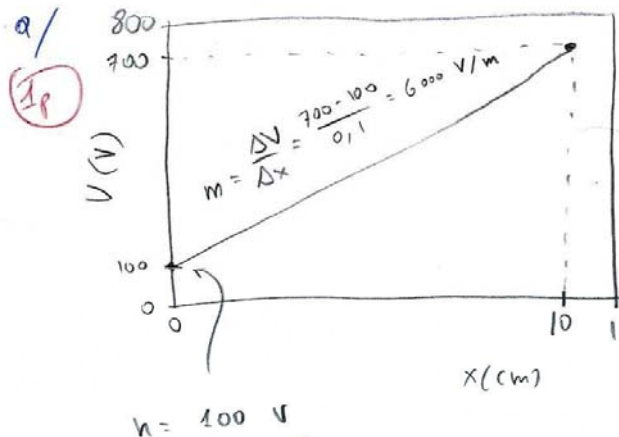
curs 2009/10 [Extra — A5]



$$\Delta V = V_+ - V_-$$

$$\boxed{\Delta V = E \cdot d} \quad (*)$$

$$d = 0,10 \text{ m}$$



$x \rightarrow$  distància a una de les armadures.

$$V = m \cdot x + V_0$$

origen de l'origen

↑  
pendent:  $m = \frac{\Delta V}{\Delta x}$

$$\rightarrow \boxed{\Delta V = 700 - 100 = 600 \text{ V}}$$

diferència de potencial entre les armadures.

$$b/ \quad \boxed{V(x) = 6000 \cdot x + 100}$$

[unitats: S.I.]

$$[*] \Rightarrow \boxed{E = \frac{\Delta V}{d} = m = 6000 \text{ V/m}}$$

(pendent)

► **E-25)** curs 2009/10 [Extra — B5]: ENUNCIAT

Un dipol elèctric és un sistema constituït per dues càrregues del mateix valor i de signe contrari, separades per una distància fixa. Sabem que la càrrega positiva d'un dipol està situada en el punt (0, 0), que la negativa és en el punt (3, 0) i que el valor absolut de cada una de les càrregues és  $10^{-4} \text{ C}$ . Calculeu:

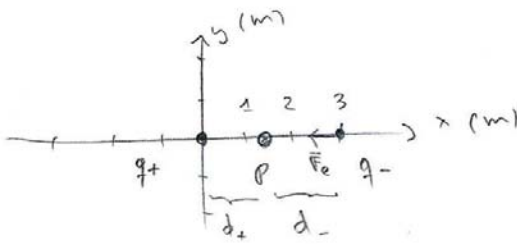
- L'energia necessària per a separar les càrregues del dipol fins a una distància doble de la inicial.
- L'acceleració que experimenta un protó situat en el punt mitjà del segment que uneix les dues càrregues del dipol, si el deixem inicialment en repòs en aquest punt.

NOTA: Les coordenades s'expressen en metres.

DADES:  $q_{\text{protó}} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_{\text{protó}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

resolució **E-25** :

curs 2009/10 [Extra — B5]



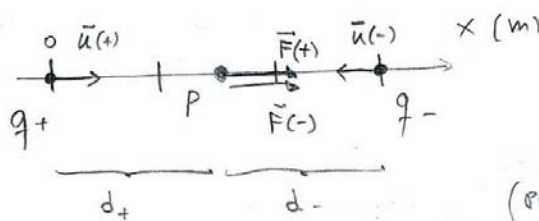
$$\begin{aligned}
 q_+ &= 10 \text{ C} \\
 q_- &= -10 \text{ C} \\
 q_p &= 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\
 m_p &= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
 k &= 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2
 \end{aligned}$$

a/

Imaginem que movem  $q_-$  fins a  $x' = 6 \text{ m}$ . L'energia necessària serà igual al treball que cal fer.

$$\begin{aligned}
 W_{q_-}^{x \rightarrow x'} &= \Delta E_p^{x \rightarrow x'} = q_- \cdot \Delta V^{x \rightarrow x'} = q_- (V(x') - V(x)) = \\
 &= q_- k q_+ \left( \frac{1}{x'} - \frac{1}{x} \right) = -10 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) = \\
 &= 1,5 \cdot 10^{21} \text{ J}
 \end{aligned}$$

b/



$$\begin{cases}
 d_+ = d_- = 1,5 \text{ m} \\
 \vec{a}(+) = \vec{i}; \quad \vec{a}(-) = -\vec{i} \quad (\text{x})
 \end{cases}$$

(per superposició:  $\vec{F}_T = \vec{F}(+) + \vec{F}(-)$ )

• 2<sup>a</sup> llei de Newton:  $\vec{F}_{TOT} = m \vec{a}^0$

$$\Rightarrow \vec{a}^0 = \frac{1}{m_p} (\vec{F}(+) + \vec{F}(-)) =$$

$$= \frac{1}{m_p} \left( k \frac{q_+ q_p}{d_+^2} \vec{u}(+) + k \frac{q_- q_p}{d_-^2} \vec{u}(-) \right) \quad \Rightarrow$$

[força de Coulomb]

$$\Rightarrow \vec{a}^0 = \frac{k q_p}{m_p d_+^2} \vec{i} (q_+ - q_-) \stackrel{q_- = -q_+}{=} 2 \frac{k q_p q_+}{m_p d_+^2} \vec{i} =$$

$$= 2 \cdot \frac{9,00 \cdot 10^9}{1,67 \cdot 10^{-27}} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 10}{(1,5)^2} \vec{i} = 7,66 \cdot 10^{28} \vec{i} \text{ m/s}^2$$