Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la Universitat. Curs 2007-2008

Física

Sèrie 2

Feu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2. A continuació, escolliu UNA de les opcions (A o B): feu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida. Totes les respostes s'han de raonar i justificar.

Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Les qüestions Q1 i Q2 valen 1 punt cadascuna.

Cada qüestió de l'opció A val 1 punt.

Les qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un màxim de 2 punts. Cada qüestió de l'opció B consta de dues preguntes d'elecció múltiple que tenen només una resposta correcta. Respondre encertadament es valorarà amb 0,50 punts; cada resposta en blanc, amb 0 punts, i per cada resposta errònia es descomptaran 0,25 punts. En tot cas, la nota mínima conjunta de les qüestions de l'opció B no serà inferior a 0 punts.

Podeu utilitzar calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

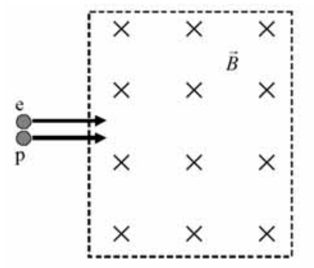
P1) A partir de les dades sobre Júpiter i la Terra del quadre següent, trobeu:
a) L'acceleració de la gravetat a la superfície de Júpiter.
b) La velocitat d'escapament de la superfície de Júpiter.
c) Els anys que tarda Júpiter a fer una volta entorn del Sol.

Dades bàsiques	*Júpiter*	*Terra*
Radi equatorial	71 492 km	6 378 km
Distància mitjana respecte al Sol	778 330 000 km	149 600 000 km
Període de revolució entorn del Sol		1 any
Massa	318 M_{Terra}	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Gravetat superficial a l'equador		9,8 m/s^2

Q1) Un bloc de massa 20 kg cau lliscant per un pla inclinat, salvant un desnivell de 25 m. Si parteix del repòs i assoleix una velocitat final de 15 m/s, determineu l'energia perduda per fricció.

Q2) Un protó i un electró, ambdós a la mateixa velocitat, $\vec{v}_0$, penetren en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme perpendicular a la velocitat de les partícules, tal com s'indica a la figura de sota. Dibuixeu i justifiqueu la trajectòria que descriu cada partícula. Determineu la relació existent entre els radis de les seves òrbites.

DADES: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.



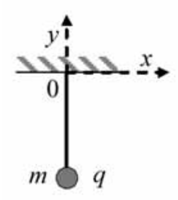
Opció A

P2) Una esfera petita de massa 250 g i càrrega q penja verticalment d'un fil. Apliquem un camp elèctric constant de 10^3 N/C dirigit al sentit negatiu de l'eix d'abscisses i observem que la càrrega es desvia cap a la dreta i que queda en repòs quan el fil forma un angle de 37° amb la vertical.

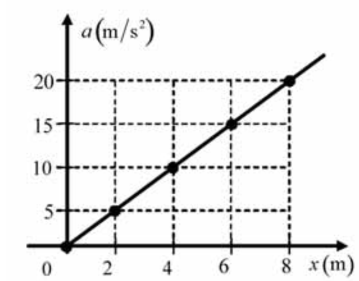
a) Dibuixeu l'esquema corresponent a les forces que actuen sobre la càrrega q en aquesta posició d'equilibri. Quin signe té la càrrega q?

b) Calculeu la tensió del fil.

c) Determineu el valor de la càrrega q.



Q3) En la gràfica següent es mostra com varia l'acceleració d'un cos de massa 10 kg que es mou en línia recta. Quin treball s'ha efectuat sobre el cos per a moure'l des de $x = 0$ fins a $x = 8$ m?



Q4) Una radiació de llum ultraviolada, d'una freqüència d'$1{,}5 \cdot 10^{15}$ Hz, incideix sobre una làmina de coure de manera que es produeix efecte fotoelèctric. La freqüència mínima perquè es produeixi efecte fotoelèctric en aquest metall és $1{,}1 \cdot 10^{15}$ Hz.

a) Calculeu l'energia cinètica màxima dels fotoelectrons emesos.

b) Expliqueu què passaria si la llum incident tingués una longitud d'ona de $3{,}0 \cdot 10^{-7}$ m.

DADES: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Opció B

P2) Dues partícules puntuals es mouen sobre un pla horitzontal sense fregament. La velocitat inicial de la primera partícula, de massa 2 kg, és (2, –3). La velocitat inicial de la segona partícula, de massa 4 kg, és (–3, –3). Les partícules xoquen entre elles i després del xoc es mouen separadament. La velocitat de la primera partícula després del xoc és (–3, –2). Totes les velocitats es donen en coordenades cartesianes i en m/s.

a) Calculeu el mòdul de la velocitat de la segona partícula després del xoc.

b) Determineu si el xoc és elàstic.

c) Calculeu la variació d'energia cinètica que experimenta cada partícula en el xoc.

Les dues qüestions següents tenen format de pregunta d'elecció múltiple. A cada pregunta (tant la 1 com la 2) es proposen tres respostes (*a*, *b*, *c*), de les quals només UNA és correcta. Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadern de respostes. Indiqueu-hi el número de la qüestió, el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que hàgiu triat (exemple: Q2-2-*c*). No cal que justifiqueu la resposta.

Q3) **1.** Quina de les expressions següents dóna l'energia amb què cal llançar un cos des de la superfície terrestre perquè escapi del camp gravitatori?

a) mg_0R_T
b) $mg_0R_T^2$
c) mg_0/R_T

2. Si la intensitat gravitatòria en un punt exterior a la Terra val $g_0/16$, es pot assegurar que aquest punt es troba a una distància de

a) $4R_T$ de la superfície terrestre.
b) $16R_T$ del centre de la Terra.
c) Cap de les respostes anteriors no és correcta.

NOTA: g_0 representa l'acceleració de la gravetat a la superfície terrestre, i R_T representa el radi de la Terra.

Q4) En una cubeta d'ones generem ones de 20 Hz de freqüència i de 2 cm d'amplitud, de manera que tarden 5 s per a recórrer 10 m.

1. La velocitat màxima de vibració dels punts de la superfície de l'aigua és

a) 2 m/s
b) $0{,}8\pi$ m/s
c) 4 m/s

2. La diferència de fase entre dos punts sobre la superfície de l'aigua, situats en la mateixa direcció de propagació de l'ona i separats per una distància de 5 cm, en un instant determinat és

a) $\pi/2$ rad
b) $\pi/4$ rad
c) π rad

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la Universitat. Curs 2007-2008

Física

Sèrie 5

Feu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2. A continuació, escolliu UNA de les opcions (A o B): feu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida. Totes les respostes s'han de raonar i justificar.

Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Les qüestions Q1 i Q2 valen 1 punt cadascuna.

Cada qüestió de l'opció A val 1 punt.

Les qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un màxim de 2 punts. Cada qüestió de l'opció B consta de dues preguntes d'elecció múltiple que tenen només una resposta correcta. Respondre encertadament es valorarà amb 0,50 punts; cada resposta en blanc, amb 0 punts, i per cada resposta errònia es descomptaran 0,25 punts. En tot cas, la nota mínima conjunta de les qüestions de l'opció B no serà inferior a 0 punts.

Podeu utilitzar calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

P1) Una molla horitzontal està unida per l'extrem de l'esquerra a la paret i per l'extrem de la dreta a una partícula de massa 2 kg. Separem la partícula una distància de 25 cm cap a la dreta de la seva posició d'equilibri i la deixem anar. En aquest moment comencem a comptar el temps. La partícula descriu un moviment harmònic simple amb un període de 0,75 s. Quan la partícula es trobi a 0,10 m a la dreta del punt central de l'oscil·lació i s'estigui movent cap a la dreta, determineu:

a) L'energia cinètica de la partícula.

b) L'energia mecànica del sistema.

c) La força resultant que actua sobre la partícula. Doneu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

Q1) A partir de les dades de la taula següent, calculeu el radi de l'òrbita del planeta Júpiter.

Planeta	*Radi de l'òrbita (km)*	*Període de revolució (anys)*
Terra	$148 \cdot 10^6$	1,0
Júpiter		11,9

Q2) Un vagó de massa M es desplaça a una velocitat $\boldsymbol{v}$ per una via horitzontal sense fricció i xoca contra un altre vagó idèntic aturat. Si després de l'impacte ambdós vagons queden units, quin percentatge de l'energia inicial s'ha perdut en el xoc?

Opció A

P2) Dues càrregues puntuals de +2 μC i +20 μC es troben separades per una distància de 2 m.

a) Calculeu el punt, situat entre les dues càrregues, en què el camp elèctric és nul.

b) Busqueu el potencial elèctric en un punt situat entre les dues càrregues i a 20 cm de la càrrega menor.

c) Determineu l'energia potencial elèctrica del sistema format per les dues càrregues.

DADES: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$.

Q3) En una experiència de laboratori, es mesura el flux magnètic a través de la superfície d'una espira i s'observa que varia amb el temps d'acord amb la taula següent:

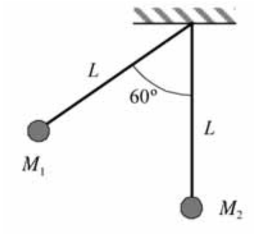
Φ (Wb)	100	80	60	40	20	0	–20	–40	–60	–80	–100
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Dibuixeu el gràfic Φ-t i, d'acord amb aquest, deduïu el valor de la força electromotriu del corrent induït a l'espira.

Q4) Una plataforma circular gira, en un pla horitzontal, respecte d'un eix vertical que passa pel seu centre, a una velocitat de 120/π rpm (revolucions per minut). Determineu el valor de la distància màxima respecte de l'eix a què pot situar-se una massa sobre la plataforma de manera que giri solidàriament amb aquesta, sense lliscar, sabent que el coeficient de fregament estàtic val 0,5.

Opció B

P2) Dues masses, M_1 = 200 g i M_2 = 400 g, pengen de dos fils inextensibles d'1 m de longitud cada un. Inicialment els dos fils formen un angle de 60°, tal com es mostra en la figura següent:



En un moment determinat deixem anar la massa M_1, de manera que es produeix un xoc perfectament elàstic contra la massa M_2. Calculeu:

a) La velocitat de cada massa justament després del xoc.

b) El valor de la variació de la quantitat de moviment que experimenta la massa M_1 en el xoc.

c) L'altura que assolirà la massa M_2 després del xoc.

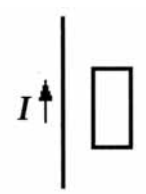
Les dues qüestions següents tenen format de pregunta d'elecció múltiple. A cada pregunta (tant la 1 com la 2) es proposen tres respostes (*a*, *b*, *c*), de les quals només UNA és correcta. Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadern de respostes. Indiqueu-hi el número de la qüestió, el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que hàgiu triat (exemple: Q2-2-*c*). No cal que justifiqueu la resposta.

Q3) Llancem cap amunt, amb una certa velocitat inicial, un cos de massa 1 kg per un pendent de 37° de manera que recorre 10 m fins a aturar-se i posteriorment torna al punt de partida. El coeficient de fricció entre el cos i el pla inclinat val 0,1.

1. El treball que fa el pes sobre la massa
a) és positiu a la pujada.
b) val –59,0 J a la baixada.
c) des que surt fins que torna al punt de partida (pujada i baixada) és nul.

2. El treball que fa la força de fricció sobre la massa
a) val –9,80 J a la pujada.
b) val –7,83 J a la baixada.
c) des que surt fins que torna al punt de partida (pujada i baixada) és nul.

Q4) Per un fil conductor que podem considerar infinitament llarg circula un corrent elèctric ascendent. Tal com s'indica en la figura següent, prop del fil hi ha una espira rectangular amb dos costats paral·lels al fil.



1. Si augmenta la intensitat del corrent que circula pel fil,
a) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit horari.
b) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit antihorari.
c) a l'espira no s'indueix cap corrent elèctric.

2. Si mantenim constant la intensitat del corrent que passa pel fil i movem l'espira paral·lelament a si mateixa apropant-la al fil conductor,
a) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit antihorari.
b) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit horari.
c) a l'espira no s'indueix cap corrent elèctric.

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Sèrie 2

P1

a) $F = G\dfrac{mM}{r^2} \Rightarrow g = G\dfrac{M}{R^2} \quad \begin{cases} \text{Terra} \;\; g_T = G\dfrac{M_T}{R_T^2} \\ \text{Júpiter} \;\; g_J = G\dfrac{M_J}{R_J^2} \end{cases} ; \; g_T\dfrac{R_T^2}{M_T} = g_J\dfrac{R_J^2}{M_J}$ **[0,5]**

$g_J = g_T\dfrac{R_T^2}{R_J^2}\dfrac{M_J}{M_T} = 9{,}8\cdot\left(\dfrac{6378\cdot10^3}{71492\cdot10^3}\right)^2\cdot318 = 24{,}8\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **[0,5]**

La resolució d'aquest problema es valorarà correctament si, en lloc de seguir el procediment anterior, es resol utilitzant el valor numèric de G, malgrat no es doni en l'enunciat.

$g_J = G\dfrac{M_J}{R_J^2}$ **[0,5]**; $g_J = 24{,}8\,\text{m/s}^2$ **[0,5]**

b) $\dfrac{1}{2}mv_e^2 = mg_JR_J$ **[0,5]**; $v_e = \sqrt{2g_JR_J} = \sqrt{2\cdot24{,}8\cdot71492\cdot10^3} = 59.548\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,5]**

c) tercera llei de Kepler: $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{GM_S}R^3$

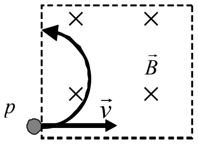
$\left(\dfrac{T_J}{T_T}\right)^2 = \left(\dfrac{R_J}{R_T}\right)^3$ **[0,6]** $\Rightarrow T_J = T_T\left(\dfrac{R_J}{R_T}\right)^{3/2} = 11{,}81\,\text{anys}$ **[0,4]**

Q1

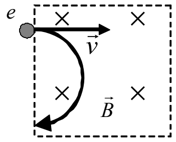
$W = \Delta E_m = E_{final} - E_{inicial}$ **[0,3]**; $W = \dfrac{1}{2}mv_f^2 - mgh_i = \dfrac{1}{2}\cdot20\cdot15^2 - 20\cdot9{,}8\cdot25 = -2.650\,\text{J}$ **[0,7]**. L'energia perduda és igual a l'energia dissipada pel fregament.

Q2

La força és perpendicular a la velocitat i, per tant, no produeix treball, modifica la direcció de la velocitat de la partícula però no el seu mòdul. Així, l'acceleració tangencial de la pertícula és nul·la. Les partícules descriuran un moviment circular uniforme. Les trajectòries seran dues circumferències. **[0,2]**



[0,2]



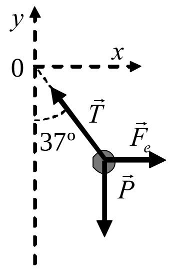
[0,2] (Les trajectòries no estan fetes a escala).

La força magnètica, $F = qvB$, proporciona la força centrípeta;

$qvB = m\dfrac{v^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{mv}{qB}$ **[0,2]**; $\dfrac{R_p}{R_e} = \dfrac{m_p}{m_e} = \dfrac{1{,}67\cdot10^{-27}}{9{,}11\cdot10^{-31}} = 1.833$ **[0,2]**

OPCIÓ A

P2
a)



representacions: $\vec{F}_e$ **[0,4]**; $\vec{T}$ **[0,3]**; $\vec{P}$ **[0,1]**

q és negativa, ja que $\vec{F}_e = q\vec{E}$, $\vec{E} = -10^3\hat{\imath}$ i la càrrega es desvia cap a la dreta. **[0,2]**

b) equilibri de la partícula: $F_y = T\cos 37 - p = 0$ **[0,7]**; $T = \dfrac{mg}{\cos 37} = \dfrac{0,250 \cdot 9,8}{\cos 37} = 3,07\ \text{N}$ **[0,3]**

c) equilibri de la partícula: $F_x = -T\sin 37 + F_e = 0$ **[0,5]**

$-T\sin 37 + qE = 0$ **[0,2]**; $q = \dfrac{T\sin 37}{E} = \dfrac{3,07 \cdot \sin 37}{-10^3} = -1,85 \cdot 10^{-3}\ \text{C}$ **[0,3]**

També es pot resoldre posant el mòdul de *q* i del camp: $-T\sin 37 + |q||E| = 0$ **[0,2]**; $|q| = 1,85 \cdot 10^{-3}\ \text{C}$ **;**
$q = -1,85 \cdot 10^{-3}\ \text{C}$ **[0,3]**

Q3
$\vec{F} = m\vec{a}$; $W = \int_{inicial}^{final} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int_{inicial}^{final} F\,dx = \text{àrea sota el gràfic F-x} = m\left(\text{àrea sota el gràfic a-x}\right)$ **[0,6]**
(no cal que, a la resposta, s'expliciti que s'ha de fer una integral)
$W = 10 \cdot \dfrac{20 \cdot 8}{2} = 800\ \text{J}$ **[0,4]**

Q4
a) $h\upsilon_{\text{incident}} = h\upsilon_{\text{llindar}} + E_c$ **[0,2]**
$E_c = h\left(\upsilon_{\text{incident}} - \upsilon_{\text{llindar}}\right) = 6,62 \cdot 10^{-34}\left(1,5 \cdot 10^{15} - 1,1 \cdot 10^{15}\right) = 2,65 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$ **[0,3]**
b) energia de la radiació incident: $E = h\upsilon$; però $c = \lambda\upsilon$
$E = h\upsilon = h\dfrac{c}{\lambda} = 6,62 \cdot 10^{-34}\ \dfrac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{-7}} = 6,62 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$ **[0,1]**
Energia llindar $E = h\upsilon_{\text{llindar}} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 1,1 \cdot 10^{15} = 7,28 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$ **[0,1]**
No es produirà efecte fotoelèctric ja que l'energia dels fotons de la llum incident és menor que l'energia llindar (que és l'energia mínima perque es produeixi l'efecte fotoelèctric). **[0,3]**
Resposta alternativa: $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{-7}} = 1 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$ **[0,2]**;
com que $f < f_{\text{llindar}} \Rightarrow E_{\text{incident}} < E_{\text{llindar}}$, no es produirà efecte fotoelèctric **[0,3]**

OPCIÓ B

P2

a) $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}\,'_1 + m_2\vec{v}\,'_2$ **[0,3]**

$2\cdot(2,-3)+4\cdot(-3,-3)=2\cdot(-3,-2)+4\vec{v}\,'_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{v}\,'_2=\left(-\frac{1}{2},-\frac{7}{2}\right)$ **[0,5]**

$v'_2=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{7}{2}\right)^2}=3,54\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,2]**

b) $v_1=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}\,\text{m/s}$; $v_2=\sqrt{(-3)^2+(-3)^2}=\sqrt{18}\,\text{m/s}$; $v'_1=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{13}\,\text{m/s}$ **[0,2]**

$$\left.\begin{array}{l} E_c=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 13+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 18=49\,\text{J} \\ E'_c=\frac{1}{2}m_1v'^2_1+\frac{1}{2}m_2v'^2_2=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 13+\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3,54^2=38\,\text{J} \end{array}\right\}$$

[0,3] $E_c \neq E'_c$, el xoc no és elàstic **[0,5]**

c) $E_{c1}=\frac{1}{2}m_1v'^2_1-\frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot(13-13)=0\,\text{J}$ **[0,5]**

$E_{c2}=\frac{1}{2}m_2v'^2_2-\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot\left(3,54^2-18\right)=-11\,\text{J}$ **[0,5]**

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3
1. A
2. C

Q4
1. B
2. C

Sèrie 5

P1

a)) $E_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ **[0,4]**

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,75} = 8,38\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,1]**; $k = m\omega^2 = 2\cdot 8,38^2 = 140\ \text{N/m}$ **[0,3]**

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 140\cdot\left(0,25^2 - 0,10^2\right) = 3,7\ \text{J}$ **[0,2]**

Solució alternativa: $x = A\cos\left(\omega t + \theta_0\right)$
El sentit positiu de les X és cap a la dreta. La posició d'equilibri correspon a x=0.
condicions inicials: $t = 0$; $A = A\cos\left(0 + \theta_0\right) \Rightarrow \cos\theta_0 = 1 \Rightarrow \theta_0 = 0$ **[0,2]**

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,75} = 8,38\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,1]**

per $x_1 = 0,10\,\text{m}$: $0,10 = 0,25\cos\omega t \Rightarrow \omega t = \pm 1,16\,\text{rad}$ **[0,2]**

$v = \dot{x} = -A\omega\sin\left(\omega t\right)$ **[0,1]**

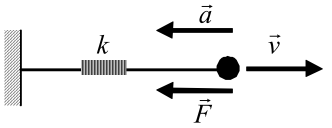
per $x_1 = 0,10\,\text{m}$ (i es mou cap a la dreta); $v_1 = -0,25\cdot 8,38\sin\left(-1,16\right) = 1,92\,\text{m/s}$ **[0,3]**

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1,92^2 = 3,7\ \text{J}$ **[0,1]**

b) $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}m\left(A\omega\right)^2$ **[0,7]**; $E_m = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\left(0,25\cdot 8,38\right)^2 = 4,4\ \text{J}$ **[0,3]**

Solució alternativa: $E_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ **[0,7]**; $E_{\text{total}} = \frac{1}{2}\cdot 140\cdot 0,25^2 = 4,4\ \text{J}$ **[0,3]**

c) $F = ma = m\omega^2 x$ **[0,4]**; $F_1 = 14,04\ \text{N}$ **[0,2]**



[0,4]

Q1

segona llei de Kepler: $T^2 = CR^3$
Terra: $T_T^2 = CR_T^3$; Júpiter: $T_J^2 = CR_J^3$ **[0,4]**

$\left(\frac{T_J}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{R_J}{R_T}\right)^3$ **[0,3]**; $\Rightarrow R_J = R_T\left(\frac{T_J}{T_T}\right)^{2/3} = 771\cdot 10^6\ \text{km}$ **[0,3]**

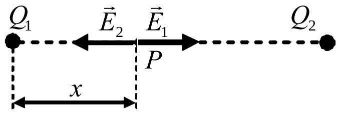
Q2

$Mv = 2Mv' \Rightarrow v' = v/2$ **[0,5]**

$$\text{energia perduda}(\%) = \frac{E_{\text{inicial}} - E_{\text{final}}}{E_{\text{inicial}}}\cdot 100 = \frac{\frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}\left(2M\right)v'^2}{\frac{1}{2}Mv^2}\cdot 100 = 50\%$$ **[0,5]**

OPCIÓ A

P2



a) $\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad E_1 = E_2$ **[0,2]**;

$E = k\dfrac{|q|}{r^2}$; $E_1 = 9\cdot 10^9 \dfrac{2\cdot 10^{-6}}{x^2}$ **[0,2]**; $E_2 = 9\cdot 10^9 \dfrac{20\cdot 10^{-6}}{(2-x)^2}$ **[0,3]**;

$E_1 = E_2 \;\Rightarrow\; \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{20}{(2-x)^2} \;\Rightarrow\; 9x^2 + 4x - 4 = 0 \;\Rightarrow\; x = \begin{cases} 0,48\,\text{m} \\ \text{-0,93}\,\text{m} \end{cases}$ **[0,2]**

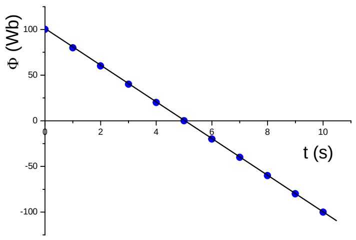
la solució negativa no té sentit en aquest cas **[0,1]**

b) $V = k\dfrac{q}{r}$; $V_1 = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{2\cdot 10^{-6}}{0,20} = 90\cdot 10^3\ \text{V}$ **[0,4]**; $V_2 = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{20\cdot 10^{-6}}{1,80} = 100\cdot 10^3\ \text{V}$ **[0,4]**;

$V = V_1 + V_2 = 190\cdot 10^3\ \text{V}$ **[0,2]**

c) $U_p = k\dfrac{Q_1 Q_2}{d}$ **[0,4]**; $U_p = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{2\cdot 10^{-6}\cdot 20\cdot 10^{-6}}{2} = 0,18\,\text{J}$ **[0,6]**

Q3



[0,1]

$\Phi = 100 - 20t$ **[0,4]**; $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ **[0,2]**; $\varepsilon = 20\,\text{V}$ **[0,3]**

Q4

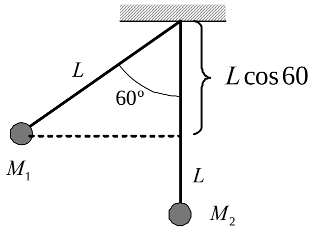
$F_{\text{centripeta}} = F_{\text{fregament}}$; $\quad m\omega^2 r = \mu m g$ **[0,5]**

$\omega = \dfrac{120}{\pi}\text{rpm} = \dfrac{120}{\pi}\dfrac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \dfrac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}} \cdot \dfrac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\text{rev}} = 4\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,3]**

$r = \dfrac{\mu g}{\omega^2} = \dfrac{0,5\cdot 9,8}{4^2} = 0,31\,\text{m}$ **[0,2]**

OPCIÓ B

P2
a)



$H = L - L\cos 60 = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$M_1 gH = \frac{1}{2}M_1 v_1^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 0{,}5} = 3{,}13\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,2]**

en el xoc: $M_1 v_1 = M_1 v'_1 + M_2 v'_2$ **[0,3]**

xoc elàstic: $\frac{1}{2}M_1 v_1^2 = \frac{1}{2}M_1 v'^2_1 + \frac{1}{2}M_2 v'^2_2$ **[0,3]**

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}2\cdot 3{,}13 = 0{,}2\cdot v'_1 + 0{,}4\cdot v'_2 \\ 0{,}2\cdot 3{,}13^2 = 0{,}2\cdot v'^2_1 + 0{,}4\cdot v'^2_2 \end{array}\right\} \quad v'_1 = -1{,}04\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; \qquad v'_2 = 2{,}09\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **[0,2]**

b) $\Delta p = M_1 v'_1 - M_1 v_1 = M_1\left(v'_1 - v_1\right) = 0{,}2\cdot\left(-1{,}04 - 3{,}13\right) = -0{,}83\frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}}$ **[0,8] + [0,2] (unitats)**

c) després del xoc: $E_2 = \frac{1}{2}M_2 v'^2_2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}4\cdot 2{,}09^2 = 0{,}87\,\mathrm{J}$ **[0,2]**

$E_2 = M_2 g H_2$ **[0,4]**; $H_2 = \frac{E_2}{M_2 g} = \frac{0{,}87}{0{,}4\cdot 9{,}8} = ,22\,\mathrm{m}$ **[0,4]**

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntua amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3
1. C
2. B

Q4
1. B
2. A

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la Universitat. Curs 2007-2008

Física

Sèrie 4

Feu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2. A continuació, escolliu UNA de les opcions (A o B): feu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida. Totes les respostes s'han de raonar i justificar.

Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Les qüestions Q1 i Q2 valen 1 punt cadascuna.

Cada qüestió de l'opció A val 1 punt.

Les qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un màxim de 2 punts. Cada qüestió de l'opció B consta de dues preguntes d'elecció múltiple que tenen només una resposta correcta. Respondre encertadament es valorarà amb 0,50 punts; cada resposta en blanc, amb 0 punts, i per cada resposta errònia es descomptaran 0,25 punts. En tot cas, la nota mínima conjunta de les qüestions de l'opció B no serà inferior a 0 punts.

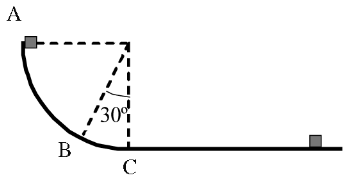
Podeu utilitzar calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

P1) Deixem anar un cos d'1 kg de massa des del punt A, situat sobre una pista constituïda per un quadrant de circumferència de radi $R = 1{,}5$ m i en la qual es considera negligible el fregament, tal com es veu a la figura de sota. Quan el cos arriba a la part inferior del quadrant (punt C), llisca sobre una superfície horitzontal fins que queda aturat a una distància de 2,7 m del punt C. Trobeu:

a) La velocitat del cos en el punt C.

b) El coeficient de fregament cinètic entre la pista i el cos a la part horitzontal.

c) La força que fa el cos sobre la pista quan passa pel punt B.



Q1) La Xarxa d'Instruments Oceanogràfics i Meteorològics (XIOM) fa servir boies marines per a estudiar l'onatge. De les estadístiques dels últims deu anys es pot extreure que, de mitjana, l'onatge a la costa catalana té una alçada (distància entre el punt més baix i el més alt de l'onada) de 70 cm i un període de 5 s. Escriviu l'equació del moviment d'una boia que es mou com aquesta onada mitjana.

Q2) Calculeu el valor de l'energia mecànica de la Lluna. Considereu únicament el sistema format per la Terra i la Lluna.

DADES: Constant de la gravitació universal $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; massa de la Terra $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; massa de la Lluna $M_L = 7{,}36 \cdot 10^{22}$ kg; distància de la Terra a la Lluna $D_{T\text{-}L} = 3{,}84 \cdot 10^8$ m.

Opció A

P2) Dues càrregues elèctriques puntuals de $+3\ \mu C$ i $-7\ \mu C$ es troben situades, respectivament, en els punts (0, 3) i (0, –5) d'un pla. Calculeu:

a) El camp elèctric que creen aquestes càrregues en el punt P(4, 0).

b) La diferència de potencial $V(O) - V(P)$, on O és el punt (0, 0).

c) El treball que cal fer per a traslladar una càrrega de $+5\ \mu C$ des del punt O(0, 0) fins al P(4, 0). Interpreteu el signe del resultat.

NOTA: Les coordenades dels punts s'expressen en metres.

DADES: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

Q3) En una experiència de laboratori, mesurem la longitud d'una molla vertical fixada per l'extrem superior quan hi pengem diferents masses de l'extrem inferior. A la taula següent hi ha els resultats obtinguts, on ΔL representa l'allargament de la molla quan li pengem de l'extrem inferior una massa m.

m (g)	200	300	400	500	600	700
ΔL (cm)	32,7	49,0	65,3	81,7	98,0	114,3

a) Representeu gràficament l'allargament (ordenada) en funció de la força que actua sobre la molla (abscissa). Doneu l'equació de la funció que ajusta els valors experimentals.

b) Determineu la constant elàstica de la molla. Expresseu el resultat en les unitats del sistema internacional (SI).

DADES: $g = 9{,}81\ m/s^2$.

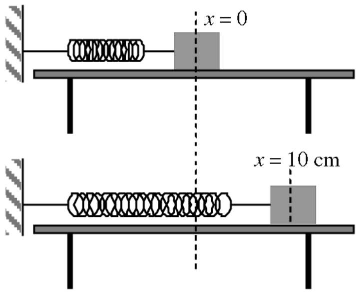
Q4) Un raig de llum de color groc de 580 nm es propaga per l'aire a una velocitat de $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s i incideix sobre un vidre que té un índex de refracció d'1,55 per a aquesta llum. Calculeu:

a) La freqüència de la llum groga en l'aire i la seva velocitat de propagació en el vidre.

b) La freqüència i la longitud d'ona de la llum groga en el vidre.

Opció B

P2) Sobre una taula horitzontal hi ha una massa de 380 g lligada a l'extrem d'una molla de constant recuperadora k = 15 N/m. L'altre extrem de la molla és fix, i el fregament del conjunt és negligible. Desplacem la massa 10 cm des de la posició d'equilibri, tal com es veu a les figures següents, i la deixem anar.



Trobeu:

a) El període del moviment.

b) L'equació del moviment, tenint en compte que quan t = 0 s, la molla està a l'elongació màxima positiva, com es veu a la segona figura.

c) L'energia cinètica de la massa quan passa per un punt situat 2 cm a la dreta de la posició d'equilibri.

Les dues qüestions següents tenen format de pregunta d'elecció múltiple. A cada pregunta (tant la 1 com la 2) es proposen tres respostes (*a*, *b*, *c*), de les quals només UNA és correcta. Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadern de respostes. Indiqueu-hi el número de la qüestió, el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que hàgiu triat (exemple: Q2-2-*c*). No cal que justifiqueu la resposta.

Q3) **1.** La imatge d'un objecte produïda per un mirall pla és

a) dreta, real, de la mateixa mida i simètrica respecte de la superfície del mirall.

b) dreta, virtual, de la mateixa mida i simètrica respecte de la superfície del mirall.

c) dreta, virtual, de mida diferent i simètrica respecte de la superfície del mirall.

2. La imatge que forma una lent divergent i prima és sempre

a) virtual, dreta i de mida més petita que l'objecte.

b) dreta o invertida, segons el lloc on estigui situat l'objecte.

c) virtual, dreta i de mida més gran que l'objecte.

Q4) Dins d'un camp magnètic constant, un electró descriu un moviment circular i uniforme en un pla horitzontal com el d'aquest paper, amb un sentit de gir com el de les agulles del rellotge.

1. El camp magnètic que obliga l'electró a descriure el moviment circular

a) depèn de la velocitat de l'electró.

b) és perpendicular a aquest paper i de sentit cap enfora.

c) és perpendicular a aquest paper i de sentit cap endins.

2. Podem considerar que, quan gira, l'electró és un corrent elèctric elemental i, per tant,

a) crea un camp magnètic, a l'interior de la seva trajectòria, perpendicular al paper i de sentit cap enfora.

b) no crea cap camp magnètic.

c) crea un camp magnètic, a l'interior de la seva trajectòria, perpendicular al paper i de sentit cap endins.

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

SÈRIE 4

P1

a) sistema conservatiu: $E_{mA} = E_{mC}$ **[0,3]**

origen d'energia potencial en l'horitzontal que passa pel punt A $\Rightarrow$ $E_{mA} = 0$

$E_{mC} = \frac{1}{2}mv_C^2 - mgR = 0$ **[0,5]**; $\Rightarrow$ $v_C = \sqrt{2gR} = 5,42\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,2]**

b) $W = \Delta E_{cin}$ **[0,2]**;

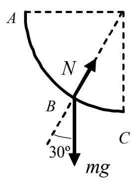
$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = -\mu N\Delta x = -\mu mg\Delta x$ **[0,3]**; $\Delta E_{cin} = 0 - \frac{1}{2}mv_C^2$ **[0,3]**;

$\Rightarrow$ $\mu = \frac{v_C^2}{2g\Delta x} = \frac{5,42^2}{2\cdot 9,8\cdot 2,7} = 0,56$ **[0,2]**

Resposta alternativa. $F = -\mu N = -\mu mg = ma$ **[0,3]**

$\left.\begin{aligned} v_{\text{final}} &= v_C + at \\ d &= v_C t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned}\right\} t = -\frac{v_C}{a} \Rightarrow a = -\frac{v_C^2}{2d} = -\frac{5,42^2}{2\cdot 2,7} = -5,44\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **[0,5]**; $\mu = -\frac{a}{g} = -\frac{-5,44}{9,8} = 0,56$ **[0,2]**

c)



$E_{mA} = E_{mB} = 0$ **[0,2]**

$h_B = R\cos 30 = 1,3\,\mathrm{m}$

$E_{mB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_B = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_B} = 5,05\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,2]**

$N - mg\cos 30 = m\frac{v_B^2}{R}$ **[0,3]**;

$N = mg\cos 30 + m\frac{v_B^2}{R} = 1\cdot 9,8\cdot\cos 30 + 1\cdot\frac{5,05^2}{1,5} = 25,5\,\mathrm{N}$ **[0,3]**

Q1

$A = \frac{0,70}{2} = 0,35\,\mathrm{m}$ **[0,2]**; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 0,4\pi\,\mathrm{rad}$ **[0,2]**

$y = A\cos(\omega t + \theta_0) = 0,35\cdot\cos(0,4\pi t + \theta_0)$ (en m) **[0,5]** (si no posen la θ_0 → **[0,4]**)

El valor de θ_0, depèn de les condicions inicials. Podem començar a comptabilitzar el temps de manera que $\theta_0 = 0$ (cal justificació). **[0,1]**

També s'admet que posin la funció sinus en lloc de la cosinus.

Q2

$E_{mec} = E_{cin} + E_{pot} = \frac{1}{2}M_L v^2 - G\frac{M_T}{D_{T-L}}M_L$ **[0,4]**;

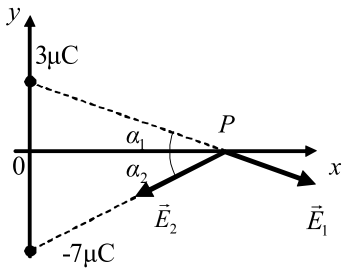
$a_c = \frac{v^2}{r}$; $\frac{v^2}{D_{T-L}} = G\frac{M_T}{D_{T-L}^2} \Rightarrow v^2 = G\frac{M_T}{D_{T-L}}$ **[0,4]**

$E_{mec} = \frac{1}{2}M_L G\frac{M_T}{D_{T-L}} - G\frac{M_T}{D_{T-L}}M_L = -\frac{1}{2}G\frac{M_T M_L}{D_{T-L}} = -3,82\cdot 10^{28}\,\mathrm{J}$ **[0,2]**

OPCIÓ A

P2

a)



$$r_1 = \sqrt{3^2+4^2} = 5\,\text{m}\,;\; r_2 = \sqrt{4^2+5^2} = 6{,}4\,\text{m}$$

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{3\cdot10^{-6}}{5^2} = 1.080\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$ **[0,2]**

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{7\cdot10^{-6}}{6{,}4^2} = 1.537\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$ **[0,2]**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = E_1\cos\alpha_1 - E_2\cos\alpha_2 = 1.080\cdot\frac{4}{5} - 1.537\cdot\frac{4}{6{,}4} = -97\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$ **[0,3]**

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = -E_1\sin\alpha_1 - E_2\sin\alpha_2 = 1.080\cdot\frac{3}{5} - 1.537\cdot\frac{5}{6{,}4} = -1.849\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$ **[0,3]**

b) $V = k\dfrac{q}{r}$; $V_0 = 9\cdot10^9\cdot\dfrac{3\cdot10^{-6}}{3} + 9\cdot10^9\cdot\dfrac{-7\cdot10^{-6}}{5} = -3.600\,\text{V}$ **[0,4]**

$V_P = 9\cdot10^9\cdot\dfrac{3\cdot10^{-6}}{5} + 9\cdot10^9\cdot\dfrac{-7\cdot10^{-6}}{6{,}4} = -4.444\,\text{V}$ **[0,4]**; $V_0 - V_P = 844\,\text{V}$ **[0,2]**

c) treball realitzat pel camp: $W = -q\Delta V = -q\left(V_P - V_0\right)$ **[0,4]**;

$W = -q\left(V_P - V_0\right) = q\left(V_0 - V_P\right) = -5\cdot10^{-6}\cdot\left(-844\right) = 4{,}22\cdot10^{-3}\,\text{J}$ **[0,4]**

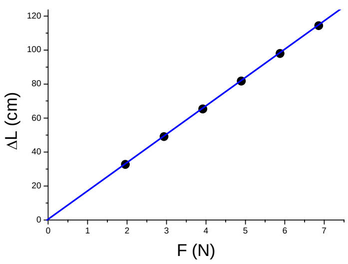
realitzat per les forces del camp **[0,2]**

Q3

a) $F = mg$

m (g)	200	300	400	500	600	700
Δ*L* (cm)	32,7	49,0	65,3	81,7	98,0	114,3
F (N)	1.96	2,94	3,92	4,91	5,89	6,87

[0,2]



equació de la recta: $\Delta L = 16{,}7\,F$ **[0,3]**

b) llei de Hooke: $F = k\Delta\ell$

$F = P = \dfrac{1}{16{,}7}\Delta L = \dfrac{1}{16{,}7}\cdot\dfrac{\Delta L}{100}$ **[0,2]**; (ΔL en m). $k = \dfrac{1}{16{,}7\cdot100} = 5{,}99\cdot10^{-4}\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ **[0,3]**

Q4

a) $v = \lambda f \;\Rightarrow\; f = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{3{,}0\cdot10^8}{580\cdot10^{-9}} = 5{,}2\cdot10^{14}\,\text{Hz}$ **[0,2]**;

$n = \dfrac{c}{v} \;\Rightarrow\; v_{\text{vidre}} = \dfrac{c}{n} = \dfrac{3{,}0\cdot10^8}{1{,}55} = 1{,}9\cdot10^8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,3]**

b) $f_{\text{vidre}} = f_{\text{aire}} = 5,2\cdot10^{14}\ \text{Hz}$ **[0,3]**; $\lambda_{\text{vidre}} = \dfrac{v_{\text{vidre}}}{f_{\text{vidre}}} = \dfrac{1,9\cdot10^{8}}{5,2\cdot10^{14}} = 3,6\cdot10^{-7}\ \text{m}$ **[0,2]**

OPCIÓ B

P2

a) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{15}{0,380}} = 6,28\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,5]**; $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 1\,\text{s}$ **[0,5]**

Si directament escriuen: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0,380}{15}} = 1\,\text{s}$ **[1]**

b) $x = A\cos\left(\omega t + \theta_0\right)$

condicions inicials: $t = 0; x = A \quad \Rightarrow \quad 0,10 = 0,10\cos\left(\omega\cdot 0 + \theta_0\right) \quad \Rightarrow \quad \cos\theta_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = 0\,\text{rad}$ **[0,4]**

equació del moviment: $x = 0,10\cdot\cos\left(6,28t\right)$ (en metres) **[0,6]**

El problema també es pot resoldre agafant una funció sinus per a l'elongació. En aquest cas, valoreu la resolució de forma equivalent a la resolució anterior. $x = 0,10\cdot\sin\left(6,28t + \pi/2\right)$

c) $E = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}kA^2$ **[0,5]**

$\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}kA^2 - \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}\cdot15\cdot\left(0,10^2 - 0,02^2\right) = 7,20\cdot10^{-2}\ \text{J}$ **[0,5]**

Resolució alternativa. $v = \dot{x} = -0,10\cdot 6,28\cdot\sin\left(6,28t\right)$ **[0,2]**

en el punt situat a 2cm a la dreta de la posició d'equilibri:

$0,02 = 0,10\cdot\cos\left(6,28t\right) \quad \Rightarrow \quad \cos\left(6,28t\right) = 0,20 \quad \Rightarrow \quad 6,28t = 1,37\,\text{rad}$ **[0,3]**

velocitat d'aquest punt: $v\left(2\text{cm}\right) = -0,10\cdot 6,28\cdot\sin\left(1,37\right) = -0,615\,\text{m/s}$ **[0,3]**

$E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 0,380\cdot\left(-0,615\right)^2 = 7,19\cdot10^{-2}\ \text{J}$ **[0,2]**

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3
1. B
2. A

Q4
1. C
2. A

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

Física

Sèrie 4

Feu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2. A continuació, escolliu UNA de les opcions (A o B): feu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida. Totes les respostes s'han de raonar i justificar.

Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Les qüestions Q1 i Q2 valen 1 punt cadascuna.

Cada qüestió de l'opció A val 1 punt.

Les qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un màxim de 2 punts. Cada qüestió de l'opció B consta de dues preguntes d'elecció múltiple que tenen només una resposta correcta. Respondre encertadament es valorarà amb 0,50 punts; cada resposta en blanc, amb 0 punts, i per cada resposta errònia es descomptaran 0,25 punts. En tot cas, la nota mínima conjunta de les qüestions de l'opció B no serà inferior a 0 punts.

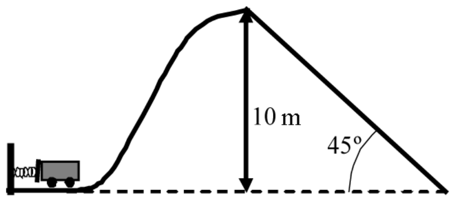
Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a efectuar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

P1) Una atracció de fira consisteix en una vagoneta que, a partir del repòs, és impulsada una distància de 100 cm per un ressort horitzontal inicialment comprimit. La vagoneta puja fins a una altura de 10 m i a partir d'aquí baixa per un pla inclinat 45° en què una força de fricció constant fa que s'aturi just quan arriba a l'altura zero. La vagoneta té una massa total de 1 000 kg, la constant elàstica del ressort és $2{,}50 \cdot 10^5$ N/m i suposem que sobre la vagoneta no hi actuen forces de fricció ni mentre és impulsada ni mentre puja. Calculeu:

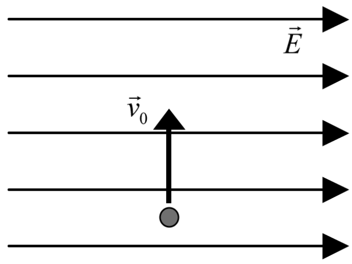
a) La velocitat de la vagoneta just després que la molla la impulsi.

b) La velocitat amb què arribarà al punt més alt de l'atracció.

c) El mòdul de la força de fricció que fa que la vagoneta s'aturi.



Q1) Un electró penetra en un camp elèctric uniforme de mòdul $E = 4{,}00 \cdot 10^4$ N/C a una velocitat de mòdul $v_0 = 10^6$ m/s, perpendicular a la direcció del camp, tal com mostra la figura. Calculeu el mòdul de l'acceleració que experimenta l'electró i indiqueu-ne la direcció i el sentit. Feu un dibuix de la trajectòria aproximada que seguirà l'electró. Justifiqueu quina serà l'equació de la gràfica que representa aquesta trajectòria i calculeu-la.



DADES: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

Q2) Un experiment consisteix a fer penetrar un raig làser de llum vermella des de l'aire fins a l'interior d'un material que té un índex de refracció desconegut. Hem mesurat l'angle d'incidència, que és de 20° respecte de la normal, i l'angle de refracció, que és de 14,90°. Determineu l'índex de refracció d'aquest material.

Opció A

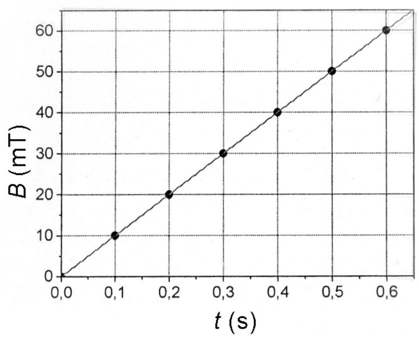
P2) L'equació d'una ona harmònica transversal que es propaga en una corda tensa de gran longitud és $y(x, t) = 0{,}03 \cdot \sin(2\pi t - \pi x)$, on x i y s'expressen en metres i t, en segons. Calculeu:

a) La velocitat de propagació de l'ona, el període i la longitud d'ona.

b) L'expressió de la velocitat d'oscil·lació de les partícules de la corda i la velocitat màxima d'oscil·lació.

c) A l'instant $t = 2{,}0$ s, el valor del desplaçament i la velocitat d'un punt de la corda situat a $x = 0{,}75$ m.

Q3) En un circuit de 50 cm^2 de superfície, hi apliquem un camp magnètic perpendicular al pla que defineix el circuit. El seu mòdul varia amb el temps, tal com es representa en la gràfica.



a) Determineu l'equació amb què s'obté la variació del camp magnètic en funció del temps.

b) Calculeu el valor de la força electromotriu induïda en el circuit.

Q4) Els cometes descriuen òrbites el·líptiques molt allargades al voltant del Sol, de manera que la distància del cometa al Sol varia molt. En quina posició respecte al Sol el cometa va a una velocitat més gran? I en quina va a una velocitat més petita? Justifiqueu les respostes utilitzant arguments basats en l'energia.

Opció B

P2) Els satèl·lits GPS (*global positioning system*, 'sistema de posicionament global') descriuen òrbites circulars al voltant de la Terra. El conjunt dels satèl·lits permet que en qualsevol punt de la Terra una persona amb un receptor GPS pugui determinar la posició on es troba amb una precisió de pocs metres. Tots els satèl·lits GPS estan a la mateixa altura i fan dues voltes a la Terra cada 24 hores. Calculeu:

a) La velocitat angular dels satèl·lits i l'altura de la seva òrbita, mesurada sobre la superfície de la Terra.

b) L'energia mecànica i la velocitat lineal que té un d'aquests satèl·lits GPS en la seva òrbita.

c) La nova velocitat i el temps que trigaria a fer una volta a la Terra, si féssim orbitar un d'aquests satèl·lits a una altura doble.

DADES: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $M_{\mathrm{TERRA}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{\mathrm{TERRA}} = 6\,380$ km; $M_{\mathrm{SAT}} = 150$ kg.

Les dues qüestions següents tenen format de pregunta d'elecció múltiple. A cada pregunta (tant la 1 com la 2) es proposen tres respostes (*a*, *b*, *c*), de les quals només UNA és correcta. Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadern de respostes. Indiqueu-hi el número de la qüestió, el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que hàgiu triat (exemple: Q2-2-*c*). No cal que justifiqueu la resposta.

Q3) Fem oscil·lar un objecte lligat a una corda de 40 cm de longitud, com si fos un pèndol, de manera que quan l'objecte es troba en el punt més alt de la trajectòria la corda forma un angle de 37° amb la vertical.

1. L'objecte passarà pel punt més baix del recorregut a una velocitat de
a) 2,50 m/s.
b) 2,80 m/s.
c) 1,26 m/s.

2. La tensió de la corda
a) és màxima en el punt més alt del recorregut.
b) és màxima en el punt més baix del recorregut.
c) fa un treball positiu sobre l'objecte quan passa del punt més alt al més baix de la trajectòria.

Q4) Un dispositiu llança, al mateix temps, en la mateixa direcció i en sentits oposats, un protó i un electró. És a dir: $\vec{v}$(protó) = $-v\vec{j}$, $\vec{v}$(electró) = $+v\vec{j}$.

1. Quan aquest dispositiu es col·loca dins un camp magnètic $\vec{B} = +B\vec{i}$:

a) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qvB\vec{k}$.

b) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qvB\vec{k}$.

c) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qvB\vec{k}$.

2. Quan el dispositiu es col·loca dins un camp elèctric $\vec{E} = +E\vec{j}$:

a) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qE\vec{j}$.

b) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qE\vec{j}$.

c) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qE\vec{j}$.

NOTA: q representa el valor absolut de la càrrega de l'electró i la del protó.

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

Física

Sèrie 3

Feu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2. A continuació, escolliu UNA de les opcions (A o B): feu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida. Totes les respostes s'han de raonar i justificar.

Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Les qüestions Q1 i Q2 valen 1 punt cadascuna.

Cada qüestió de l'opció A val 1 punt.

Les qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un màxim de 2 punts. Cada qüestió de l'opció B consta de dues preguntes d'elecció múltiple que tenen només una resposta correcta. Respondre encertadament es valorarà amb 0,50 punts; cada resposta en blanc, amb 0 punts, i per cada resposta errònia es descomptaran 0,25 punts. En tot cas, la nota mínima conjunta de les qüestions de l'opció B no serà inferior a 0 punts.

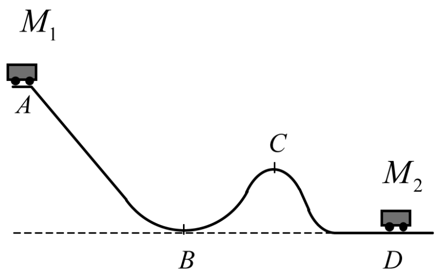
Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a efectuar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

P1) En unes muntanyes russes, una vagoneta de massa M_1= 2 500 kg arrenca del repòs en el punt A i recorre una pista com la representada a la figura. Després de recórrer el trajecte, xoca amb un altra vagoneta de massa M_2= 3 500 kg, que estava aturada en el punt D, de manera que després de la col·lisió queden totes dues unides. El fregament és negligible en tot el recorregut. El punt A és a una altura de 25 m respecte de l'horitzontal que passa pels punts B i D, i el punt C és a una altura de 20 m.

a) Calculeu la velocitat que tindrà el conjunt de les dues vagonetes després del xoc.

b) Dibuixeu l'esquema de les forces que actuen sobre la vagoneta de massa M_1 quan passa pel punt B. Calculeu el valor de cada una d'aquestes forces. Sabem que el punt B és el punt més baix d'un arc de circumferència de 20 m de radi.

c) Calculeu el mínim radi de curvatura que ha de tenir la pista en el punt C perquè la vagoneta no perdi el contacte amb les vies.



Q1) Calculeu la velocitat mínima a la qual s'ha de llançar verticalment cap amunt un satèl·lit des de la superfície terrestre perquè assoleixi una altura igual que el radi de la Terra.

DADES: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

Q2) Una cubeta d'ones consisteix en un recipient amb aigua en què, mitjançant una punta que percudeix la superfície del líquid, es generen ones superficials. Regulem el percussor perquè colpegi l'aigua dues vegades per segon. Si l'ona triga 1,0 s a arribar al límit de la cubeta, situat a 30 cm del percussor, calculeu la longitud d'ona.

Opció A

P2) Un dipol elèctric és un sistema constituït per dues càrregues del mateix valor i de signe contrari, separades per una distància fixa. Sabem que la càrrega positiva d'un dipol està situada en el punt (0, 0), que la negativa és en el punt (3, 0) i que el valor absolut de cada una de les càrregues és 10^{-4} C. Calculeu:

a) El potencial elèctric creat pel dipol en el punt (0, 4).

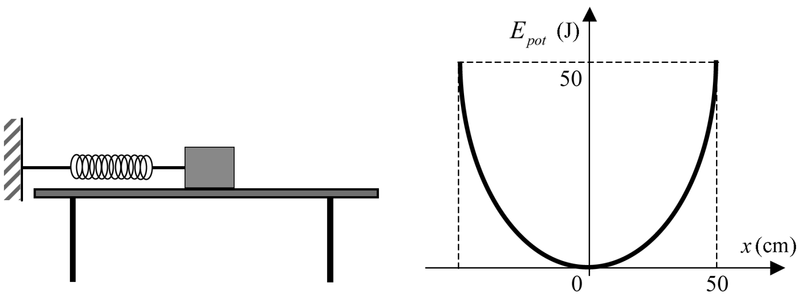
b) L'acceleració que experimenta un protó situat en el punt mitjà del segment que uneix les dues càrregues del dipol, si el deixem inicialment en repòs en aquest punt.

c) L'energia necessària per a separar les càrregues del dipol fins a una distància doble de la inicial.

NOTA: Les coordenades s'expressen en metres.

DADES: $q_{\text{protó}} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C; $m_{\text{protó}} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9{,}00 \cdot 10^{9}$ N·m²/C².

Q3) Una molla, situada sobre una taula horitzontal sense fregament, està fixada per un dels extrems a una paret i a l'altre extrem hi ha lligat un cos de 0,5 kg de massa. La molla no està deformada inicialment. Desplacem el cos una distància de 50 cm de la seva posició d'equilibri i el deixem moure lliurement, amb la qual cosa descriu un moviment vibratori harmònic simple. L'energia potencial del sistema en funció del desplaçament es representa amb la paràbola de la gràfica següent:



Determineu el valor de la constant recuperadora de la molla i el valor de la velocitat del cos quan té una elongació de 20 cm.

Q4) Una atracció d'una fira consisteix en uns cotxes petits que giren a una velocitat de mòdul constant de 3,0 m/s i que descriuen una circumferència de 8,0 m de radi en un pla horitzontal.

a) Calculeu les components intrínseques de l'acceleració d'un dels cotxes.

b) Si el mòdul de la velocitat dels cotxes, quan finalitza el temps de l'atracció, es redueix de manera uniforme des de 3,0 m/s fins a 1,0 m/s en 10 s, calculeu-ne l'acceleració angular i l'acceleració tangencial en aquest interval de temps.

Opció B

P2) Un cos de 10 kg de massa es penja d'una molla vertical i s'observa que la molla s'allarga 2 cm. A continuació, estirem la molla cap avall i el sistema comença a oscil·lar fent un moviment harmònic simple de 3 cm d'amplitud.
Calculeu:
a) L'equació del moviment que seguirà el cos.
b) La velocitat del cos oscil·lant al cap de 5 s d'haver començat el moviment.
c) La força recuperadora de la molla al cap de 6 s d'haver començat el moviment.

Les dues qüestions següents tenen format de pregunta d'elecció múltiple. A cada pregunta (tant la 1 com la 2) es proposen tres respostes (*a*, *b*, *c*), de les quals només UNA és correcta. Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadern de respostes. Indiqueu-hi el número de la qüestió, el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que hàgiu triat (exemple: Q2-2-*c*). No cal que justifiqueu la resposta.

Q3) **1.** Les persones miops utilitzen lents divergents. Les imatges que forma una lent divergent, comparades amb els objectes, són

a) més petites i més pròximes.
b) més grans i més llunyanes.
c) Depèn de si es troben a una distància de la lent més gran o més petita que la distància focal.

2. Les radiacions UV tenen una longitud d'ona d'entre 15 i 400 nanòmetres, mentre que les radiacions IR tenen longituds d'ona compreses entre 0,75 i 1 000 μm. Si considerem que per a trencar un enllaç d'una molècula típica de les que es troben en un ésser viu és necessària una energia de $4{,}7 \cdot 10^{-19}$ J,

a) la molècula es pot trencar amb fotons de radiació IR de 100 μm, però no amb fotons de radiació UV de 100 nm.
b) la molècula es pot trencar amb fotons de radiació UV de 100 nm, però no amb fotons de radiació IR de 100 μm.
c) Cap de les opcions anteriors no és certa.

DADES: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ ms^{-1}; 1 nm = 10^{-9} m.

Q4) Suposem que la distància entre la Terra i el Sol es reduís a la meitat.

1. La força d'atracció entre el Sol i la Terra seria

a) el doble.
b) la meitat.
c) quatre vegades més gran.

2. La durada de l'any terrestre

a) disminuiria.
b) augmentaria.
c) seria la mateixa.

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

SÈRIE 4

P1

a) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ **[0,4]** $\Rightarrow$ $v_0 = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = \sqrt{\frac{2{,}5\cdot 10^5\cdot 1^2}{1000}} = 15{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,6]**

b) conservació de l'energia: $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ **[0,4]**; $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{15{,}8^2 - 2\cdot 9{,}8\cdot 10} = 7{,}32\,\mathrm{m/s}$ **[0,6]**

c) $W = \Delta E_m$; $|W| = |\vec{F}\cdot\Delta\vec{r}| = |F_f|\frac{h}{sin\,45}$ **[0,4]**

$|\Delta E_m| = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 1.000\cdot 9{,}8\cdot 10 + \frac{1}{2}\cdot 1.000\cdot 7{,}32^2 = 1{,}25\cdot 10^5\ \mathrm{J}$ **[0,4]**;

$|F_f| = \frac{|W|\,sin\,45}{h} = \frac{|\Delta E_m|\,sin\,45}{h} = 8{,}82\cdot 10^3\ \mathrm{N}$ **[0,2]**

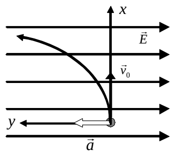
Resposta alternativa: $\left.\begin{array}{l} v_{\text{fi}} = v_{\text{ini}} + at \\ d = v_{\text{ini}}t + \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\} a = \frac{v_{\text{ini}}\left(v_{\text{fi}} - v_{\text{ini}}\right)}{d} + \frac{\left(v_{\text{fi}} - v_{\text{ini}}\right)^2}{2d} = -\frac{7{,}32^2}{2\cdot\frac{10}{sin\,45}} = -1{,}89\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **[0,4]**;

$mg\,sin\,45 - F_f = ma$ **[0,4]**;

$F_f = m\left(g\,sin\,45 - a\right) = 1000\cdot\left(9{,}8\,sin\,45 + 1{,}89\right) = 8{,}82\cdot 10^3\ \mathrm{N}$ **[0,2]**

Q1

$F = ma = qE \quad\Rightarrow\quad a = \frac{qE}{m} = 7{,}03\cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ constant, la direcció i el sentit estan indicats a la figura **[0,4]**



[0,3]

La trajectòria és una paràbola, ja que $F_x = 0$; $F_y = \text{constant}$ **[0,2]**

$\left.\begin{array}{l} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \end{array}\right\}\ y = \frac{1}{2}\frac{qE}{mv_0^2}x^2$; $y = 3{,}51\cdot 10^3\,x^2$ **[0,1]**

Q2

$n_1\,sin\,i = n_2\,sin\,r$ **[0,3];** $\quad\Rightarrow\quad n_2 = \frac{n_1\,sin\,i}{sin\,r} = \frac{1\cdot sin\,20^o}{sin\,14{,}90^o} = 1{,}33$ **[0,7]**

OPCIÓ A

P2

a)

Equació general: $y(x,t) = A\,sin(\omega t - kx + \varphi)$.

En el nostre cas, $y(x,t) = 0{,}03 \cdot sin(2\pi t - \pi x)$: A=0,03m, ω=2π rad/s; *k*=π rad/m; φ=0 **[0,3]**

$k = \frac{\omega}{v}$; $v = \frac{\omega}{k} = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,3]**

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\text{s}$ **[0,2]**; $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2{,}0\,\text{m}$ **[0,2]**

b)

Velocitat d'oscil·lació: $v_{oscil} = \frac{dy}{dt} = A\omega cos(\omega t - kx + \varphi)$ **[0,2]**

En el nostre cas: $v_{oscil} = \frac{dy}{dt} = 0{,}19 \cdot cos(2\pi t - \pi x)$ **[0,4]**

$v_{\text{oscil MAXIMA}} = 0{,}19\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,4]**

c)

$y(x = 0{,}75; t = 2) = 0{,}03 \cdot sin(2\pi \cdot 2 - \pi \cdot 0{,}75) = -0{,}021\text{m}$ **[0,5]**

$v_{oscil}(x = 0{,}75; t = 2) = 0{,}03 \cdot 2 \cdot \pi cos(2\pi \cdot 2 - \pi \cdot 0{,}75) = -0{,}13\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,5]**

Q3

a) És una recta de pendent: $\frac{60 \cdot 10^{-3}}{0{,}6} = 0{,}1\frac{\text{T}}{\text{s}}$ **[0,2]**. Equació: $B = 0{,}1t$ (en T) **[0,3]**

b) Flux: $\Phi = BS = 0{,}1t(50 \cdot 10^{-4}) = 5 \cdot 10^{-4}\,t$ (Wb) **[0,2]**

$|\varepsilon_{ind}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = 5 \cdot 10^{-4}\text{ V}$ **[0,3]**

Q4

L'energia mecànica del cometa es conserva, ja que només hi actua la força d'atracció gravitatòria que és conservativa. L'energia mecànica del cometa és igual a l'energia potencial gravitatòria més l'energia cinètica. **[0,4]**

En el punt de l'òrbita més proper al Sol, l'energia potencial gravitatòria, $E_p = -G\frac{Mm}{r}$, és mínima (mínima distancia), per tant, l'energia cinètica serà màxima i, per tant la velocitat del cometa en aquest punt serà màxima. **[0,3]**

Anàlogament, en el punt de l'òrbita més allunyat del Sol, la velocitat serà mínima. **[0,3]**

OPCIÓ B

P2
a)

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1{,}45 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,2]**; on $T = 12\,\text{h} = 4{,}32 \cdot 10^4\ \text{s}$ **[0,1]**

$\vec{F} = m\vec{a}$; $G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$ **[0,4]**; $r = \left(\frac{GM}{\omega^2}\right)^{1/3} = 26{,}6 \cdot 10^6\ \text{m}$ **[0,1]**;

altura sobre la superfície terrestre: $h = r - R_T = 20{,}2 \cdot 10^6\ \text{m}$ **[0,2]**

b) $v = \omega r$; $v = 3{,}87 \cdot 10^3\ \text{m/s}$ **[0,4]**;

$E_m = E_p + E_c$ **;** $E_m = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2$ **[0,4]**; $E_m = -1{,}12 \cdot 10^9\ \text{J}$ **[0,2]**

c) $r' = R_T + h' = R_T + 2h = 6{,}38 \cdot 10^6 + 2 \cdot 20{,}2 \cdot 10^6 = 4{,}68 \cdot 10^7\ \text{m}$ **[0,1]**

$G\frac{Mm}{r'^2} = m\frac{v^2}{r'}$; $v = \sqrt{G\frac{M}{r'}} = 2{,}92 \cdot 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,4]**

$v' = \frac{2\pi r'}{T'}$ **[0,3]**; $T' = \frac{2\pi r'}{v'} = \frac{2\pi \cdot 4{,}68 \cdot 10^7}{2{,}92 \cdot 10^3} = 1{,}01 \cdot 10^5\ \text{s} = 1{,}17\,\text{dies}$ **[0,2]**

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3
1. C
2. B

Q4
1. C
2. A

SÈRIE 3

P1

a)

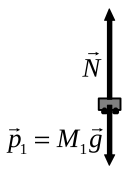
Velocitat de M_1 en arribar a D:

$E_{mec}(A) = E_{mec}(D)$ **[0,2]** $\Rightarrow \quad 0 + M_1 g h_A = \frac{1}{2} M_1 v_{1D}^2$ **[0,2]**; $v_{1D} = 22{,}1\,\mathrm{m/s}$ **[0,1]**

Velocitat del conjut M_1+M_2 després del xoc:

$p_{abans\ xoc} = p_{despres\ xoc}$ **[0,2]**; $M_1 v_{1D} + 0 = (M_1 + M_2) v$ **[0,2]**; $\Rightarrow \quad v = 9{,}2\,\mathrm{m/s}$ **[0,1]**

b)



si posen les forces $\vec{N}$ i $\vec{p}_1$ **[0,2]**, si posen alguna altra força **[0]**

$p_1 = M_1 g = 24.500\,\mathrm{N}$ **[0,1]**

$N - p_1 = M_1 \frac{v_{1B}^2}{R_B}$ **[0,3]**; però $v_{1B} = v_{1D} = 22{,}1\,\mathrm{m/s}$, ja que $E_{mec}(B) = E_{mec}(D)$ **[0,3]**

d'on s'obté: $N = 8{,}57 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$ **[0,1]**

c)

$E_{mec}(A) = E_{mec}(C) \quad \Rightarrow \quad 0 + M_1 g h_C = \frac{1}{2} M_1 v_{1C}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{1C} = 9{,}9\,\mathrm{m/s}$ **[0,2]**

$p_1 - N_C = M_1 \frac{v_{1C}^2}{R_C}$ **[0,3]**; condició: $N_C = 0$ **[0,4]**

$R_C = \frac{v_{1C}^2}{g} = 10\,\mathrm{m}$ **[0,1]**

Q1

$\frac{1}{2} m v^2 + \left(-G \frac{m M_T}{R_T} \right) = \left(-G \frac{m M_T}{2 R_T} \right)$ **[0,7]**; $v = \sqrt{G \frac{M_T}{R_T}} = 7{,}91 \cdot 10^3 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,3]**

Q2

$v = \frac{e}{t} = \frac{0{,}3}{1{,}0} = 0{,}30 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,3]**; $T = \frac{1\mathrm{s}}{2\mathrm{vegades}} = 0{,}50\,\mathrm{s}$ **[0,3]**; $\lambda = vT = 0{,}3 \cdot 0{,}5 = 0{,}15\,\mathrm{m}$ **[0,4]**

OPCIÓ A

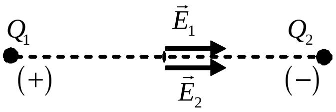
P2

a) $V = k\dfrac{q}{r}$; $r_1 = 4\,\text{m}$; $r_2 = \sqrt{3^2+4^2} = 5\,\text{m}$

$V_1 = k\dfrac{q_1}{r_1} = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{10^{-4}}{4} = 225\cdot 10^3\ \text{V}$ **[0,4]**; $V_2 = k\dfrac{q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{-10^{-4}}{5} = -180\cdot 10^3\ \text{V}$ **[0,4]**;

$V = V_1 + V_2 = 45\cdot 10^3\ \text{V}$ **[0,2]**

b)



[0,2] $\vec{F} = q\vec{E} = q\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right)$ **[0,2]**

$E = k\dfrac{|q|}{r^2}$; $E_1 = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{10^{-4}}{1{,}5^2} = 400\cdot 10^3\ \dfrac{\text{N}}{\text{C}}$ **[0,1]**; $E_2 = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{|-10^{-4}|}{1{,}5^2} = 400\cdot 10^3\ \dfrac{\text{N}}{\text{C}}$ **[0,1]**;

$E = E_1 + E_2 = 8\cdot 10^5\ \text{N/C}$ **[0,2]**

$a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{qE}{m} = \dfrac{1{,}60\cdot 10^{-19}\cdot 8\cdot 10^5}{1{,}67\cdot 10^{-27}} = 7{,}67\cdot 10^{13}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **[0,1]**; $\vec{a} = a\,\hat{i}$ (o explicat) **[0,1]**

c) $U_p = QV = Q\left(k\dfrac{-Q}{r}\right) = -k\dfrac{Q^2}{r}$ **[0,3]**

$W = U_p(\text{final}) - U_p(\text{inicial}) = -k\dfrac{Q^2}{r_f} + k\dfrac{Q^2}{r_i} = 9\cdot 10^9 \cdot 10^{-8}\cdot\left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{6}\right) = 15\,\text{J}$ **[0,7]**

Q3

$E_p(\text{màxima}) = \dfrac{1}{2}kA^2 \;\Rightarrow\; k = \dfrac{2E_p(\text{màxima})}{A^2} = \dfrac{2\cdot 50}{0{,}5^2} = 400\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ **[0,4]**

$E = E_c + E_p = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$; $E = 50\,\text{J}$ es manté constant; **[0,2]**

$v = \sqrt{\dfrac{2E - kx^2}{m}} = \sqrt{\dfrac{2\cdot 50 - 400\cdot 0{,}2^2}{0{,}5}} = 13\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,4]**

Q4

a)

acceleració tangencial = 0 (rapidesa constant) **[0,2]**

acceleració centípetra:

$a_c = \dfrac{v^2}{r} = 1{,}125\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **[0,3]**

b)

$\omega = \omega_0 + \alpha t$; $\alpha = \dfrac{\omega - \omega_0}{t} = \dfrac{v - v_0}{r\,t} = \dfrac{1-3}{8\cdot 10} = -0{,}025\dfrac{\text{rad}}{\text{m}^2}$ **[0,2]**

$v = \omega r$ **[0,1]**

$a_t = \alpha r = -0{,}025\cdot 8 = -0{,}20\,\text{m/s}^2$ **[0,2]**

OPCIÓ B

P2

a) $F = k\Delta x \quad \Rightarrow \quad k = \dfrac{F}{\Delta x} = \dfrac{mg}{\Delta x} = \dfrac{10 \cdot 9{,}8}{0{,}02} = 4.900\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ **[0,3]**

$x = A\cos(\omega t + \theta_0)$; $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{4.900}{10}} = 22{,}1\,\mathrm{s}^{-1}$ **[0,2]**

Agafem el sentit positiu de l'eix X cap amunt i el seu origen en la posició d'equilibri.
Condicions inicials: $t = 0$; $x = -A$; $-A = A\cos\theta_0 \Rightarrow \cos\theta_0 = -1 \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = \pi\,\mathrm{rad}$ **[0,2]**
(També es pot agafar el sentit positiu de l'eix X cap avall. Llavors $\theta_0 = 0\,\mathrm{rad}$)
$x = 0{,}03\cos(22{,}1t + \pi)$ (en metres) **[0,3]**

b) $v = \dot{x} = -0{,}03 \cdot 22{,}1\sin(22{,}1t + \pi) = -0{,}663\sin(22{,}1t + \pi)$ (en m/s) **[0,6]**
$v(5) = -0{,}663\sin(22{,}1 \cdot 5 + \pi) = -0{,}343\,\mathrm{m/s}$ **[0,4]**

c) $F = -kx = -4.900 \cdot 0{,}03\cos(22{,}1t + \pi) = 147\cos(22{,}1t + \pi)$ (en N) **[0,6]**
$F(6) = 147\cos(22{,}1 \cdot 6 + \pi) = -117\,\mathrm{N}$ **[0,4]**

El problema també es pot resoldre agafant una funció sinus per l'elongació. En aquest cas, valoreu la resolució de forma equivalent a la resolució anterior.

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3
1. A
2. B

Q4
1. C
2. A

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la Universitat. Curs 2008-2009

Física

Sèrie 1

Feu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2. A continuació, escolliu UNA de les opcions (A o B): feu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida. Totes les respostes s'han de raonar i justificar.

Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Les qüestions Q1 i Q2 valen 1 punt cadascuna.

Cada qüestió de l'opció A val 1 punt.

Les qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un màxim de 2 punts. Cada qüestió de l'opció B consta de dues preguntes d'elecció múltiple que tenen només una resposta correcta. Respondre encertadament es valorarà amb 0,50 punts; cada resposta en blanc, amb 0 punts, i per cada resposta errònia es descomptaran 0,25 punts. En tot cas, la nota mínima conjunta de les qüestions de l'opció B no serà inferior a 0 punts.

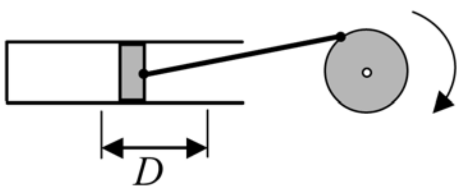
Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a efectuar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

P1) La primera missió europea dedicada a estudiar l'origen de l'Univers enviarà a l'espai el satèl·lit *Planck*, que analitzarà la radiació de fons provinent del *Big Bang*. El satèl·lit *Planck* es llançarà l'any 2009, tindrà una massa de 1 800 kg i se situarà en una òrbita al voltant de la Terra que es troba a 1,5 milions de kilòmetres del centre del planeta. Suposeu que el satèl·lit descriurà una òrbita circular.
Calculeu:
a) La velocitat del satèl·lit i els dies que tardarà a fer una volta a la Terra.
b) L'energia cinètica, l'energia potencial gravitatòria i l'energia mecànica del satèl·lit *Planck* quan estigui en aquesta òrbita.
c) La velocitat a la qual arribaria a la superfície terrestre, si per alguna circumstància la velocitat del satèl·lit esdevingués nul·la. Considerem negligible el fregament amb l'aire quan entrés a l'atmosfera terrestre.

DADES: $M_{\text{Terra}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{\text{Terra}} = 6{,}38 \cdot 10^{6}$ m; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N $\cdot$ m^2 $\cdot$ kg^{-2}.

Q1) Una lupa és una lent convergent que s'utiliza per a veure més grans els objectes propers. Feu la representació gràfica per a trobar la imatge que produeix una lupa quan situem un objecte en forma de fletxa entre la lent i el focus, perpendicularment a l'eix òptic de la lupa. Si volem veure la fletxa més gran respecte de la mida real, haurem situat bé la fletxa? La veurem dreta o invertida? La imatge serà real o virtual?

Q2) L'èmbol d'una màquina de vapor té un recorregut D = 100 cm i comunica a l'eix una velocitat angular de 60 rpm. Si considerem que el moviment de l'èmbol descriu un moviment harmònic simple, deduïu el valor de la velocitat que té quan és a una distància de 20 cm d'un dels extrems del recorregut.



Opció A

P2) El tambor d'una assecadora de roba és un cilindre horitzontal d'acer inoxidable de radi 20 cm. En posar l'assecadora en funcionament, la velocitat del tambor augmenta regularment de 0 a 900 rpm en 10 s.

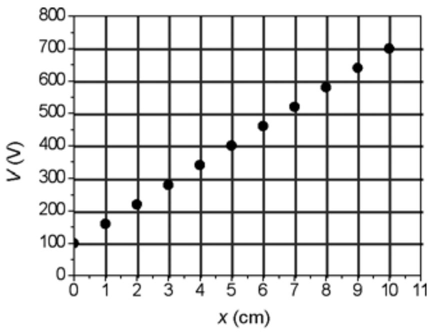
a) Escriviu les equacions de les magnituds angulars $\omega(t)$ i $\alpha(t)$ en els primers 10 s del moviment.

b) Determineu l'acceleració tangencial i l'acceleració centrípeta d'un punt del tambor al cap de 5 s de l'inici del moviment.

c) Calculeu la força màxima que exerceix el tambor sobre un jersei mullat, de 0,5 kg de massa, quan gira a 900 rpm. Suposeu que, quan el tambor de l'assecadora gira, el jersei està sempre en contacte amb la paret del cilindre.

Expresseu tots els resultats en unitats del sistema internacional (SI).

Q3) En la gràfica següent es representa el potencial elèctric que hi ha a l'interior d'un condensador planoparal·lel, en què la x indica la distància a una de les armadures del condensador. La distància entre les armadures és de 10 cm.



Determineu:

a) La diferència de potencial entre les armadures.

b) L'equació de la recta que ajusta els punts de la gràfica i la intensitat del camp elèctric a l'interior del condensador.

Q4) Una font lluminosa emet llum monocromàtica de 550 nm amb una potència de 2 mW. Aquesta llum es fa incidir sobre un metall i es produeix efecte fotoelèctric. L'energia d'extracció mínima dels electrons del metall és 2,10 eV.

Calculeu:

a) L'energia cinètica màxima dels electrons extrets.

b) El nombre de fotons que emet la font lluminosa en un minut.

DADES: $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s; $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s; 1 eV = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J; 1 nm = 10^{-9} m.

Opció B

P2) Tenim dues càrregues elèctriques de valors $q_1 = +10^{-3}$ C, $q_2 = -10^{-4}$ C, situades en els punts (0, 3) i (–3, 0), respectivament.
Determineu:
a) Les components del camp elèctric en el punt (0, 0).
b) L'energia potencial electrostàtica del sistema.
c) El treball que cal fer per a traslladar una càrrega $Q = +10^{-4}$ C des de l'infinit fins al punt (0, –3). Interpreteu el signe del resultat obtingut.

NOTA: Les coordenades dels punts s'expressen en metres.

DADES: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9{,}0 \cdot 10^9$ N · m²/C².

Les dues qüestions següents tenen format de pregunta d'elecció múltiple. A cada pregunta (tant la 1 com la 2) es proposen tres respostes (*a*, *b*, *c*), de les quals només UNA és correcta. Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadern de respostes. Indiqueu-hi el número de la qüestió, el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que hàgiu triat (exemple: Q2-2-*c*). No cal que justifiqueu la resposta.

Q3) La corda del violí, en produir la nota la_3, vibra amb una freqüència de 440 Hz, i aquesta vibració es transmet a l'aire com una ona acústica de 5 mm d'amplitud.

1. L'ona acústica generada per la corda del violí és descrita per l'equació

a) $y = 5 \cdot 10^{-3} \sin(\frac{44\pi}{17} t - 880\pi x)$,

b) $y = 5 \cdot 10^{-3} \sin(440 t - \frac{440}{340} x)$,

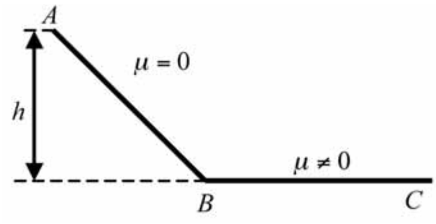
c) $y = 5 \cdot 10^{-3} \sin(880\pi t - \frac{44\pi}{17} x)$,

en què la *y* representa el desplaçament en la posició *x*. L'amplitud, el desplaçament, *y*, i la distància, *x*, s'expressen en metres i el temps, *t*, en segons.

2. La distància mínima entre dos punts que estan en fase és de
a) 0,773 m.
b) 0,386 m.
c) 340 m.

DADES: La velocitat del so en l'aire és de 340 m/s.

Q4) El punt més alt d'una pista d'esquí (que podem aproximar a un pla inclinat sense fregament, tram AB), es troba a una altura *h* respecte del final. Fora de la pista, tram BC, no queda neu i per tant hi ha fregament (coeficient de fregament, μ, no nul). Si un esquiador surt del començament de la pista (punt A) a una velocitat nul·la:



1. Quina serà la seva velocitat al final de la pista (punt B)?

a) $\sqrt{2gh}$

b) $\sqrt{gh/2}$

c) Depèn de la massa de l'esquiador.

2. Quina distància horitzontal (BC) recorrerà l'esquiador abans d'aturar-se?

a) $h\sqrt{\mu}$

b) $h\mu$

c) h/μ

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

SÈRIE 1

P1

a) $G\dfrac{M_T m}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r}$ **[0,4]**; $v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{r}} = 5{,}16\cdot 10^2\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,1]**

$v = \dfrac{2\pi r}{T}$ **[0,3]**; $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi\cdot 1{,}5\cdot 10^9}{5{,}16\cdot 10^2} = 1{,}83\cdot 10^7\ \text{s} = 211{,}4\,\text{dies}$ **[0,2]**

b) $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 = 2{,}40\cdot 10^8\ \text{J}$ **[0,3]**;

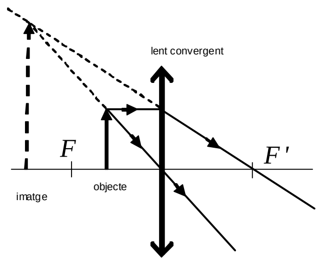
$E_p = -G\dfrac{M_T m}{r} = -4{,}79\cdot 10^8\ \text{J}$ **[0,4]** [si no posen el signe bé **[0,2]**]

$E_m = E_c + E_p = -2{,}39\cdot 10^8\ \text{J}$ **[0,3]**

c) $E_m(\text{òrbita}) = E_m(\text{superfície Terra})$ **[0,4]**

$-G\dfrac{M_T m}{r} = \dfrac{1}{2}mv_T^2 - G\dfrac{M_T m}{R_T}$ **[0,4]**; $v_T = \sqrt{2M_T G\left(\dfrac{1}{R_T} - \dfrac{1}{r}\right)} = 1{,}12\cdot 10^4\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,2]**

Q1



[0,6]

La imatge serà virtual **[0,1]**, dreta **[0,1]** i més gran **[0,1]** que l'objecte
Sí, haurem situat correctament la feltxa respecte la lupa. **[0,1]**

Q2

L'èmbol segueix un mhs: $x = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin\varphi$

i la velocitat: $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega\cos\varphi$ **[0,1]**

$A = \dfrac{D}{2} = 50\,\text{cm}$ **[0,2]**

$\omega = 60\,\text{rpm} = 60\dfrac{\text{voltes}}{\text{min}}\dfrac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\text{volta}}\dfrac{1\,\text{min}}{60\text{s}} = 2\pi\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,2]**

Quan està a 20cm d'un extrem del recorregut: x=30cm:

$0{,}30 = 0{,}50\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = 0{,}6 \Rightarrow \cos\varphi = \pm 0{,}8$ **[0,2]**

$v(30\,\text{cm}) = A\omega\cos\varphi = 0{,}50\cdot 2\pi\cdot\cos\varphi = \pm 2{,}51\,\text{m/s}$ **[0,3]**

Valoreu la resposta anàlogament si en lloc de la funció sinus posen $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

OPCIÓ A

P2

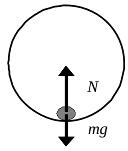
a) $\omega = 900\,\text{rpm} = 900\,\text{rpm} \cdot \dfrac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\text{rev}} \cdot \dfrac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}} = 94,25\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,2]**

$\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{94,25-0}{10-0} = 9,425\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ **[0,4]**

$\omega = \omega_0 + \alpha t \;\Rightarrow\; \omega = 9,425\,t\;\left(\text{rad/s}\right)$ **[0,4]**

b) $a_t = \alpha r$ **[0,2]**; $a_t = 9,425\cdot 0,20 = 1,885\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **[0,2]**

$a_c = \omega^2 r$ **[0,2]**; $a_c = \left(9,425\cdot 5\right)^2\cdot 0,20 = 444\,\text{m/s}^2$ **[0,4]**



c) La força que fa el tambor sobre un jersei serà màxima quant aquest estigui a la posició més baixa del tambor. **[0,4]**
Llavors: $N - mg = m\omega^2 r$ **[0,4]**; $N = mg + m\omega^2 r = 893,2\,\text{N}$ **[0,2]**

Q3

a) De la gràfica: *V*(0)=100V **[0,1]**, *V*(10cm)=700V **[0,1]**
Diferència de potencial entre armadures: $\Delta V = 700 - 100 = 600\,\text{V}$ **[0,3]**

b) Equació de la recta de la gràfica: $V = 60x + 100$, (V en V, x en cm) **[0,2]**
El camp elèctric és constant ($\Delta V = E\,d$) i val $E = \Delta V/d = 600/0,1 = 6000\,\text{N/C}$ **[0,3]**

Q4

a) $W = 2,1\,\text{eV} = 2,1\,\text{eV}\cdot\dfrac{1,60\cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}} = 3,36\cdot 10^{-19}\,\text{J}$ **[0,2]**

$E = W + E_c$ **[0,1]** $\Rightarrow E_c = E - W = h\nu - W = h\dfrac{c}{\lambda} - W = 6,626\cdot 10^{-34}\cdot\dfrac{3,00\cdot 10^{8}}{550\cdot 10^{-9}} - 3,36\cdot 10^{-19} = 2,54\cdot 10^{-20}\,\text{J}$ **[0,2]**
on $c = \lambda\nu$

b) $E\left(1\,\text{fotó}\right) = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda} = 3,61\cdot 10^{-19}\,\text{J}$ **[0,1]**

$E\left(\text{font}\right) = P\Delta t = 2\cdot 10^{-3}\cdot 60 = 0,12\,\text{J}$ **[0,2]**

$E\left(\text{font}\right) = E\left(1\,\text{fotó}\right)\cdot N_f \;\Rightarrow\; N_f = \dfrac{E\left(\text{font}\right)}{E\left(1\,\text{fotó}\right)} = \dfrac{0,12}{3,61\cdot 10^{-19}} = 3,32\cdot 10^{17}\,\text{fotons}$ **[0,2]**

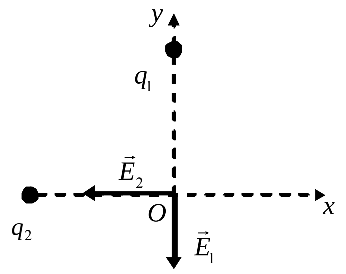
OPCIÓ B

P2

a) $E_1 = k\dfrac{|q_1|}{r_1^2} = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{10^{-3}}{3^2} = 10^6\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}};\ \ \vec{E}_1 = -10^6\,\hat{j}$ **[0,3]**

$E_2 = k\dfrac{|q_2|}{r_2^2} = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{10^{-4}}{3^2} = 10^5\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}};\ \ \vec{E}_2 = -10^5\,\hat{i}$ **[0,3]**

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \ \Rightarrow\ E_x = -10^6\ \mathrm{N/C}$ **[0,2]**; $E_y = -10^5\ \mathrm{N/C}$ **[0,2]**



b) energia per formar el sistema

$W = q_1\left(k\dfrac{q_2}{r_{12}}\right)$ **[0,7]**

$r_{12} = \sqrt{3^2+3^2} = 4{,}24\,\mathrm{m}$ **[0,1]**

$W = -212\,\mathrm{J}$ **[0,2]**

c) treball realitzat en contra de les forces del camp: $W = QV_{(0,-3)}$ **[0,4]**

$W = QV_{(0,-3)} = Q\left(k\dfrac{q_1}{r_{1Q}} + k\dfrac{q_2}{r_{2Q}}\right) = 10^{-4}\cdot 9\cdot 10^9\left(\dfrac{10^{-3}}{6} + \dfrac{-10^{-4}}{4{,}24}\right) = 129\,\mathrm{J}$ **[0,4]**

treball realitzat en contra de els forces del camp **[0,2]**

Les dues qüestions de l’opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3
1. C
2. A

Q4
1. A
2. C

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

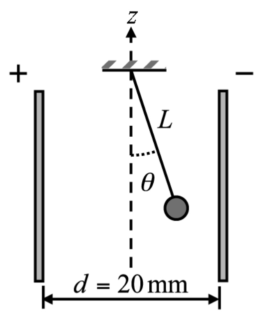
Física

Sèrie 1

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

P1) Entre les armadures del condensador planoparal·lel de la figura apliquem una diferència de potencial de 200 V. A l'interior del condensador roman en equilibri una càrrega de 15 μC, de 20 g de massa, penjada d'un fil, tal com indica la figura següent:



a) Determineu el camp elèctric a l'interior del condensador. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

b) Dibuixeu les forces que actuen sobre la càrrega. Calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical, θ, en la figura.

NOTA: L'eix z indica la vertical.

DADA: $g = 9{,}80 \text{ m/s}^2$.

P2) Una ona harmònica transversal es propaga per una corda a una velocitat de 6,00 m/s. L'amplitud de l'ona és 20 mm i la distància mínima entre dos punts que estan en fase és 0,40 m. Considereu la direcció de la corda com l'eix x i que l'ona es propaga en el sentit positiu d'aquest eix.

a) Calculeu la longitud d'ona, el nombre d'ona, la freqüència, el període i la freqüència angular (pulsació).

b) Escriviu l'equació de l'ona sabent que, en l'instant inicial, l'elongació d'un punt situat a l'origen de coordenades és màxima. Calculeu l'expressió de la velocitat amb què vibra un punt de la corda situat a una distància de 10 m respecte de l'origen de la vibració. Quina és la velocitat màxima d'aquest punt?

Opció A

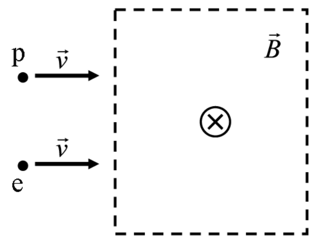
P3) Fem incidir radiació electromagnètica d'una freqüència determinada sobre un metall que té una freqüència llindar de $6{,}00 \cdot 10^{16}$ Hz. Observem que l'energia cinètica màxima dels electrons emesos és $6{,}62 \cdot 10^{-17}$ J. Calculeu:

a) La freqüència de la radiació electromagnètica incident.

b) La longitud d'ona dels fotons incidents i la dels electrons emesos amb la màxima energia cinètica.

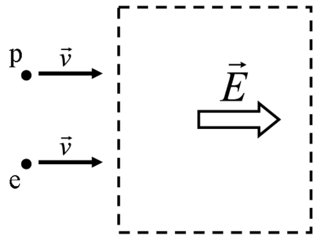
DADES: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

P4) Un protó i un electró, amb la mateixa velocitat, entren en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme dirigit cap a l'interior del paper, tal com indica la figura següent:



a) Dibuixeu les forces que actuen sobre cada partícula en l'instant en què entren a la regió on hi ha el camp. Són iguals els mòduls d'aquestes forces? Descriviu i justifiqueu el moviment que seguirà cadascuna de les partícules.

Imagineu-vos que en aquesta regió, en comptes d'un camp magnètic, hi ha un camp elèctric uniforme dirigit cap a la dreta, tal com indica la figura següent:



b) Dibuixeu les forces que actuen sobre cada partícula en l'instant en què entren a la regió on hi ha el camp. Són iguals els mòduls d'aquestes forces? Descriviu i justifiqueu el moviment que seguirà cadascuna de les partícules.

P5) L'òrbita de la Terra al voltant del Sol es pot considerar circular, amb un període d'un any i un radi d'$1{,}50 \cdot 10^{8}$ km. Considerant únicament el sistema format pel Sol i la Terra:

a) Calculeu la massa del Sol.

b) Determineu l'energia mecànica total (cinètica i potencial) de la Terra.

DADES: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $M_{\mathrm{Terra}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.

Opció B

P3) La tècnica de diagnòstic a partir de la imatge que s'obté mitjançant tomografia per emissió de positrons (PET, *positron emission tomography*) es fonamenta en l'anihilació entre la matèria i l'antimatèria. Els positrons, emesos pels nuclis de fluor, ^{18}F, injectats al pacient com a radiofàrmac, s'anihilen en entrar en contacte amb els electrons dels teixits del cos i de cadascuna d'aquestes anihilacions es creen fotons, a partir dels quals s'obté la imatge.

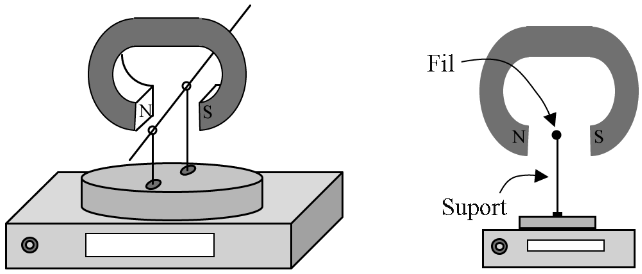
La desintegració d'un nucli de fluor, ^{18}F, es pot escriure mitjançant la reacció nuclear següent:

$$^{18}_{9}F \rightarrow\ ^{x}_{8}O +\ ^{y}_{z}e^{+} +\ ^{0}_{0}\nu$$

a) Digueu quants neutrons i quants protons té aquest isòtop artificial de fluor, ^{18}F. Completeu la reacció nuclear, és a dir, determineu x, y i z.

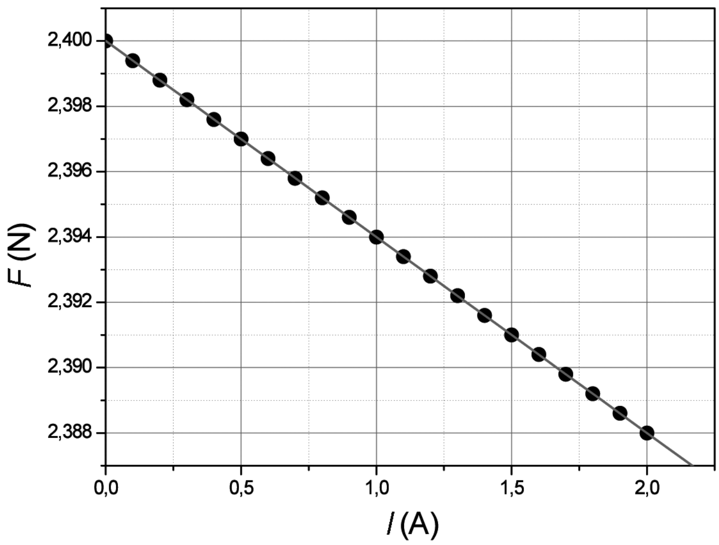
b) El període de semidesintegració del ^{18}F és 109,77 s. Calculeu el temps que ha de passar perquè quedi una vuitena part de la quantitat inicial de ^{18}F. Quin percentatge de partícules quedaran al cap d'una hora? Tenint en compte aquest resultat, digueu si podríem emmagatzemar gaire temps aquest radiofàrmac i justifiqueu-ho.

P4) Es col·loca per sobre d'una balança un imant amb els pols N i S enfrontats. Tal com veiem en les figures, entre aquests dos pols passa un fil conductor horitzontal que no toca l'imant. El fil elèctric s'aguanta mitjançant dos suports aïllants que recolzen sobre el plat de la balança. En absència de corrent elèctric pel fil, la balança indica un pes de 2,400 N. Quan circula corrent elèctric pel fil conductor, la balança indica pesos aparents més petits, que depenen de la intensitat del corrent, a causa de l'aparició d'una força magnètica cap amunt.



Vista frontal

S'han fet circular pel fil diverses intensitats i s'han obtingut els resultats que es mostren en la gràfica següent, en què F és el pes aparent registrat per la balança i I és la intensitat del corrent que circula pel fil conductor.



a) Determineu l'equació que relaciona la força amb la intensitat. Calculeu la força magnètica que actua sobre el fil elèctric quan la intensitat del corrent és 2,0 A i quan és 2,5 A.

b) Considereu que el tram de fil situat entre els pols de l'imant té una longitud de 6 cm i que el camp magnètic és uniforme (constant) dins d'aquesta zona i nul a fora. Calculeu el camp magnètic entre els pols de l'imant. En quin sentit circula el corrent elèctric?

P5) El 4 d'octubre de 1957 es va llançar a l'espai el primer satèl·lit artificial, l'*Sputnik 1*, que va descriure una òrbita a 586 km d'altura sobre la superfície de la Terra. Suposant que aquesta òrbita era circular i sabent que la massa de l'*Sputnik 1* era 83,6 kg, calculeu:

a) El període de rotació del satèl·lit en l'òrbita que descrigué al voltant de la Terra.

b) La velocitat a què anava l'*Sputnik 1* en girar i la intensitat del camp gravitatori en la seva òrbita.

DADES: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $M_{\mathrm{Terra}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{\mathrm{Terra}} = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m.

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

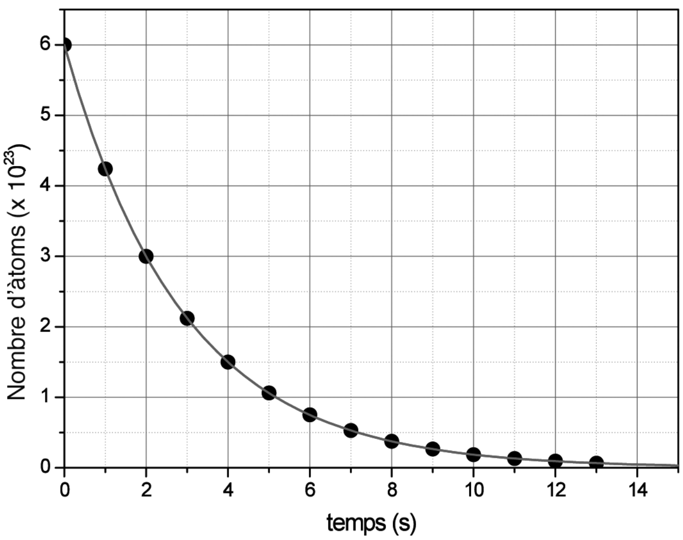
P1) L'Estació Espacial Internacional (ISS, *International Space Station*) és fruit de la col·laboració internacional per a construir i mantenir una plataforma d'investigació amb presència humana de llarga durada a l'espai. Suposeu que la ISS té una massa de $3{,}7 \cdot 10^5$ kg i que descriu una òrbita circular al voltant de la Terra a una distància de $3{,}59 \cdot 10^5$ m des de la superfície. Calculeu:

a) La velocitat de l'Estació Espacial Internacional i el temps que triga a fer una volta a la Terra.

b) L'energia mecànica de la ISS. Justifiqueu el signe del valor trobat.

DADES: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$;
$M_{\mathrm{Terra}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg;
$R_{\mathrm{Terra}} = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m.

P2) Per estudiar el procés de desintegració d'una mostra radioactiva que inicialment tenia $6{,}00 \cdot 10^{23}$ àtoms radioactius, hem mesurat en intervals d'un segon el nombre d'àtoms que encara no s'havien desintegrat. Els resultats obtinguts es representen en la gràfica següent:



a) Quant val el període de semidesintegració d'aquesta mostra? Quants àtoms de la mostra inicial s'hauran desintegrat quan hagi transcorregut un temps de 15 s?

b) Quant temps haurà de transcórrer perquè només quedi sense desintegrar un 5 % de la mostra inicial?

Opció A

P3) Observem que dues boies de senyalització en una zona de bany d'una platja, separades una distància de 2 m, oscil·len de la mateixa manera amb l'onatge de l'aigua del mar. Veiem que la mínima distància en què té lloc aquest fet és, justament, la separació entre les dues boies. Comptem que oscil·len trenta vegades en un minut i observem que pugen fins a una alçada de 20 cm.

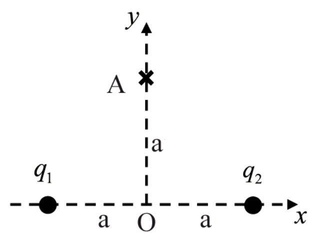
a) Determineu la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de les ones del mar.

b) Escriviu l'equació que descriu el moviment de les boies en funció del temps, si comencem a comptar el temps quan les boies són en la posició més alta. Escriviu l'equació de la velocitat de les boies en funció del temps.

P4) Dues càrregues elèctriques puntuals idèntiques, de valor $q = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C, estan fixes en els punts $(a, 0)$ i $(-a, 0)$, on $a = 30$ nm. Calculeu:

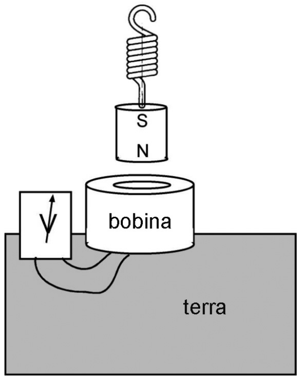
a) Les components del camp elèctric creat per les dues càrregues en el punt A, de coordenades $(0, a)$.

b) El treball necessari per a portar una càrrega $Q = 3{,}20 \cdot 10^{-19}$ C des del punt A fins a l'origen de coordenades. Interpreteu el signe del resultat.



DADES: $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9{,}00 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$, $1\ \mathrm{nm} = 10^{-9}$ m.

P5) Un imant penja d'una molla sobre una bobina conductora, fixada a terra, i un voltímetre tanca el circuit de la bobina, tal com mostra la figura següent:



Quan es produeix un terratrèmol, l'imant es manté immòbil, mentre que la bobina puja i baixa seguint els moviments del terra.

a) Expliqueu què indicarà el voltímetre en les tres situacions següents:

1. El terra puja.
2. El terra baixa.
3. No hi ha cap terratrèmol (i el terra no es mou).

b) Si retirem el voltímetre i apliquem un corrent elèctric altern a la bobina, quin efecte es produirà en l'imant suspès a sobre? Justifiqueu la resposta.

Opció B

P3) Cadascun dels extrems d'un diapasó presenta un moviment vibratori harmònic amb una freqüència de 1 000 Hz i una amplitud d'1 mm. Aquest moviment genera en l'aire una ona harmònica de so de la mateixa freqüència. El moviment dels dos extrems està en fase.

a) Calculeu, per a un dels extrems del diapasó, l'elongació i la velocitat del seu moviment vibratori quan faci $3{,}3 \cdot 10^{-4}$ s que ha començat a vibrar, comptat a partir de la posició que correspon a la màxima amplitud.

b) Raoneu si, en l'aire, es produiria el fenomen d'interferència a partir de les ones de so que es generen en els dos extrems del diapasó. Si s'esdevé aquest fenomen, indiqueu en quins punts es produiran els màxims d'interferència.

DADA: $v_{\text{so a l'aire}} = 340$ m/s.

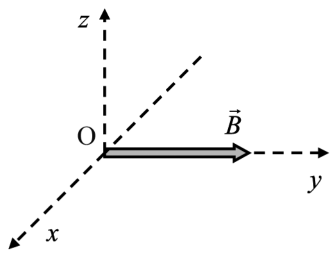
P4) Un dispositiu per a accelerar ions està constituït per un tub de 20 cm de llargària dins del qual hi ha un camp elèctric constant en la direcció axial. La diferència de potencial entre els extrems del tub és de 50 kV. Volem accelerar ions K^+ amb aquest dispositiu. Calculeu:

a) La intensitat, la direcció i el sentit del camp elèctric dins de l'accelerador i el mòdul, la direcció i el sentit de la força que actua sobre un ió quan és dins del tub.

b) L'energia cinètica que guanya l'ió quan travessa l'accelerador. La velocitat que tindrà l'ió a la sortida del tub accelerador, si inicialment estava parat. Indiqueu si, en aquest cas, cal considerar o no la variació relativista de la massa.

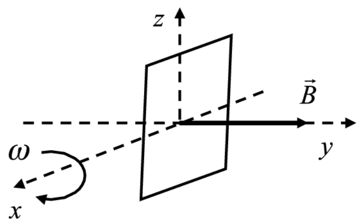
DADES: $m_{\text{ió } K^+} = 6{,}5 \cdot 10^{-26}$ kg; $q_{\text{ió } K^+} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s.

P5) En una regió àmplia de l'espai hi ha un camp magnètic dirigit en la direcció de l'eix y, de mòdul $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ T, tal com mostra la figura següent. Calculeu:



a) El mòdul i el sentit que ha de tenir la velocitat d'un electró que es mou en la direcció de l'eix x, perquè la força magnètica sigui vertical (eix z), de mòdul igual que el pes de l'electró i de sentit contrari.

b) Una espira quadrada de $0{,}025\ \text{m}^2$ de superfície gira, en la regió on hi ha el camp magnètic anterior, amb una velocitat angular constant de 100π rad/s, al voltant d'un eix fix que passa per la meitat de dos dels seus costats oposats, tal com s'indica en la figura. Calculeu l'expressió de la força electromotriu induïda en funció del temps.



DADES: $m_{\text{electró}} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_{\text{electró}} = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C; $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$.

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

Física

Sèrie 5

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

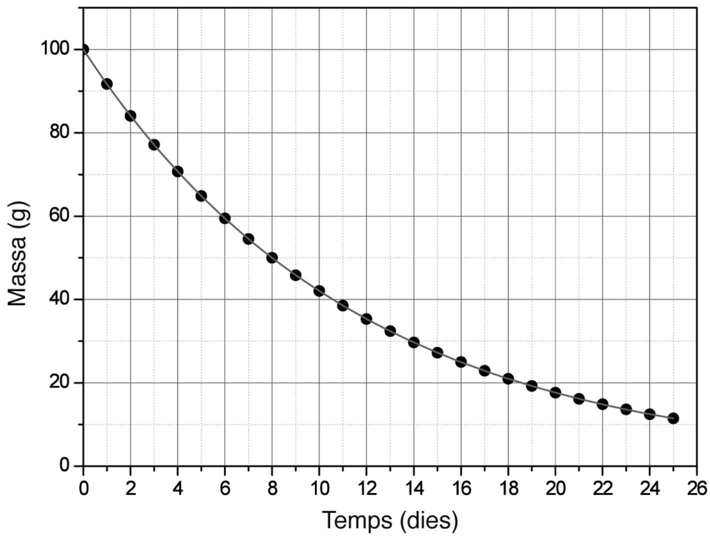
P1) El 15 d'octubre de 2003, la Xina va posar en òrbita la seva primera nau espacial tripulada, de manera que esdevingué el tercer país del món a assolir aquesta fita. La nau tenia una massa de 7 790 kg i un període orbital de 91,2 minuts. Calculeu:

a) L'altura de l'òrbita sobre la superfície de la Terra, si suposem que és circular.

b) L'increment d'energia cinètica que caldria comunicar a la nau quan es troba en òrbita, perquè s'allunyi indefinidament de l'atracció terrestre.

DADES: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $M_{\text{Terra}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{\text{Terra}} = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m.

P2) La gràfica següent mostra la variació de la massa d'una mostra de iode 131, que és un isòtop radioactiu, al llarg del temps.



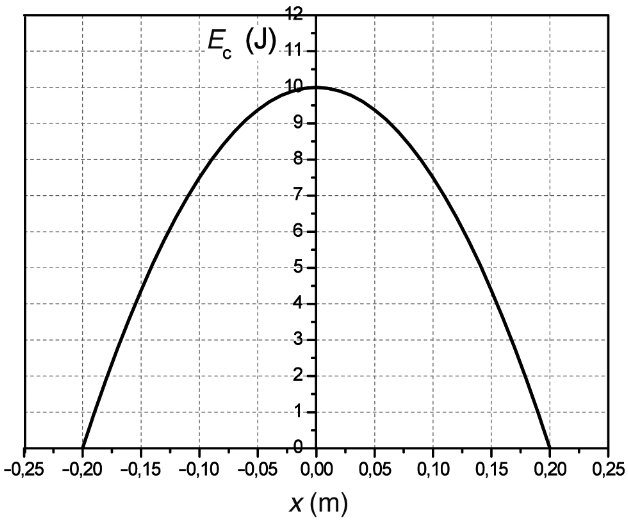
a) Trobeu el període de semidesintegració de l'isòtop i digueu quina quantitat de la mostra tindrem al cap de quaranta dies.

b) El iode 131, en desintegrar-se, emet una partícula beta i es transforma en un ió positiu de xenó 131. Calculeu l'energia que s'allibera quan es desintegra un àtom de iode 131.

DADES: $m(\text{I-131}) = 130{,}906\,125$ u;
$m(\text{Xe}^{+}\text{-131}) = 130{,}904\,533$ u;
$m_{\text{electró}} = 5{,}486 \cdot 10^{-4}$ u;
$1\ \text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg;
$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s.

Opció A

P3) La gràfica següent representa l'energia cinètica d'un oscil·lador harmònic en funció de l'elongació (x).



a) Digueu el valor de l'energia cinètica i de l'energia potencial quan $x = 0$ m i quan $x = 0{,}20$ m. Determineu la constant elàstica.

b) Calculeu la massa de l'oscil·lador, si sabem que la freqüència de vibració és $(100/2\pi)$ Hz.

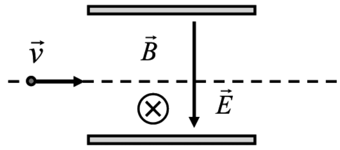
P4) L'amplitud màxima del camp elèctric de les ones de ràdio, d'una freqüència de 100 MHz, que rep un receptor de ràdio té un valor de 0,070 N/C.

a) Calculeu el valor de l'amplitud màxima del camp magnètic que rep el receptor de ràdio i la longitud d'ona d'aquestes ones de ràdio. Feu un dibuix en què es vegi l'orientació relativa dels dos camps entre si i respecte de la direcció de propagació de l'ona electromagnètica.

b) Escriviu l'equació del camp elèctric i la del camp magnètic que rep el receptor de ràdio.

DADA: $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s.

P5) En la figura següent es mostra un esquema d'un selector de velocitat d'ions, que és una màquina que serveix per a seleccionar els ions que van a una velocitat determinada. Bàsicament, es tracta de fer passar un feix d'ions, que inicialment van a velocitats diferents, per una regió on hi ha un camp magnètic i un camp elèctric perpendiculars. L'acció d'aquests camps sobre els ions en moviment fa que els que van a una velocitat determinada no es desviïn.



a) Dibuixeu la força causada per l'acció del camp magnètic i la força causada per l'acció del camp elèctric sobre un ió positiu que penetra en el selector de velocitats. Si el camp magnètic és 0,50 T i el camp elèctric és 500 N/C, calculeu la velocitat amb què sortiran del selector els ions que no s'hagin desviat.

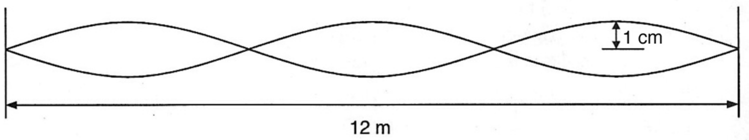
b) Expliqueu què passaria si en aquest selector entressin ions negatius, en comptes d'ions positius.

Opció B

P3) El dibuix següent representa una ona estacionària que s'ha generat en una corda tensa quan una ona harmònica que es propagava cap a la dreta s'ha superposat amb la que s'ha reflectit en un extrem.

a) Indiqueu-ne els nodes. Determineu la distància entre nodes i la longitud d'ona estacionària. Quina és l'amplitud de les ones que, en superposar-se, han originat l'ona estacionària?

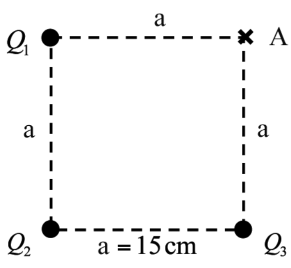
b) Sabent que cada punt de la corda vibra a raó de trenta vegades per segon, escriviu l'equació de l'ona inicial (si suposem que $y(0, 0) = 0$) i calculeu-ne la velocitat de propagació.



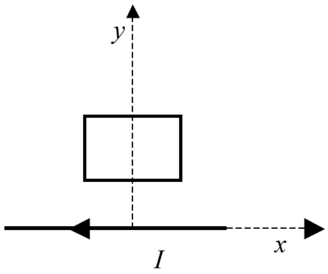
P4) En tres dels vèrtexs d'un quadrat de 15 cm de costat hi ha les càrregues $Q_1 = +1{,}0\ \mu C$, $Q_2 = -2{,}0\ \mu C$ i $Q_3 = +1{,}0\ \mu C$, tal com indica la figura. Calculeu:

a) El camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) creat per les tres càrregues en el quart vèrtex, punt *A*.

b) El potencial elèctric total en el punt *A*. Calculeu el treball que cal fer per a traslladar una càrrega de 7,0 μC des de l'infinit fins al punt *A*. Digueu si el camp fa aquest treball o si el fa un agent extern.



P5) Tenim una espira a prop d'un fil rectilini indefinit, tal com indica la figura següent:



***a*)** Justifiqueu si apareixerà un corrent induït en l'espira si
— la movem en la direcció *x*;
— la movem en la direcció *y*.

***b*)** Dibuixeu el camp magnètic creat pel fil rectilini indefinit i la força que actua sobre cada costat de l'espira, quan hi circula un corrent elèctric en sentit horari.

De les dues forces que actuen sobre els dos costats paral·lels al fil rectilini indefinit, quina és la més gran? Justifiqueu la resposta.

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés

SÈRIE 1

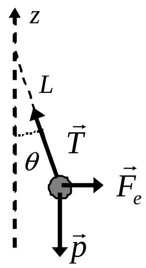
P1

a) $\Delta V = E\,d$ **[0,4]**

$E = \dfrac{\Delta V}{d} = \dfrac{200}{20\cdot 10^{-3}} = 10.000\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$ **[0,2]**

$\vec{E}$ direcció horitzontal, cap a la dreta **[0,3]**,
el camp va de potencials alts a potencials baixos **[0,1]**

b)



[per cada força ben representada] **[0,1]**

$p = m\,g = 20\cdot 10^{-3}\cdot 9,80 = 0,20\,\mathrm{N}$
$F_e = q\,E = 15\cdot 10^{-6}\cdot 10^{4} = 0,15\,\mathrm{N}$ **[0,3]**

$\left.\begin{array}{l} p = T\cos\theta \\ F_e = T\sin\theta \end{array}\right\}$ **[0,2]** $\Rightarrow$ $tg\theta = \dfrac{F_e}{p} = 0,765$ $\Rightarrow$ $\theta = 37,4^{\mathrm{o}}$ **[0,2]**

P2

a) $\lambda = 0,40\,\mathrm{m}$ **[0,2]**; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{0,40} = 5\pi = 15,7\,\mathrm{m}^{-1}$ **[0,2]**;

$v = \lambda\,f$; $f = v/\lambda = 6,00/0,40 = 15\,\mathrm{s}^{-1}$ **[0,2] ;** $T = \dfrac{1}{f} = 0,067\,\mathrm{s}$ **[0,2]**

$\omega = 2\pi f = 30\pi\,\mathrm{rad/s} = 94\,\mathrm{rad/s}$ **[0,2]**

b) $y = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$

condicions inicials: $y(0,0) = A$ $\Rightarrow$ $y(0,0) = A = A\cos\varphi$ $\Rightarrow \cos\varphi = 1$ $\Rightarrow \varphi = 0$ **[0,2]**;

$y = 2,0\cdot 10^{-2}\cdot\cos(30\pi\,t - 5,0\pi\,x)$ (en m, si *t* en s) **[0,3]**

[si no posen les unitats] **[0,2]**

$v = \dfrac{dy}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \varphi)$ **[0,1]**

$v(x = 10\mathrm{m}) = -0,60\pi\cdot\sin(30\pi t - 50\pi)$ (en m/s, si *t* en s) **[0,2]**

[si no posen les unitats] **[0,1]**

$v_{\max} = A\omega = 2,0\cdot 10^{-2}\cdot 30\pi = 0,6\pi = 1,9\,\mathrm{m/s}$ **[0,2]**

[resolució alternativa: també s'admet si posen $y = A\sin(\omega t - kx + \varphi)$; valoreu-la anàlogament]

OPCIÓ A

P3A

a) $E = W + E_c$; **[0,3]**

$W = h\,\upsilon_{\text{llindar}} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 6,00 \cdot 10^{16} = 3,97 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$ **[0,2]**

$E = W + E_c = 1,06 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$ **[0,2]**

$E = h\,\upsilon_{\text{ind}}$; $\upsilon_{\text{ind}} = E/h = 1,60 \cdot 10^{17}\ \text{Hz}$ **[0,3]**

b) fotons: $c = \lambda_{\text{ind}}\,\nu_{\text{ind}}$ **[0,1]**; $\lambda_{\text{ind}} = c/\nu_{\text{ind}} = 3,00 \cdot 10^{8}/1,60 \cdot 10^{17} = 1,88 \cdot 10^{-9}\ \text{m}$ **[0,2]**

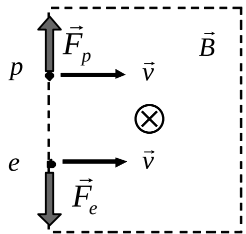
electrons: $p_e\,\lambda_e = h$ **[0,1]**

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad \Rightarrow \quad v_e = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = 1,21 \cdot 10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **[0,3]**

$\lambda_e = h/p_e = h/m_e v_e = 6,01 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$ **[0,3]**

P4A

a)



[per cada força ben dibuixada] **[0,2]**

Els mòduls de les forces són: $F = q\,v\,B$. Els mòduls F_p i F_e són iguals ja que $|q_p| = |q_e|$ **[0,2]**

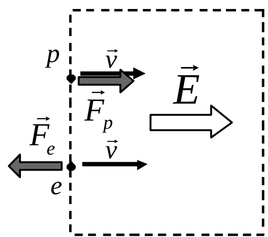
[justificació de les òrbites] **[0,2]**

Les òrbites seran circulars, les dues partícules seguiran un moviment circular uniforme, ja que $\vec{F} \perp \vec{v}$, en tots dos casos.

p girarà cap amunt degut a l'acció de $\vec{F}_p$ [descripció o dibuix] **[0,1]**

e girarà cap avall degut a l'acció de $\vec{F}_e$ [descripció o dibuix] **[0,1]**

b)



[per cada força ben dibuixada] **[0,2]**

Els mòduls de les forces són: $F = q\,E$. Els mòduls F_p i F_e són iguals ja que $|q_p| = |q_e|$ **[0,2]**

[justificació de les trajectòries] **[0,2]**

Les dues partícules seguiran trajectòriers rectilínees. Ja que $\vec{F} \parallel \vec{v}$

p es mourà cap a la dreta i la seva velocitat augmentarà uniformement per l'acció de $\vec{F}_p$ **[0,1]**

e es mourà cap a la dreta i la seva velocitat disminuirà uniformement per l'acció de $\vec{F}_e$ **[0,1]**

P5A

a) $F = m\,a\,;\; G\dfrac{M_S M_T}{d_{S-T}^2} = M_T\, a_c = M_T\, d_{S-T}\omega_T^2$ **[0,5]**

$$\omega_T = \frac{2\pi}{365\cdot 24\cdot 60\cdot 60} = 1{,}99\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$ **[0,2]**

$$M_S = \frac{d_{S-T}^3}{G}\omega_T^2 = \frac{d_{S-T}^3}{G}\left(\frac{2\pi}{T_T}\right)^2 = 2{,}01\cdot 10^{30}\ \text{kg}$$ **[0,3]**

b) $E_{\text{m}} = E_p + E_c = -\text{G}\dfrac{M_{\text{T}}\cdot M_{\text{S}}}{d_{\text{T-S}}} + \dfrac{1}{2}M_{\text{T}}v^2$ **[0,6]**

$$E_{\text{m}} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{5{,}98\cdot 10^{24}\cdot 2{,}01\cdot 10^{30}}{1{,}50\cdot 10^{11}} + \frac{1}{2}5{,}98\cdot 10^{24}\left(1{,}50\cdot 10^{11}\,\frac{2\pi}{365\cdot 24\cdot 60\cdot 60}\right)^2 = -2{,}67\cdot 10^{33}\ \text{J}$$ **[0,4]**

OPCIÓ B

P3B

a) ${}^{18}_{9}\mathrm{F}$ té 9 protons i 9 neutrons **[0,1]**

${}^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow \ {}^{x}_{8}\mathrm{O} + {}^{y}_{z}\mathrm{e}^{+} + {}^{0}_{0}\nu$

$y = 0$, ja que es tracta d'un positró **[0,3]**

$18 = x + y + 0 \quad \Rightarrow \quad x = 18$ **[0,3]**

$9 = 8 + z + 0 \quad \Rightarrow \quad z = 1$ **[0,3]**

(també es pot dir que $z = 1$, ja que es tracta d'un positró)

${}^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow \ {}^{18}_{8}\mathrm{O} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}^{+} + {}^{0}_{0}\nu$

b) $N = N_0 e^{-\lambda t}$; $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$ **[0,1]**

$N = \dfrac{N_0}{8} = N_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{8} = e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{\ln 8}{\lambda} = \dfrac{T \ln 8}{\ln 2} = 329{,}31\,\mathrm{s}$ **[0,3]**

[també es pot justificar: $\dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2}$, per tant, per tenir $\dfrac{1}{8}$ de la mostra ha de transcorrer tres vegades el periode de semidesintegració. Així $t = 3T = 329{,}31\,\mathrm{s}$]

En una hora quedaria $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\lambda \cdot 3600} = N_0 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-10}$ **[0,2]**;

Que representa un $\dfrac{N_0 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-10}}{N_0} = 1{,}3 \cdot 10^{-10} \quad \Rightarrow \quad 1{,}3 \cdot 10^{-8}\,\%$ **[0,2]**

No es pot emmagatzemar, ja que en una hora quedaria una quantitat insignificant comparada amb la inicial, N_0. **[0,2]**

P4B

a) el pendent de la recta és $(2{,}388\text{-}2{,}400)/2 = 6{,}000 \cdot 10^{-3}$ N/A **[0,1]**

equació de la recta: $F = 2{,}400 - 6{,}000 \cdot 10^{-3}\, I$ (en N, si *I* en A) **[0,1]**

$F(2{,}0\mathrm{A}) = 2{,}400 - 6{,}000 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 2{,}388\,\mathrm{N}$ També es pot lleguir a la gràfica. **[0,2]**

$F(2{,}5\mathrm{A}) = 2{,}400 - 6{,}000 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}5 = 2{,}385\,\mathrm{N}$ **[0,2]**

Com que hi ha una tara de 2,400N. La força sobre el fil és

$F_{\text{fil}}(2{,}0\mathrm{A}) = 2{,}400 - 2{,}388 = 0{,}012\,\mathrm{N}$ cap amunt **[0,2]**

$F_{\text{fil}}(2{,}5\mathrm{A}) = 2{,}400 - 2{,}385 = 0{,}015\,\mathrm{N}$ cap amunt **[0,2]**

b) Força (mòdul) que actua sobre el fil: $F = I\,L\,B$ **[0,2]**

$6{,}000 \cdot 10^{-3} I = ILB; B = \dfrac{6{,}000 \cdot 10^{-3}}{L} = 0{,}1\,\mathrm{T}$ **[0,3]**

alternativa: $B = \dfrac{F}{I\,L} = \dfrac{0{,}012}{2{,}0 \cdot 0{,}06} = 0{,}1\,\mathrm{T}$ **[0,3]**

El $\vec{B}$ va de N a S. Si la força sobre el fil va cap amunt (disminució de pes aparent), el corrent haurà d’anar cap enfora del paper. **[0,5]** [= sentit corrent 0,2 + justificació 0.3]

P5B

a) $F_{\text{grav}} = m_{\text{sat}}\, a_{\text{centripeta}}$ **[0,3]**; $F_{\text{grav}} = G\dfrac{M_T m_{\text{sat}}}{\left(R_T + h\right)^2}$ **[0,2]**; $a_{\text{centripeta}} = G\dfrac{M_T}{\left(R_T + h\right)^2}$ **[0,1]**

$a_{\text{centripeta}} = r\omega^2 = \left(R_T + h\right)\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2$ **[0,2] ;** $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\left(R_T + h\right)^3}{GM_T}} = 5.772\,\text{s}$ **[0,2]**

b) $v = \omega r$ **[0,3]**; $v = \dfrac{2\pi}{T}\left(R_T + h\right) = \dfrac{2\pi}{5.772}\left(6,37\cdot 10^6 + 586\cdot 10^3\right) = 7,57\cdot 10^3\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,3]**

$g_h = G\dfrac{M_T}{\left(R_T + h\right)^2} = 8,24\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **[0,4]**

SÈRIE 4

P1

a)

$$G\frac{M_{Terra}M_{ISS}}{\left(R_{Terra}+h_{ISS}\right)^2}=M_{ISS}\frac{v_{ISS}^2}{R_{Terra}+h_{ISS}}$$ **[0,5]**

$$v_{ISS}=\sqrt{G\frac{M_{Terra}}{R_{Terra}+h_{ISS}}}=7,7\cdot 10^3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **[0,2]**

$$v_{ISS}=\frac{2\pi\left(R_{Terra}+h_{ISS}\right)}{T_{ISS}}\quad\Rightarrow\quad T_{ISS}=5492\,\text{s}$$ **[0,3]**

b) $E=-G\dfrac{M_{Terra}M_{ISS}}{R_{Terra}+h_{ISS}}+\dfrac{1}{2}M_{ISS}v_{ISS}^2$ **[0,5]**

$E=-1{,}1\cdot 10^{13}\ \text{J}$ **[0,2]**, el signe negatiu indica que és una òrbita tancada. **[0,3]**

P2

a) De la gràfica: $T=2\,\text{s}$ (temps fins que N és N/2) **[0,3]**

$N=N_0e^{-\lambda t}$; $\lambda=\dfrac{\ln 2}{T}=0{,}347\,\text{s}^{-1}$ **[0,2]**

$N\left(15\,\text{s}\right)=N_0e^{-\lambda t}=6{,}00\cdot 10^{23}\cdot e^{-\frac{\ln 2}{2}\cdot 15}=3{,}31\cdot 10^{21}\ \text{àtoms}$ (àtoms que queden) **[0,3]**

s'han desintegrat: $=6{,}00\cdot 10^{23}-3{,}31\cdot 10^{21}=5{,}97\cdot 10^{23}\ \text{àtoms}$ **[0,2]**

b) $N=0{,}05\cdot N_0=N_0e^{-\lambda t}$ **[0,3]**

$$0{,}05=e^{-\lambda t}\quad\Rightarrow\quad e^{\lambda t}=20\quad\Rightarrow\quad \lambda t=\ln 20\quad\Rightarrow\quad t=\frac{\ln 20}{\lambda}=8{,}63\,\text{s}$$ **[0,7]**

OPCIÓ A

P3A

a) $T=\dfrac{1\,\text{minut}}{30\,\text{oscil·lacions}}=\dfrac{60}{30}=2\,\text{s}$ **[0,3]**

$f=\dfrac{1}{T}=0{,}5\,\text{Hz}$ **[0,2]**

$\lambda=2\,\text{m}$ **[0,2]**

$v=\lambda f=1\,\text{m/s}$ **[0,3]**

b) $y=A\sin\left(\omega t+\varphi\right)$ **[0,1]**

$\omega=2\pi f=\pi\,\text{rad/s}$ **[0,1]**

condicions inicials: t=0; y=A: $A=A\sin\left(0+\varphi\right)\quad\Rightarrow\quad\sin\varphi=1\quad\Rightarrow\quad\varphi=\dfrac{\pi}{2}\text{rad}$ **[0,2]**

$y=0{,}20\cdot\sin\left(\pi t+\dfrac{\pi}{2}\right)\quad\left(\text{en m, si } t \text{ en s}\right)$ **[0,3]**

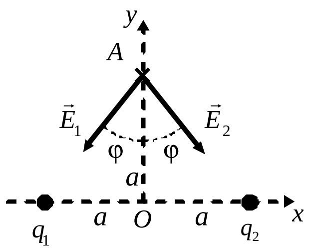
$v=\dfrac{dy}{dt}=0{,}20\cdot\pi\cdot\cos\left(\pi t+\dfrac{\pi}{2}\right)\quad\left(\text{en }\dfrac{\text{m}}{\text{s}},\text{si } t \text{ en s}\right)$ **[0,3]**

[si no posen les unitats en la *y* i la *v*, descompteu 0,1 en cada càlcul]

[També s'admet la resolució amb $y=A\cos\left(\omega t+\varphi\right)$, valoreu-la anàlogament]

P4A

a)



$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A}\ ;\ \varphi = 45^o\ ;\ E = K\frac{q}{r^2}$$

$$\left|\vec{E}_{1A}\right| = \left|\vec{E}_{2A}\right| = 9{,}0\cdot10^9\cdot\frac{\left|-1{,}6\cdot10^{-19}\right|}{\left(30\cdot10^{-9}\right)^2+\left(30\cdot10^{-9}\right)^2} = 8{,}00\cdot10^5\ \text{N/C}$$ **[0,4]**

$$\left|E_{1Ay}\right| = \left|E_{2Ay}\right| = 8\cdot10^5\cdot\cos(45^o) = 5{,}66\cdot10^5\ \text{N/C}$$

Com que $E_{1Ax} = -E_{2Ax} \quad\Rightarrow\quad E_{Ax} = 0$ **[0,3]**

$E_{Ay} = -2\left|E_{A1y}\right| = -1{,}13\cdot10^6\ \text{N/C}$ **[0,3]**

b) $V = K\frac{q}{r}$; $V_A = V_{A1} + V_{A2} = -0{,}068\ \text{V}$ **[0,2]**; $V_O = V_{O1} + V_{O2} = -0{,}096\ \text{V}$ **[0,2]**

$W_{A\to O} = -\Delta E_p = -Q\Delta V = -Q\left(V_O - V_A\right) = -3{,}2\cdot10^{-19}\cdot\left(-0{,}096-\left(-0{,}068\right)\right) = 8{,}96\cdot10^{-21}\ \text{J}$ **[0,4]**

El treball el realitzen les forces del camp. **[0,2]**

P5A

a) a1. Mentre el terra estigui pujant. El flux magnètic a través de la bobina varia, per tant, s'indueix un corrent i el voltímetre indicarà una diferència de potencial. **[0,4]**

a2. Mentre el terra estigui baixant. El flux magnètic varia, per tant s'indueix corrent i el voltímetre indicarà una diferència de potencial de signe contraria al que indica en l'apartat a1. **[0,2]**

a3. Quan no hi ha cap terratrèmol (i el terra no es mou). El flux magnètic no varia, per tant no hi ha corrent induit i el voltímetre indicarà una diferència de potencial igual a zero. **[0,4]**

b) El corrent elèctric que circula per la bobina produeix un camp magnètic, de manera que els seus extrems esdevenen els pols d'un electroimant. Quan hi hagi un pol sud a prop del pol nord de l'imant que penja, l'imant serà atret i baixarà (i viceversa). **[0,5]** [no cal que facin la discussió parlant de pols magnètics, però sí han de dir que hi haurà repulsió/atracció]

En ser el corrent altern, la polaritat variarà contínuament i l'imant oscil·larà verticalment amb la mateixa freqüència que la del corrent altern. **[0,5]** [com a mínim ha de dir que l'imant oscil·larà]

OPCIÓ B

P3B

a) $y = A\sin(\omega t + \varphi)$

condicions inicials: t=0; y=A: $A = A\sin(0t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad \sin\varphi = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \pi/2\,\text{rad}$ **[0,3]**

$\omega = 2\pi f = 2.000\pi\,\text{rad/s}$ **[0,1]**

$y = A\sin(\omega t + \varphi) = A\cos(\omega t) = 10^{-3}\cdot\cos(2.000\pi t)$ (en m, si t en s) **[0,2]**

$v = \dfrac{dy}{dt} = -10^{-3}\cdot 2.000\pi\cdot\sin(2.000\pi t) = -2\pi\cdot\sin(2.000\pi t)$ (en m/s, si t en s) **[0,2]**

a $t_0 = 3{,}3\cdot 10^{-4}\,\text{s}$

$y(t_0) = 10^{-3}\cdot\cos\left(2.000\pi\cdot 3{,}3\cdot 10^{-4}\right) = -4{,}82\cdot 10^{-4}\,\text{m}$ **[0,1]**

$v(t_0) = -2\pi\cdot\sin\left(2.000\pi\cdot 3{,}3\cdot 10^{-4}\right) = -5{,}51\,\text{m/s}$ **[0,1]**

b) Sí es produiran interferències, ja que les dues ones tenen la mateixa amplitud, la mateixa freqüència i estan en fase. **[0,5]** [si només diuen que es produirà interferència 0,3]
Els màxims d'interferència es produiran en els punts on la diferència de camins sigui múltiple de la longitud d'ona. **[0,2]** És a dir $r_2 - r_1 = n\lambda \quad \text{on} \quad n = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, ...\}$

$v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda = v/f = 0{,}340\,\text{m}$ **[0,1]**

Posicions dels màxims d'interferència: $r_2 - r_1 = 0{,}340\cdot n \quad \text{on} \quad n = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, ...\}$ **[0,2]**

[També és vàlida la solució: $y = A\cos(\omega t + \varphi)$, amb $\varphi = 0\,\text{rad}$. Valoreu-la de forma equivalent**]**

P4B

a) $\Delta V = Ed \qquad \Rightarrow \qquad E = \dfrac{\Delta V}{d} = 2{,}5\cdot 10^{5}\,\dfrac{\text{N}}{\text{C}}$ **[0,3]**

Direcció de $\vec{E}$, la mateixa que el tub. Sentit: de potencial alt a potencial baix. **[0,3]**

$\vec{F} = q\vec{E}$; $F = qE = 4{,}0\cdot 10^{-14}\,\text{N}$, en la mateixa direcció i sentit que $\vec{E}$, ja que *q*>0. **[0,4]**

b) El treball fet pel camp: $W = -\Delta E_p = \Delta E_c$ **[0,3]**

$\Delta E_c = -\Delta E_p = -q\Delta V = 8{,}0\cdot 10^{-15}\,\text{J}$ **[0,2]**

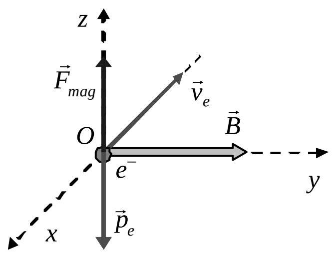
$\Delta E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\dfrac{2\Delta E_c}{m}} = 5{,}0\cdot 10^{5}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,2]**

Comparem *v* amb *c*: $\dfrac{v}{c}\cdot 100 = 0{,}17\,\%$

Per tant, la correcció relativista seria negligible, ja que $v \ll c$. **[0,3]**
[si algú fa el càlcul s'ha de puntuar correctament]

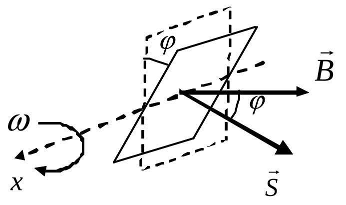
P5B

a) $F = e\,v\,B = m_e g \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{m_e g}{e\,B} = 1{,}1\cdot 10^{-6}\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,5]**



[0,5] [ha de quedar clar que $\vec{B}, \vec{v}, \vec{F}$ formen un triedre, que s'ha tingut en compte que l'electró és una càrrega negativa i que $\vec{F}$ va en sentit contrari al pes]

b)



$\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt}$ **[0,2]**

$\varepsilon = -\dfrac{d}{dt}\left(B\,S\cos\varphi\right) = -\dfrac{d}{dt}\left(B\,S\cos\omega t\right) = B\,S\omega\sin\omega t$ **[0,4]**

$\varepsilon = B\,S\omega\sin\omega t = 1{,}25\pi\cdot 10^{-4}\sin\left(100\pi\,t\right) \quad \left(\text{en V, si } t \text{ en s}\right)$ **[0,4]** [si no posen les unitats 0,3]

SÈRIE 5

P1

a) $\vec{F} = m\vec{a}$; $G\dfrac{M_T m}{\left(R_T + h\right)^2} = ma_c = m\left(R_T + h\right)\omega^2$ **[0,4]**

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ **[0,2]**; $G\dfrac{M_T m}{\left(R_T + h\right)^2} = m\left(R_T + h\right)\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad h = \sqrt[3]{\dfrac{GM_T T^2}{4\pi^2}} - R_T = 3,43\cdot10^5\ \text{m}$ **[0,4]**

b) Per adquirir la velocitat d'escapament se li ha de suministrar una energia perque el satèl·lit arribi a l'infinit, on E_m=0. **[0,2]** [cal alguna discusió energètica per entendre els càlculs que fan]
$\Delta E = E_{final} - E_{inicial} = -E_{inicial} = -E_{satel.lit}$ **[0,2]**

$E_{satel.lit} = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{M_T m}{R_T + h} = -2,31\cdot10^{11}\ \text{J}$ **[0,4]**

Se li ha de suministrar una energia: $\Delta E = E_{final} - E_{inicial} = -E_{inicial} = -E_{satel.lit} = 2,31\cdot10^{11}\ \text{J}$ **[0,2]**

P2

a) De la gràfica: $T = 8\,\text{dies}$ (temps fins que la massa es redueix a la meitat) **[0,3]**

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ **[0,2]**; $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T} = 8,66\,\text{dies}^{-1}$ **[0,2]**

$M\left(40\,\text{dies}\right) = M_0 e^{-\lambda t} = 100\cdot e^{-\frac{\ln 2}{8}\cdot 40} = 3,1\,\text{g}$ **[0,3]**

[També es pot admetre la solució: $40\text{dies} = 8\text{dies}\cdot 5$. La massa disminuirà en $2^5 = 32$. I serà $100/32 = 3,12\,\text{g}$ **]**

b)
Les partícules β són electrons. **[0,2]**
$\Delta E = \Delta m c^2$ **[0,2]**; $\Delta m = \left[m\left(Xe\right) + m\left(e\right)\right] - m\left(I\right)$ **[0,2]**

$\Delta m = \left[130,904533 + 5,486\cdot10^{-4}\right] - 130,906125 = -1,043\cdot10^{-3}\ \text{u} = -1,732\cdot10^{-30}\ \text{kg}$ **[0,2]**

$\Delta E = \Delta m c^2 = -1,559\cdot10^{-13}\ \text{J}$ que és l'energia alliberada en desintegrar-se un ió de iode-131. **[0,2]**

OPCIÓ A

P3A

a) $E_{mec} = E_{cin} + E_{pot}$

De la gràfica: $E_{cin}\left(x = 0\right) = 10\,\text{J}$; $E_{cin}\left(x = 0,20\right) = 0\,\text{J}$ **[0,1]**

Per tant: $E_{pot}\left(x = 0\right) = 0\,\text{J}$; $E_{pot}\left(x = 0,20\right) = 10\,\text{J}$ **[0,3]**

ja que l'energia mecànica es conserva $E_{mec} = E_{cin} + E_{pot} = 10\,\text{J}$ **[0,2]**

$E_{pot} = \dfrac{1}{2}kx^2$; $A = 0,20\,\text{m}$ **[0,1]**

$E_{pot;\,\max ima} = \dfrac{1}{2}kA^2 \quad \Rightarrow \quad k = \dfrac{2E_{pot;\,\max ima}}{A^2} = \dfrac{2\cdot10}{0,20^2} = 500\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ **[0,3]**

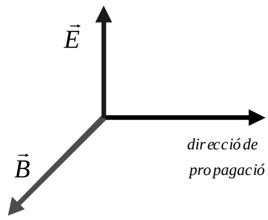
b) $k = m\omega^2$ **[0,3]**; $\omega = 2\pi f$ **[0,2]**

$m = \dfrac{k}{4\pi^2 f^2} = 0,050\,\text{kg}$ **[0,5]**

P4A

a) $E = c\,B \quad \Rightarrow \quad B = \dfrac{E}{c} = 2{,}3\cdot 10^{-10}\ \mathrm{T}$ **[0,3]**

$c = \lambda \upsilon \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{c}{\upsilon} = 3{,}0\ \mathrm{m}$ **[0,3]**



[dibuix dels camps:
- han de dibuixar $\vec{B} \perp \vec{E}$ **[0,2],**
- han de dibuixar la direcció de propagació perpendicular a $\vec{B}, \vec{E}$] **[0,2]**

b) $E = E_0 \sin\left(k\,x - \omega t\right)$ **[0,2]**

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{3}\mathrm{m}^{-1}$ **[0,2]**; $\omega = 2\pi\,\upsilon = 200\cdot 10^{6}\pi\ \mathrm{rad/s}$ **[0,2]**

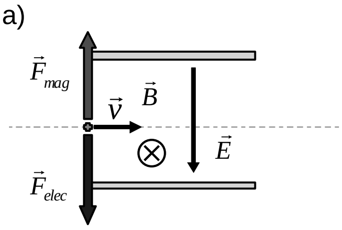
$E = 0{,}07\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}x - 2\pi\cdot 10^{8}\,t\right) \quad \left(\mathrm{en}\ \dfrac{\mathrm{N}}{C}, \mathrm{si}\ x\,\mathrm{en\ m\ i}\ t\ \mathrm{en\ s}\right)$ **[0,1]**

$B = B_0 \sin\left(k\,x - \omega t\right)$ **[0,2]**

$B = 2{,}3\cdot 10^{-10}\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}x - 2\pi\cdot 10^{8}\,t\right) \quad \left(\mathrm{en\ T, si}\ x\,\mathrm{en\ m\ i}\ t\ \mathrm{en\ s}\right)$ **[0,1]**

P5A

a)



[cada força ben dibuixada] **[0,2]**

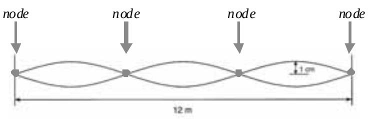
$F_{ele} = q\,E$; $F_{mag} = q\,v\,B$ **[0,2]**

L'ió no es desviarà quan $F_{ele} = F_{mag}$ **[0,2]**; $q\,E = q\,v\,B \quad \Rightarrow \quad v = \dfrac{E}{B} = 1.000\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,2]**

b) Les dues forces anirien dirigides en sentit contrari al dibuixat en a). **[0,5]**
També es podria complir $F_{ele} = F_{mag}$, i la velocitat dels ions que no es desviarien seria la mateixa. **[0,5]**

OPCIÓ B

P3B
a)



[per cada node] **[0,1]**
Hi ha quatre nodes: distància ente nodes= 12/3= 4m **[0,2]**
$\lambda = 2\, d_{nodes} = 8\,\text{m}$ **[0,2]**
$A_{individual} = 1/2 = 0{,}5\,\text{cm}$ **[0,2]**

b) $y(x,t) = A\sin(\omega t - k\,x + \varphi)$

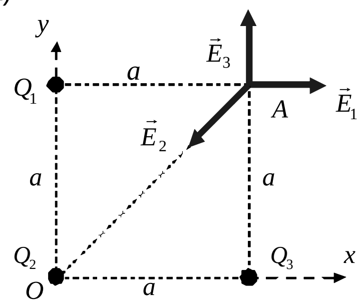
$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\pi}{4}\,\text{m}^{-1}$; **[0,2]** $\omega = 2\pi\, f = 60\pi\,\text{rad/s}$ **[0,2]**; $A = 0{,}5\,\text{cm}$

$y(0,0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0$ **[0,1]**

Substituint: $y(x,t) = 0{,}5\cdot\sin\left(60\pi t - \dfrac{\pi}{4}x\right) \quad (\text{en cm, si } t \text{ en s i } x \text{ en m})$ **[0,2]**

$v = \lambda\, f = 240\,\text{m/s}$ **[0,3]**

P4B
a)



$r_{OA} = \sqrt{a^2 + a^2} = 0{,}15\cdot\sqrt{2}\,\text{m}$

$E_1 = k\dfrac{Q_1}{a^2} = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{1\cdot 10^{-6}}{0{,}15^2} = 4\cdot 10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{C}}$ **[0,2]**

Per simetria $E_3 = E_1 = 4\cdot 10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{C}}$. **[0,2]**

$E_2 = k\dfrac{Q_2}{r_{OA}^2} = 9\cdot 10^9 \cdot \dfrac{2\cdot 10^{-6}}{\left(0{,}15\cdot\sqrt{2}\right)^2} = 4\cdot 10^5\,\dfrac{\text{N}}{\text{C}}$ **[0,2]**

[per cada signe mal posat resteu 0,1punts (no penalitzeu el mateix error dues vegades)**]**

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = E_x\,\hat{i} + E_y\,\hat{j}$;

$E_x = E_{x1} - E_{x2}\cos 45 = 1{,}17\cdot 10^5\ \text{N/C}$ **[0,2]**

$E_y = -E_{y2}\cos 45 + E_{y3} = 1{,}17\cdot 10^5\ \text{N/C}$ **[0,2]**

b) $V_1 = k\frac{Q_1}{a} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{1\cdot 10^{-6}}{0,15} = 6\cdot 10^4\ \text{V}$ **[0,2]**

$V_2 = k\frac{Q_2}{a\sqrt{2}} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{-2\cdot 10^{-6}}{0,15\cdot\sqrt{2}} = -8,48\cdot 10^4\ \text{V}$ **[0,2]**

$V_3 = k\frac{Q_3}{a} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{1\cdot 10^{-6}}{0,15} = 6\cdot 10^4\ \text{V}$ **[0,2]**

[per cada signe mal posat resteu 0,1punts (no penalitzeu el mateix error dues vegades)**]**

$V = V_1 + V_2 + V_3 = 3,52\cdot 10^4\ \text{V}$ **[0,2]**

$U = qV_A = 7\cdot 10^{-6}\cdot 3,52\cdot 10^4 = 0,25\,\text{J}$ **[0,1]**

Treball realitzat per un agent extern, en contra del camp. **[0,1]**

P5B

a)

El camp magnètic creat per un fil rectilini indefinit disminueix amb la distància al fil.
Apareixerà un corrent induït a l'espira quan el flux magnètic a través seu variï.
Així, com que la superfície de l'espira es manté constant:

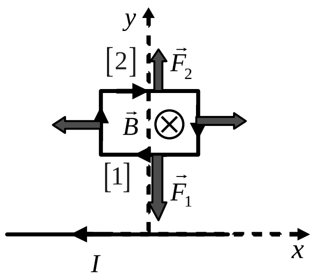
a-1: la movem en la direcció X: no s'induirà cap corrent a l'espira ja que el flux magnètic a través seu es mantindrà constant. **[0,5]**

[si només diuen que no s'indueix corrent, sense justificació] [0,3]

a-2: la movem en la direcció Y: s'induirà un corrent a l'espira ja que el flux magnètic a través seu variarà. **[0,5]**

[si només diuen que s'indueix corrent, sense justificació] [0,3]

b)



[direcció del camp] **[0,2]**

[per cada força ben posada] **[0,15]**

La força $F_1 > F_2$, ja que el camp magnètic creat per un fil rectilini indefinit disminueix amb la distància al fil, i $y_1 < y_2$. I la longitud dels costats [1] i [2] és la mateixa. **[0,2]** [si no diuen res de la longitud dels costats puntuar amb la màxima nota]

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010

Física

Sèrie 2

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

P1) La distància mitjana del planeta Júpiter al Sol és 5,203 vegades la distància mitjana de la Terra al Sol. La massa de Júpiter és 317,8 vegades la massa de la Terra, i té un radi que és 10,52 vegades el radi terrestre. Suposem que les òrbites dels planetes que giren al voltant del Sol són circulars. Calculeu:

a) La durada de l'«any» de Júpiter, és a dir, el temps que triga Júpiter a fer una volta entorn del Sol.

b) La velocitat d'escapament a la superfície de Júpiter.

DADES: $R_{\text{Terra}} = 6\,367$ km; $g = 9{,}80$ m/s^2.

P2) Una radiació ultraviolada de $\lambda = 200$ nm incideix sobre una placa de plom, de manera que salten electrons amb una energia cinètica màxima d'1,97 eV. Calculeu:

a) La funció de treball (és a dir, l'energia mínima d'extracció d'electrons) del plom.

b) La longitud d'ona associada als electrons emesos amb l'energia cinètica màxima.

DADES: $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s;
$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s;
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg;
$q_{\text{electró}} = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C;
1 nm = 10^{-9} m;
1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J.

Opció A

P3) Tenim dues càrregues elèctriques, $Q_1 = 4\ \mu C$, situada en el punt (–2, 0), i $Q_2 = -3\ \mu C$, situada en el punt (2, 0).

a) Quina càrrega (valor i signe) hem de posar en el punt (4, 0) perquè el camp elèctric creat per les tres càrregues en el punt (0, 0) sigui nul?

b) Quant val l'energia potencial electrostàtica d'aquesta tercera càrrega quan està situada en aquest punt (4, 0)?

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9{,}0 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$.

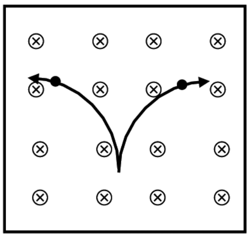
P4) Alguns instruments musicals, com la flauta, estan formats per un tub en què es produeixen ones estacionàries. Podem imaginar-nos la flauta com un tub ple d'aire, obert pels dos extrems, en què es formen ones estacionàries amb ventres en els dos extrems. Si la llargària del tub és 70,0 cm:

a) Dibuixeu el perfil de l'ona corresponent a l'harmònic fonamental produït a l'interior del tub de la flauta. Determineu la freqüència de l'harmònic fonamental i la dels dos primers sobretons (segon i tercer harmònics) que es produiran en aquest tub.

b) Quan fem sonar la flauta, produïm una sensació sonora de 65 dB en un observador situat a 2,0 m. Quina sensació sonora percebrà el mateix observador si en comptes d'una flauta sonen tres flautes idèntiques alhora?

DADA: $v_{so} = 340$ m/s.

P5) La imatge següent representa una cambra d'ionització en què s'observa l'aparició d'un electró i d'un positró que tenen la mateixa energia. El camp magnètic que hi ha a la cambra d'ionització és de $2 \cdot 10^{-4}$ T i està dirigit cap a l'interior del paper.



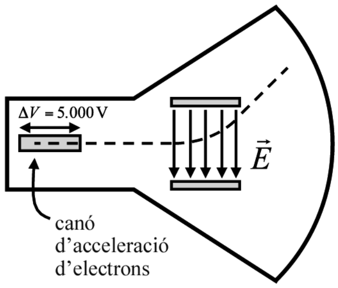
a) Indiqueu la trajectòria del positró i la de l'electró i justifiqueu la resposta. Si les dues trajectòries tenen un radi equivalent de 5,80 m, determineu la velocitat de les partícules.

b) Quina és l'energia en repòs d'un electró? Quina energia mínima ha de tenir un fotó per a materialitzar-se en un parell electró-positró? Quines són la freqüència i la longitud d'ona corresponents a aquesta energia?

DADES: $q_{\text{electró}} = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C;
$q_{\text{positró}} = +1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C;
$m_{\text{electró}} = m_{\text{positró}} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg;
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s;
$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s.

Opció B

P3) En una pantalla de raigs catòdics, els electrons s'acceleren en passar per un canó amb una diferència de potencial de $5{,}0 \cdot 10^3$ V entre els extrems. Després arriben a una zona on hi ha un camp elèctric de mòdul $1{,}0 \cdot 10^4$ N/C, constant i dirigit cap avall.



a) Determineu l'energia cinètica i la velocitat dels electrons en sortir del canó d'acceleració.

b) Calculeu la força elèctrica que actua sobre els electrons i l'acceleració que experimenten (indiqueu el mòdul, la direcció i el sentit per a les dues magnituds) mentre són a la zona on hi ha el camp elèctric vertical. Justifiqueu si s'ha de tenir en compte o no el pes dels electrons.

DADES: $m_{\text{electró}} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_{\text{electró}} = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

P4) Una molla de constant $k = 125$ N/m té un extrem fix i, en l'altre, hi ha lligada una massa de 200 g que pot lliscar sobre una superfície horitzontal sense fregament. Desplacem inicialment la massa 12 cm de la posició d'equilibri, tot allargant la molla, i la deixem anar. Determineu:

a) El valors màxims de les energies cinètica i potencial assolides durant el moviment i la velocitat màxima de la massa.

b) El període i la freqüència del moviment harmònic resultant. Escriviu també l'equació d'aquest moviment prenent $t = 0$ com l'instant en què s'ha deixat anar la massa.

P5) Un timbre funciona a 12,0 V de tensió i 0,200 A d'intensitat. Per tal de poder-lo connectar a la xarxa elèctrica i que funcioni correctament, disposa d'un transformador ideal que té 20 espires en el secundari.

a) Connectem el primari del transformador a un corrent altern de 220 V. Calculeu quantes espires té el primari i quina intensitat de corrent hi circula.

b) Si connectem el primari d'aquest transformador a un corrent continu de 24 V, quina intensitat de corrent circularà pel timbre? Justifiqueu la resposta.

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés

SÈRIE 2

P1

a) $\frac{T_T^2}{d_T^3} = \frac{T_J^2}{d_J^3}$ **[0,6]**

$T_J^2 = \frac{d_J^3}{d_T^3} T_T^2 \Rightarrow T_J = \sqrt{5,203^3 \cdot 1^2} = 11,87 \text{ anys}$ **[0,4]**

b) $\frac{1}{2} m v_{esc}^2 - G \frac{M_J m}{R_J} = 0$ **[0,5]**

$v_{esc} = \sqrt{2G \frac{M_J}{R_J}}$ **[0,1]**

A més: $g = G \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow G \frac{M_T}{R_T} = g R_T$ **[0,2]**

$v_{esc} = \sqrt{2G \frac{M_J}{R_J}} = \sqrt{2G \frac{317,8 M_T}{10,52 R_T}} = \sqrt{2 \cdot \frac{317,8}{10,52} \cdot g R_T} = 6,14 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,2]**

P2

a) energia dels fotons incidents: $E_i = hf = 9,945 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,21 \text{ eV}$ **[0,3]**

$c = \lambda f \Rightarrow f = c/\lambda = 1,50 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ **[0,2]**

efecte fotoelèctric: $E_i = W + E_e$ **[0,3]**

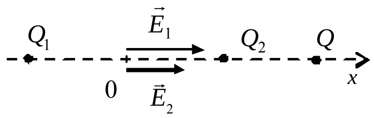
$W = E_i - E_e = 6,21 - 1,97 = 4,24 \text{ eV}$ (=6,79·10^{-19} J) **[0,2]**

b) $E_e = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_e}{m_e}} = 8,32 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,4]**

$p_e \lambda_e = h \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} = 8,75 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ **[0,6]**

OPCIÓ A

P3A
a)



$$E = K\frac{Q}{r^2}\begin{cases} E_1 = K\dfrac{Q_1}{x_1^2} = 9\cdot 10^3\ \dfrac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_2 = K\dfrac{|Q_2|}{x_2^2} = \dfrac{3}{4}\cdot 9\cdot 10^3\ \dfrac{\text{N}}{\text{C}} \end{cases}$$ **[0,2]**

Segons la figura: $\vec{E}_1 = E_1\,\hat{\imath}$; $\vec{E}_2 = E_2\,\hat{\imath}$; per tant $\vec{E}_Q = -\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right) = -\left(E_1 + E_2\right)\hat{\imath}$. Això vol dir que Q ha de ser positiva. **[0,3]**

$E_Q = E_1 + E_2 = \frac{7}{4} 9\cdot 10^3\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$ **[0,3]**; però, a més $E_Q = K\frac{Q}{4^2}$ **[0,1]**. D'on s'obté: $Q = 28\,\mu\text{C}$ **[0,1]**

b) $U = qV$ **[0,2]**

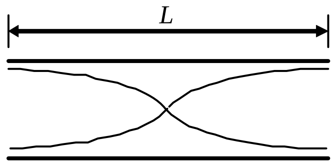
$V_1 = k\frac{Q_1}{r_1} = 9\cdot 10^9\ \frac{4\cdot 10^{-6}}{6} = 6.000\ \text{V}$ **[0,3]**

$V_2 = k\frac{Q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9\ \frac{-3\cdot 10^{-6}}{2} = -13.500\ \text{V}$ **[0,3]**

[per cada signe mal posat resteu 0,1punts (no penalitzeu el mateix error dues vegades)**]**

$U = qV = 28\cdot 10^{-6}\cdot\left(6.000 - 13.500\right) = -0{,}21\ \text{J}$ **[0,2]**

P4A
a)



[0,2]

harmònic fonamental: $\lambda_1 = 2L$ **[0,2]**

$v = \lambda f$; $f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} = 243\ \text{Hz}$ **[0,2]**

segon harmònic $\lambda_2 = L$; $f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 486\ \text{Hz}$ **[0,2]**

tercer harmònic $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$; $f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 729\ \text{Hz}$ **[0,2]**

b) una flauta: $\beta_1 = 10\cdot\log\frac{I}{I_0} = 65\ \text{dB}$ **[0,2]**

tres flautes: $\beta_3 = 10\cdot\log\frac{3I}{I_0}$ **[0,3]**

$\beta_3 = 10\cdot\log\frac{3I}{I_0} = 10\left(\log 3 + \log\frac{I}{I_0}\right) = 10\cdot\log 3 + \beta_1 = 69{,}8\ \text{dB}$ **[0,5]**

P5A

a) $F = q\,v\,B$ i regla de la mà esquerra (o similar) **[0,2]**

La trajectòria de l'esquerra. La força sobre la càrrega va cap a l'esquerra. Per tant, correspon a una càrrega positiva (positró). **[0,2]**

La trajectòria de la dreta. La força sobre la càrrega va cap a la dreta. Per tant, correspon a una càrrega negativa (electró). **[0,2]**

$$m\frac{v^2}{R} = qvB \quad \Rightarrow \quad v = \frac{qBR}{m} = 2{,}04\cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **[0,3]**

Les dues velocitats són iguals, segons l'expressió anterior. **[0,1]**

b) L'energia en repòs de l'electró és $E_0 = m_e c^2 = 8{,}20\cdot 10^{-14}\ \mathrm{J}$ **[0,2]**

mínima energia del fotó (per crear dos electrons) $E = 2E_0 = 2m_e c^2 = 1{,}64\cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}$ **[0,2]**

$$E = h\upsilon \quad \Rightarrow \quad \upsilon = \frac{E}{h} = 2{,}47\cdot 10^{20}\ \mathrm{Hz}$$ **[0,3]**

$$c = \lambda\upsilon \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{\upsilon} = 1{,}21\cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}$$ **[0,3]**

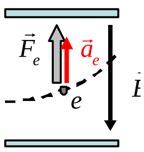
OPCIÓ B

P3B

a) Treball realitzat pel camp elèctric: $|W_e| = |q\Delta V| = 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5.000 = 8{,}0\cdot 10^{-16}\ \mathrm{J}$ **[0,4]**

$$\frac{1}{2}mv^2 = 8{,}0\cdot 10^{-16}\ \mathrm{J}$$ **[0,3]** $$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\cdot 8{,}0\cdot 10^{-16}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}} = 4{,}2\cdot 10^{7}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **[0,3]**

b) $|F_e| = |qE| = \left|-1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 10.000\right| = 1{,}6\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}$ **[0,2]**



$$\vec{F} = m\vec{a}\,;\quad a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-15}}{9{,}1\cdot 10^{-31}} = 1{,}8\cdot 10^{15}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$ **[0,2]**

direcció i sentit $\vec{F}_e$ **[0,2];** direcció i sentit $\vec{a}_e$ **[0,2]**

$p_e = m_e g = 8{,}9\cdot 10^{-30}\ \mathrm{N}$; $p_e << F_e$, per tant no cal tenir en compte el pes dels electrons **[0,2]**

P4B

a) $E_{potencial;\max} = \frac{1}{2}kx_{\max}^2 = \frac{1}{2}\cdot 125\cdot 0,12^2 = 0,90\,\mathrm{J}$ **[0,3]**

$E_{potencial;\max} = E_{cinetica;\max} = 0,90\,\mathrm{J}$ **[0,3]**

$E_{cinetica;\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{cinetica;\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,90}{0,2}} = 3,0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[0,4]**

b) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 25,0\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ **[0,1]**

$\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad f = 3,98\,\mathrm{Hz}$ **[0,1]**; $T = \frac{1}{f} = 0,251\,\mathrm{s}$ **[0,1]**

$x = A\sin(\omega t + \varphi)$ **[0,1]**

condicions inicials: $0,12 = 0,12\cdot\sin(\omega\cdot 0 + \varphi) \quad \Rightarrow \quad \sin\varphi = 1 \quad \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad}$ **[0,2]**

Equació del moviment: $x = 0,12\cdot\sin\left(25t + \frac{\pi}{2}\right)$ (*t* en segons i *x* en metres) **[0,4]** [si no posen unitats 0,3]

Alternativament: $x = A\cos(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad x = 0,12\cdot\cos(25t)$

P5B

a) $V_P I_P = V_S I_S$ **[0,3]**; $I_P = \frac{V_S I_S}{V_P} = \frac{12,0\cdot 0,200}{220} = 0,011\,\mathrm{A}$ **[0,2]**

$\frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S}$ **[0,3]**; $N_P = \frac{V_P N_S}{V_S} = \frac{220\cdot 20}{12} = 367\,\text{espires}$ **[0,2]**

b) $I = 0$ **[0,3]**

Si el corrent al primari és corrent continu, el corrent no variarà i no hi haurà fenomen d'inducció. No s'induirà cap fem al secundari, ja que el flux magnètic a través del secundari no varia. **[0,7]**
[a la justificació han de dir alguna cosa sobre el fenomen d'inducció]

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Física

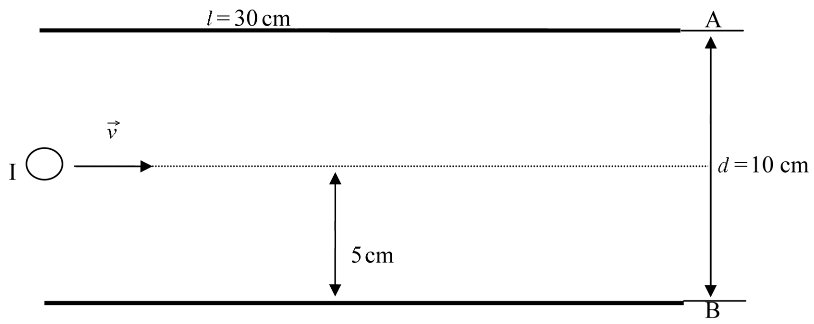
Sèrie 1

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

Part obligatòria

P1) Entre dues plaques metàl·liques conductores, de 30 cm de llargària, hi ha un camp elèctric uniforme vertical, d'intensitat $E = 10^4$ V/m.



a) A quina velocitat $\vec{v}$ (horitzontal) s'ha de llançar un electró des de la posició I, a l'entrada del camp, perquè en surti fregant un dels extrems (A o B) de les plaques?

b) Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu l'electró dins del camp. Calculeu el treball que fa la força elèctrica que actua sobre l'electró en el recorregut que descriu pel camp.

DADES: $m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg; $Q_{\text{electró}} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.

P2) Disposem de les dades següents del Sistema Solar:

DADES: $1\,\text{UA} = 1{,}496 \times 10^{11}\,\text{m}$; $R_{\text{Terra}} = 6{,}378 \times 10^{6}\,\text{m}$;
$M_{\text{Terra}} = 5{,}974 \times 10^{24}\,\text{kg}$; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$.

Planetes	*Distància mitjana al Sol (UA)*	*Període orbital (anys)*	*Radi mitjà* / R_{Terra}	*Massa*/M_{Terra}
Mercuri	0,387	0,240 8	0,386	0,055
Venus	0,723	0,615 2	0,949	0,815
Terra	1	1,000	1	1
Mart	1,52	1,881	0,532	0,107
Júpiter	5,20	11,86	11,2	318
Saturn	9,54	29,45	9,45	95
Urà	19,2	84,02	4,01	14
Neptú	30,1	164,8	3,88	17

a) Calculeu el valor de la constant de la tercera llei de Kepler per a Venus, Júpiter i Saturn. Expresseu-la amb les xifres significatives adequades i amb les unitats que figuren en la taula. Amb els valors calculats, determineu el valor més correcte de la constant per al Sistema Solar.

b) Calculeu la massa del Sol i l'acceleració de la gravetat a la superfície de Mart.

Opció A

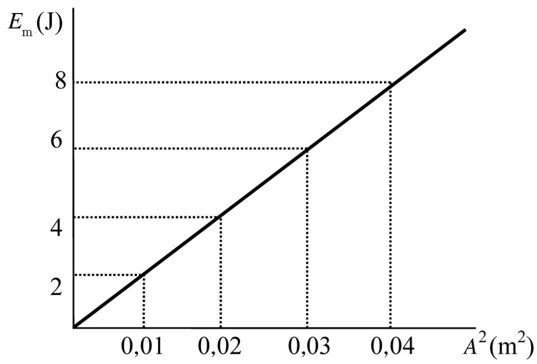
P3) En l'últim campionat mundial de futbol, la *vuvuzela*, un instrument musical d'animació molt sorollós, atesa la forma cònica i acampanada que té, va despertar una gran controvèrsia per les molèsties que causava. Aquest instrument produeix el so a una freqüència de 235 Hz i crea uns harmònics, és a dir, sons múltiples de la freqüència fonamental (235 Hz), d'entre 470 Hz i 1 645 Hz de freqüència. La *vuvuzela* és molt irritant, perquè els harmònics amb freqüències més altes són els més sensibles per a l'oïda humana.

NOTA: Considereu que el tub sonor és obert pels dos cantons.

a) Amb les dades anteriors, calculeu la longitud aproximada d'una *vuvuzela*.
b) Un espectador es troba a 1 m d'una *vuvuzela* i percep 116 dB. Molest pel soroll, s'allunya fins a una distància de 50 m. Quants decibels percep, aleshores?

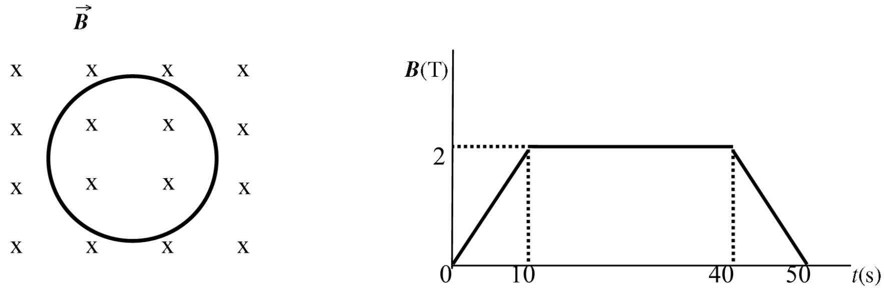
DADES: $\boldsymbol{v}_{\text{so a l'aire}} = 340$ m/s; $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

P4) Una massa de 0,5 kg descriu un moviment harmònic unida a l'extrem d'una molla, de massa negligible, sobre una superfície horitzontal sense fregament. En la gràfica següent es relaciona el valor de l'energia mecànica de la molla amb el quadrat de l'amplitud d'oscil·lació del moviment harmònic:



Calculeu:
a) El valor de la freqüència d'oscil·lació.
b) El valor de la velocitat màxima de la massa quan l'amplitud d'oscil·lació del moviment és 0,141 4 m.

P5) Una espira de radi $r = 25$ cm està sotmesa a un camp magnètic que és perpendicular a la superfície que delimita l'espira i de sentit entrant. En la gràfica següent es mostra el valor de la inducció magnètica $\boldsymbol{B}$ en funció del temps:



a) Expliqueu raonadament si circula corrent elèctric per l'espira en cadascun dels intervals de temps indicats i determineu-ne, si s'escau, el sentit de circulació.

b) Calculeu la intensitat de corrent elèctric en cada interval de temps, si la resistència de l'espira és $5\,\Omega$. Recordeu que la llei d'Ohm estableix que

$$I = \frac{\Delta V}{R}.$$

Opció B

P3) El triti és un isòtop radioactiu de l'hidrogen. El nucli del triti té dos neutrons.

a) El triti es genera de manera natural a l'atmosfera quan els àtoms de nitrogen xoquen amb una certa partícula que anomenarem «?». La reacció és:

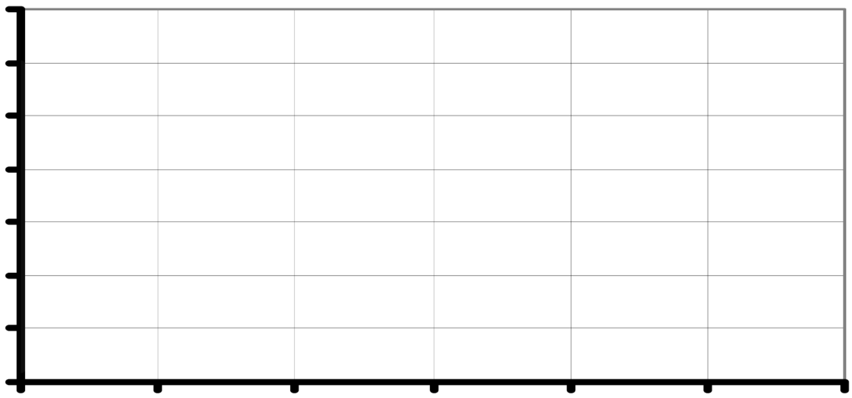
$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{x}_{y}? \rightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C} + ^{z}_{1}\mathrm{T}$$

També es pot produir en reactors nuclears, amb la reacció següent:

$$^{j}_{k}\mathrm{Li} + ^{x}_{y}? \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{z}_{1}\mathrm{T}$$

Determineu els valors dels índexs x, y, z, j i k.

b) El període de semidesintegració del triti és, aproximadament, de dotze anys. Elaboreu una gràfica amb les variables de massa i temps en què s'observi com varia la quantitat de triti d'una mostra que inicialment és de 120 g durant els seixanta anys següents.



P4) Una antena de telefonia mòbil instal·lada al terrat d'un edifici emet ones electromagnètiques de 900 MHz de freqüència amb una potència de 4 W.

a) Calculeu quants fotons emet l'antena en un minut.

b) Valoreu si els fotons que emet l'antena poden produir efecte fotoelèctric en un metall que és a prop, tenint en compte que l'energia d'extracció mínima dels electrons del metall és 4,1 eV. En cas afirmatiu, calculeu l'energia cinètica dels electrons extrets. Si l'antena emet amb una potència de 8 W, com variarà l'efecte fotoelèctric que es pugui produir en el metall?

DADES: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J s; 1 eV $= 1{,}602 \times 10^{-19}$ J.

P5) La massa d'un electró en repòs és $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg. Un accelerador lineal n'incrementa la velocitat fins que la massa de l'electró és deu vegades més gran.

a) Calculeu l'energia cinètica que ha guanyat l'electró, expressada en J i en MeV.

Fem xocar l'electró amb un positró que circula en sentit contrari i que té la mateixa energia. L'electró i el positró s'anihilen mútuament i produeixen dos fotons que tenen, cadascun, la mateixa energia.

b) Escriviu l'equació d'aquest procés i determineu l'energia i la freqüència dels fotons.

DADES: $1\,\text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\,\text{J}$; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}\,\text{J s}$; $c = 3 \times 10^{8}\,\text{m/s}$.

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

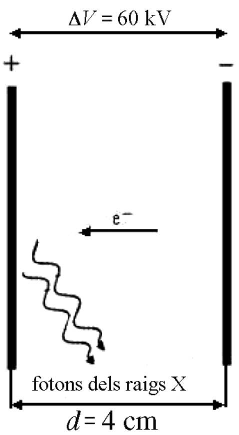
Part obligatòria

P1) Una massa $m = 0{,}3\,\mathrm{kg}$, situada en un pla horitzontal sense fricció i unida a una molla horitzontal, descriu un moviment vibratori harmònic. L'energia cinètica màxima de la massa és 15 J.

a) Si sabem que entre els dos punts del recorregut en què el cos té una velocitat nul·la hi ha una distància de 50 cm, calculeu l'amplitud, la freqüència i el període del moviment i la constant elàstica de la molla.

b) Calculeu la posició, la velocitat i l'acceleració del cos en l'instant $t = 3\,\mathrm{s}$, considerant que quan $t = 0\,\mathrm{s}$ el cos té l'energia cinètica màxima.

P2) El 1895, Wilhelm Conrad Röntgen va descobrir els raigs X, que, entre altres aplicacions, són un recurs fonamental per a la medicina. La manera més habitual de generar raigs X consisteix a accelerar electrons fins a velocitats altes i a fer-los xocar amb un material, de manera que emetin una part de l'energia, o tota, en forma de raigs X. En un determinat aparell, aquesta acceleració es produeix aplicant als electrons una diferència de potencial de 60 kV al llarg de 4 cm, tal com s'indica en la figura següent:



a) Determineu el camp elèctric, que considerem constant, aplicat als electrons a l'interior de les plaques. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

b) Calculeu l'energia cinètica amb què xoquen els electrons contra la placa positiva i la freqüència dels fotons dels raigs X emesos. Considereu que els electrons incidents els transfereixen tota l'energia possible; és a dir, l'energia cinètica que porten en xocar contra la placa.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$.

Opció A

P3)

a) A la superfície d'un planeta, l'acceleració de la gravetat és $\boldsymbol{g}_\mathrm{s} = 9\,\mathrm{m/s^2}$, i a una altura $h = 100\,\mathrm{km}$, és $\boldsymbol{g}_\mathrm{h} = 8{,}7\,\mathrm{m/s^2}$. Determineu el radi d'aquest planeta.

b) És possible que un satèl·lit artificial orbiti al voltant de la Terra a una velocitat de 10 km/s? Calculeu l'hipotètic radi d'aquesta òrbita i compareu-lo amb el radi de la Terra per justificar la resposta.

DADES: $M_\mathrm{Terra} = 5{,}98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$; $R_\mathrm{Terra} = 6\,371\,\mathrm{km}$; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.

P4) Els grills perceben sons de freqüència d'entre 20 Hz i 100 kHz i els saltamartins perceben sons d'entre 15 Hz i 35 kHz de freqüència. Les balenes blanques emeten sons de 20 Hz. Si el so de la balena arriba a la superfície amb un angle de 60° respecte de la normal, calculeu:

a) L'angle amb què sortirà el so de la balena a l'aire. Podran sentir aquest so els grills i els saltamartins que són arran de la costa? I dalt d'un penya-segat?

b) La longitud d'ona, dins i fora de l'aigua, del so produït per la balena.

DADES: $\boldsymbol{v}_\text{so a l'aire} = 340\,\mathrm{m/s}$; $\boldsymbol{v}_\text{so a l'aigua} = 1\,500\,\mathrm{m/s}$.

P5) El iode 131 és un isòtop radioactiu que emet β^- i γ, té un període de semidesintegració de vuit dies i es fa servir per a tractar el càncer i altres malalties de la glàndula tiroide. La reacció de descomposició és la següent:

$$^{131}_{53}\text{I} \rightarrow {}^{x}_{y}\text{Xe} + \beta^- + {}^{0}_{0}\gamma$$

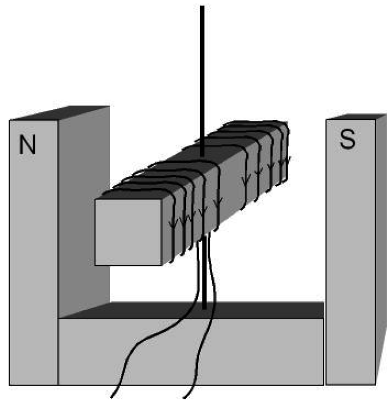
a) Determineu el valor dels nombres màssic i atòmic del xenó (x i y en la reacció, respectivament). Si les partícules β^- s'emeten a una velocitat de 2×10^5 km/s, calculeu-ne la longitud d'ona associada.

b) Un pacient rep un tractament amb iode 131. Quants dies han de transcórrer perquè la quantitat de iode 131 al cos del pacient es redueixi fins al 12,5 % del valor inicial?

DADES: $m_\beta = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J s.

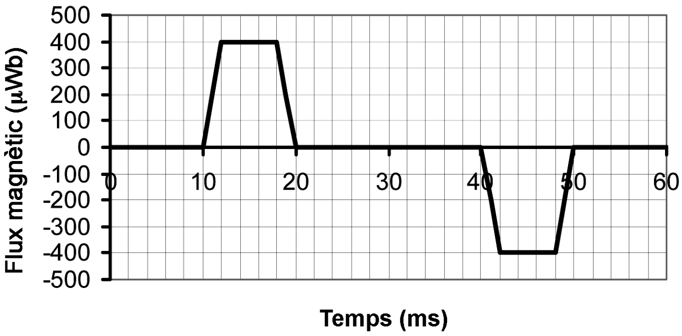
Opció B

P3) En la figura es mostra un dispositiu format per una barra de ferro que pot girar lliurement al voltant d'un eix vertical entre els pols d'un imant permanent de ferradura. Un fil elèctric aïllat envolta la barra.



a) Fem circular un corrent continu pel fil elèctric en el sentit indicat en la figura. Dibuixeu les línies del camp magnètic generat per l'electroimant i expliqueu raonadament com es mourà la barra.

b) Si fem girar la barra sense fer circular cap corrent elèctric, tenim un generador. En la gràfica es mostra la variació del flux magnètic ($\boldsymbol{\Phi}$) a través de la bobina en funció del temps quan la barra gira. Expliqueu raonadament en quins moments hi ha força electromotriu (FEM) induïda en les espires.



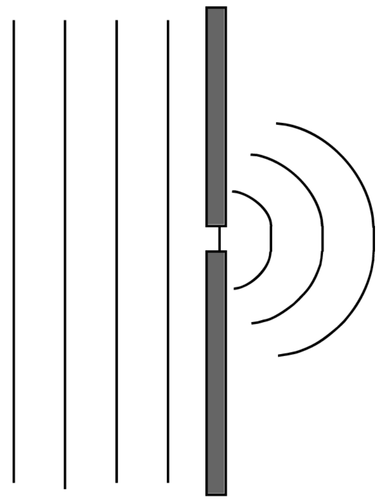
P4) L'any 2011 ha estat declarat Any Internacional de la Química, per commemorar, entre altres fets, que fa cent anys Marie Curie va ser guardonada amb el Premi Nobel de Química pel descobriment del radi, entre altres mèrits. El període de semidesintegració del radi és $1{,}59 \times 10^3$ anys. Si el 1911 es va guardar una mostra d'1,00 g de radi, calculeu:

a) La quantitat de radi de la mostra que queda actualment.

b) L'activitat radioactiva inicial de la mostra d'1,00 g de radi, i l'activitat radioactiva del radi que queda de la mostra avui.

DADES: $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $m_a(\text{Ra}) = 226\ \text{u}$.

P5) En la figura es mostren els fronts d'ona d'un so que travessa un obstacle.



a) Anomeneu el fenomen que s'indica. Quines condicions ha de tenir l'obstacle perquè es produeixi aquest fenomen d'una manera perceptible? Expliqueu breument alguna situació en què aparegui aquest fenomen.

b) Dibuixeu els fronts d'ona, d'una manera semblant a la figura, en el cas d'una ona sonora plana que es refracta en passar d'un medi en què la velocitat del so és 340 m/s a un altre en què la velocitat del so és 500 m/s, amb un angle d'incidència de 20°, i en el del so d'un clàxon d'un cotxe que es produeix mentre l'automòbil es desplaça ràpidament cap a un observador.

Expliqueu raonadament, en tots dos casos, si la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència augmenten, es mantenen igual o disminueixen.

SÈRIE 1

P1)

a) Direcció horitzontal: moviment uniforme $\Rightarrow vt = L$
Direcció vertical: moviment uniformement accelerat $\Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{D}{2}$ [**0.5**] $\Rightarrow$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$$

$$\frac{1}{2}at^2 = \frac{D}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{D}{a} = \frac{Dm}{qE} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{Dm}{qE}}\ [\mathbf{0.25}]$$

$$v = \frac{L}{t} = \sqrt{\frac{L^2qE}{Dm}} = 3,98 \times 10^7 m/s\ [\mathbf{0.25}]$$

b) 1 Moviment uniforme en una direcció i moviment uniformement accelerat en la direcció perpendicular $\Rightarrow$ trajectòria parabòlica [**0.5**]

2 $W = \frac{FD}{2} = \frac{qED}{2} = 8.01 \times 10^{-17} J[\mathbf{0.5}]$

P2)

a)

$$K = \frac{T^2}{R^3} \Rightarrow \begin{array}{l} K_{\text{Venus}} = 1,00142 \sim 1,00\ \frac{\text{anys}^2}{\text{UA}^3} \\ K_{\text{Júpiter}} = 1,00037 \sim 1,00\ \frac{\text{anys}^2}{\text{UA}^3} \\ K_{\text{Saturn}} = 0,99891 \sim 1,00\ \frac{\text{anys}^2}{\text{UA}^3} \end{array} \quad [\mathbf{0.75}]$$

$$\overline{K} = \frac{K_{\text{Venus}} + K_{\text{Júpiter}} + K_{\text{Saturn}}}{3} = 1,0002 \sim 1,00\frac{\text{anys}^2}{\text{UA}^3}\ [\mathbf{0.25}]$$

b)

$$G\frac{M_{\text{Sol}}M_{\text{Terra}}}{R^2_{\text{Terra-Sol}}} = M_{\text{Terra}}R_{\text{Terra-Sol}}\left(\frac{2\pi}{T_{\text{Període orbital Terra}}}\right)^2\ [\mathbf{0.25}]$$

$$M_{\text{Sol}} = \frac{R^3_{\text{Terra-Sol}}4\pi^2}{GT^2_{\text{Període orbital Terra}}} = 1,99 \times 10^{30} kg\ [\mathbf{0.25}]$$

$$g_{\text{Mart}} = G\frac{M_{\text{Mart}}}{R^2_{\text{Mart}}} = 6,67 \times 10^{-11}\frac{0,107 \times 5,974 \times 10^{24}}{(0,532 \times 6,378 \times 10^6)^2} = 3,70\ m/s^2\ [\mathbf{0.5}]$$

OPCIÓ A
P3)

a) El primer hàrmonic correspon a la freqüència fonamenatal: $\nu = 235Hz$. Per aquest estat vibracional la longitud total és igual a la meitat de la longitud d'ona: $L = \frac{\lambda}{2}$ [**0.5**].

Per altre banda:

$$\nu = \frac{v_{so}}{\lambda} \Rightarrow L = \frac{v_{so}}{2\nu} = \frac{340m/s}{2 \times 235Hz} = 0,72m \; [\mathbf{0.5}]$$

b) El nivell d'intensitat β mesurat en decibels (dB) es defineix com:

$$\beta(I) = 10 \log \frac{I}{I_0}(dB), I_0 : \text{llindar de referència}, I_0 = 10^{-12}W/m^2 \; [\mathbf{0.2}]$$

$$116 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 11,6 = \log(I) - \log(10^{-12}) = \log(I) + 12$$

$$\log(I) = 11,6 - 12 = -0,4 \Rightarrow I = 10^{-0.4} \sim 0,4W/m^2 \; [\mathbf{0.2}]$$

L'intensitat del so és inversament proporcional al quadrat de la distancia: [**0.2**]

$$I'\, d'^2 \;=\; I\, d^2 \;\Rightarrow\; I' \;=\; \frac{I\, d^2}{d'^2} \;=\; \frac{0.4\, 1}{50^2} \;=\; 1,6 \times 10^{-4}\, W/m^2 \; [\mathbf{0.2}]$$

El nombre de dB percebuts llavors serà:

$$\beta \;=\; 10 \log \left(\frac{1,6 \times 10^{-4}}{10^{-12}} \right) \;=\; 82\,\mathrm{dB} \; [\mathbf{0.2}]$$

P4)

a) L'energia mecànica en un moviment hàrmonic és constant i ve donada per: $E_M = \frac{1}{2}k\ A^2$, per tant el pendent de la recta és: $\frac{E_M}{A^2} = \frac{1}{2}\ k$ [**0.25**] $\Rightarrow \frac{1}{2}\ k = \frac{8-2}{0.04-0.01} = 200J/m^2 = 200N/m \Rightarrow k = 400N/m$ [**0.25**]

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{10\sqrt{2}}{\pi} = 4.5Hz \; [\mathbf{0.5}]$$

b) La velocitat en un moviment hàrmonic simple es escriure com: $v\ = A\ \omega \cos(\omega\ t)$ [**0.5**]
Per tant la velocitat màxima serà: $v_{max} = A\omega = A2\pi\nu$ [**0.25**]
$v_{max} = 4m/s$ [**0.25**]

P5)

a) Es produirà corrent elèctric quan es produeixi una variació en el flux del camp magnètic a través de l'espira. Per tant els intervals on tindrem corrent elèctric són: $0 \le t \le 10$ i $40 \le t \le 50$ [**0.5**]

El corrent induit és de sentit contrari al que generaria el camp que el produeix. [**0.25**]
En l'interval $0 \le t \le 10$, la derivada del flux respecte el temps és positiva, per tant el corrent generat serà en sentit antihorari. En l'interval $40 \le t \le 50$ la derivada del flux respecte del temps serà negativa, per tant el corrent serà en sentit horari. [**0.25**]

b) $0 \le t \le 10 \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\,t} = -\pi r^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\,t} = -\pi 0.25^2\ \frac{2-0}{10-0} = -3.93 \times 10^{-2}\,V$ [**0.25**]

$40 \le t \le 50 \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\,t} = -\pi r^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\,t} = -\pi 0.25^2\ \frac{0-2}{50-40} = 3.93 \times 10^{-2}\,V$ [**0.25**]

En tots dos casos el valor absolut del corrent serà:

$|I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{3.93 \times 10^{-2}}{5} = 7.85 \times 10^{-3}A$ [**0.5**]

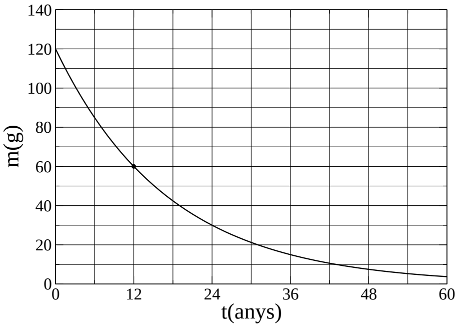
OPCIÓ B
P3)

a) A partir de la primera reacció nuclear:
El triti té 2 neutrons i un protó $\Rightarrow z = 3$ [**0.2**]
per tant: $14+x = 12+3 \rightarrow x = 1$; $7+y = 6+1 \rightarrow y = 0$ per tant la partícula incognita és un neutró. [**0.4**]

A partir de la segona reacció nuclear tindrem:
$j+1 = 4+3 \rightarrow\ j = 6$; $k+0 = 2+1 \rightarrow k = 3$ [**0.4**]

b) La llei de desintegració de la massa i/o nombre d'atoms d'un determinat radioisótop, en funció de període τ de semidesintegració és:

$$M = M_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}\ln 2}\ [\mathbf{0.5}]$$



[**0.5**]

P4)

a)

Energia emesa per un fotó: $E_\nu = h\nu = 6.62\times10^{-34}\times900\times10^6 = 5,96\times10^{-25}J$ [**0.5**]

Energia total emesa per l'antena durant 1 minut: $E = W\times t = 240J$ Nombre total de fotons emesos: $n = \frac{E}{E_\nu} = 4,03\times10^{26}$ fotons [**0.5**]

b) Llindar d'energia per que es produeixi efecte fotoelèctric: $4.1\,eV\frac{1.602\times10^{-19}J}{1eV} = 6,57\times10^{-19}J > 5.96\times10^{-25}J \ \Rightarrow$ no hi haurà efecte fotoelèctric. [**0.5**]
Si l'antena emet amb una potència de 8 W, hi haurien més fotons, però tots ells amb la mateixa energia, per tant tampoc hi hauria efecte fotoelèctric. [**0.5**]

P5)

a) Variació de massa: $\Delta m = 10m_0 - m_0 = 9m_0$ [**0.2**]
Variació de la seva energia cinètica: $\Delta E_c = \Delta mc^2 = 7,38\times10^{-13}J$ [**0.4**] $\times\frac{1eV}{1,60\times10^{-19}J} = 4,61\times10^6eV\times\frac{1MeV}{10^6eV} = 4,61MeV$ [**0.4**]

b) Electró + positró $\Rightarrow$ 2 fotons o bé:

$$\mathrm{e}^- + \mathrm{e}^+ \rightarrow 2\gamma\ [\mathbf{0.5}]$$

Per la llei de conservació de l'energia, cada fotó ha de ser igual a la meitat de l'energia total dissipada en la reacció, per tant l'energia del fotó serà igual a l'energia corresponent a l'electró abans de xocar:

$$E = mc^2 = 10\times9,11\times10^{-31}kg\times\left(3\times10^8m/s\right)^2 = 8,20\times10^{-13}J\ [\mathbf{0.25}]$$

Freqüència:

$$\nu = \frac{E}{h} = 1,24\times10^{21}Hz\ [\mathbf{0.25}]$$

Sèrie 4

P1)

a) Els punts on la velocitat és zero corresponen als punts on es produeixen: la màxima compressió i el màxim estirament de la molla, la distacia entre aquests dos punts serà igual a dues vegades l'amplitud: $2\ A\ =\ 0{,}5\ m\ \Rightarrow\ A\ =\ 0{,}25\ m$ [**0.2**]
En un moviment oscilatori hàrmonic:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)$$

per tant la màxima velocitat serà: $v_{m\grave{a}xima}\ =\ A\ \omega$ [**0.2**]

$$E_{c_{m\grave{a}xima}}\ = \frac{1}{2}\ m\ v^2_{m\grave{a}xima}\ =\ \frac{1}{2}\ m\ (A\ \omega)^2$$
$$\omega\ =\ \sqrt{\frac{2\ E_{c_{m\grave{a}xima}}}{m\ A^2}}\ = 40\ rad/s\ [\mathbf{0{,}2}]$$
$$\nu\ =\ \frac{\omega}{2\pi}\ =\ 6,37Hz,\ T\ =\ \frac{1}{\nu}\ =\ 0,157s\ [\mathbf{0{,}2}]$$

No tenim fregament, per tant l'energia mecànica es conserva $\Rightarrow E_{Total}\ =\ E_{c_{m\grave{a}xima}}\ =\ \frac{1}{2}K\ A^2\ \Rightarrow K\ =\ \frac{2\ E_{c_{m\grave{a}xima}}}{A^2}\ =\ 480N/m$ [**0,2**]

b) Si recordem les expressions:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)$$

Tindrem $E_{c_{m\grave{a}xima}}$, quan v(t=0) = $\pm\ v_{m\grave{a}xima}$ i per tant $\phi_0\ =\ \pm\ \frac{\pi}{2}$ i com a conseqüència

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)\ =\ \pm A\sin(\omega t)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t}\ =\ \pm\ A\omega\ \cos(\omega t)$$
$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}\ =\ \mp\ A\omega^2\ \sin(\omega t)\ [\mathbf{0{,}5}]$$

Per $t\ =\ 3s$, tindrem: $x(3s)\ =\ \pm 0,145\,m$; $v(3s)\ =\ \pm 8,14\,m/s$; $a(3s)\ =\ \mp 232\,m/s^2$ [**0.5**]

P2)

a) La direcció és perpendicular a les plaques i el sentit és tal que va de la placa positiva a la negativa. [**0.5**]
El modul val:

$$E\ =\ \frac{\Delta V}{d}\ =\ \frac{60\times 10^3\ V}{0{,}04\ m}\ =\ 1,5\times 10^6\ N/C\ [\mathbf{0{,}5}]$$

b)

$$\Delta E_p\ =\ q_{e^-}\ \Delta V\ =\ -1{,}6\times 10^{-19}\ C\ 6\times 10^4\ V\ =\ -9,6\times 10^{-15}J$$
$$\Delta E_c\ =\ W_{total}\ =\ -\Delta E_p\ =\ 9,6\times 10^{-15}J\ [\mathbf{0{,}5}]$$

$$E_{fotó} = \Delta E_c$$
$$E_{fotó} = h\,\nu$$
$$\nu = \frac{\Delta E_c}{h} = 1,45 \times 10^{19} Hz\ [\mathbf{0{,}5}]$$

OPCIÓ A
P3)

a)

$$g_s = \frac{G\ M}{R^2}$$
$$g_h = \frac{G\ M}{(R\ +\ h)^2}$$

[**0.5**]

$$\frac{g_s}{g_h} = \left(\frac{R\ +\ h}{R}\right)^2 \Rightarrow$$
$$\sqrt{\frac{g_s}{g_h}} = \frac{R\ +\ h}{R} \Rightarrow$$
$$R = \frac{h}{\sqrt{\frac{g_s}{g_h}}\ -\ 1} = 5850 km$$

[**0.5**]

b) Si r es l'hipotètic radi de l'òrbita, es verifica:

$$G\ \frac{M_T\ m}{r^2} = \frac{m\ v^2}{r}\ [\mathbf{0{,}5}] \Rightarrow$$
$$r = \frac{G\ M_T}{v^2} \Rightarrow$$
$$r = 3{,}989 \times 10^6\ m\ = 3989\ km\ [\mathbf{0{,}25}]$$

Com que $r\ <\ R_T$, aquesta òrbita no és possible [**0.25**]

P4)

a) Llei de la refracció:

$$\frac{\sin\phi_1}{\sin\phi_2} = \frac{v_1}{v_2}\ [\mathbf{0{,}4}]$$

Prenem l'aigua com a medi 1 i l'aire com a medi 2 $\Rightarrow$ $\phi_1 = 60^o; v_1 = 1500 m/s; v_2 = 340 m/s$
Anem a trobar amb quin angle sortirà el so de l'aigua:

$$\phi_2 = \arcsin\left(\frac{v_2\ \sin\phi_1}{v_1}\right) = 11,32^0\ [\mathbf{0{,}4}]$$

Per tant els grills i les llagostes podran sentir el so de les balenes, sempre que siguin molt properes a la costa i dalt d'un penya-segat, ja que el so surt amb un angle molt petit respecte la vertical i per tant amb una trajectòria molt vertical. [**0.2**]

b) La freqüència no varia al passar d'un medi a un altre. [**0.25**] La velocitat d'una ona ve donada per l'expressió: $v = \lambda\ \nu$ [**0.25**]

Dins de l'aigua:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1500}{20} = 75\ m\ [\mathbf{0{,}25}]$$

A l'aire:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{20} = 17\ m$$

que correpon a la longitud d'ona a la que rebran el so. [**0.25**]

P5)

a) Donat que en la reacció que ens plantejen l'única transformació nuclear que té lloc és la transformació d'un neutró en un protó amb l'emissió d'un electró (partícula β), per tant el nombre màsic del Xe serà el mateix que el del I, o sigui 131 [**0.25**] i el nombre atómic serà una unitat més gran que el del I, o sigui 54 [**0.25**].

La longitud d'ona associada a les partícules β, d'acord amb la llei d'en De Broglie serà:

$$\lambda_\beta = \frac{h}{m_\beta\ v_\beta} = \frac{6,62\times 10^{-34}\ Js}{9,11\times 10^{-31} kg\ 2\times 10^8 m/s} = 3,6\times 10^{-12}\ m\ [\mathbf{0{,}5}]$$

b) La llei de desintegració d'un radinucli és:

$$N(t) = N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}\ln 2}\ [\mathbf{0{,}5}]$$

En el nostre cas, $N(t) = 0,125\ N_0 \Rightarrow$

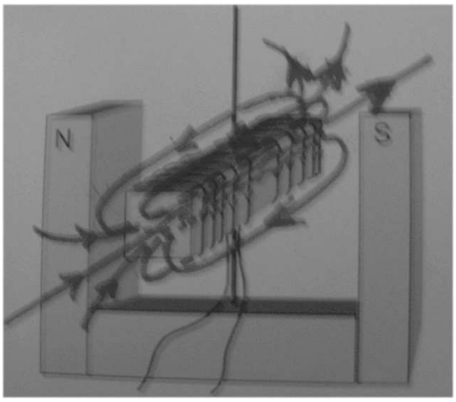
$$0,125\ N_0 = N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}\ln 2}$$

prenen logaritmes naturals a cada cantó de l'equació tindrem:

$$\ln(0{,}125) = -\frac{t}{\tau}\ \ln 2 \Rightarrow t = -\frac{\ln(0{,}125)}{\ln 2}\ \tau = 24\ dies\ [\mathbf{0{,}5}]$$

OPCIÓ B
P3)

a) De forma esquemàtica es mostra a la figura les línies de camp magnètic:



[**0.5**]

Les línies de camp magnètic entran pel pol Sud i surten pel pol Nord, per tant en la figura que es mostra, l'extrem mes proper serà el pol Sud i l'altre extrem el pol Nord, per tant el pol Sud de l'eletroimà s'acostarà al pol Nord de l'imà, o sigui l'electroimà girarà segons les agulles del rellotge. [**0.5**]

b) Per la llei de Lenz sabem que la força electromotriu generada en una espira està condicionada a que hi hagi un variació del fluxe magnètic a través de l'espira al llarg del temps:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t}\ [\mathbf{0{,}6}]$$

Per tant en la gràfica que es mostra es generarà força electromotriu ens els intervals següents:
$10 \le t \le 12$; $18 \le t \le 20$; $40 \le t \le 42$ i $48 \le t \le 50$ tots els intervals en ms. [**0.4**]

P4)

a)

$$N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}\ [\mathbf{0{,}4}]\ \lambda = \frac{\ln 2}{\tau}\ [\mathbf{0{,}2}]$$

$$m = 1\,\mathrm{e}^{-\frac{t\ln 2}{\tau}} = 0{,}957g[\mathbf{0{,}4}]$$

b)

$$N_0 = m_0(g)\,\frac{N_A(\grave{a}toms)u}{1g}\,\frac{1}{M_a(R_a)u}\ [\mathbf{0{,}1}] = \frac{1\times 6,02\times 10^{23}}{226} = 2,66\times 10^{21} n\acute{u}clis\ [\mathbf{0{,}2}]$$

$$A_0 = \lambda N_0\ [\mathbf{0{,}1}] = \frac{\ln 2}{1590\times 365\times 86400}\,2,66\times 10^{21} = 3,7\times 10^{10}\mathrm{Bq}\ [\mathbf{0{,}2}]$$

$$N_{100\,anys} = m_{100\,anys}(g)\,\frac{N_A(\grave{a}toms)u}{1g}\,\frac{0,957}{M_a(R_a)u} = \frac{0,957\times 6,02\times 10^{23}}{226} = 2,45\times 10^{21} n\acute{u}clis\ [\mathbf{0{,}2}]$$

$$A_{100\,anys} = \lambda N_{100\,anys} = \frac{\ln 2}{1590\times 365\times 86400}\,2,45\times 10^{21} = 3,5\times 10^{10}\mathrm{Bq}\ [\mathbf{0{,}2}]$$

P5)

a) Es tracta de la difracció [**0.25**]. Per a que sigui preceptible cal que la mida de l'orifici sigui comparable o menor a la longitud d'ona [**0.25**].

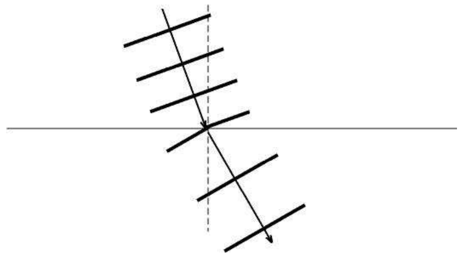
Exemples:

Un soroll que sentim al darrera d'una porta encara que no veiem a la persona que el fa.

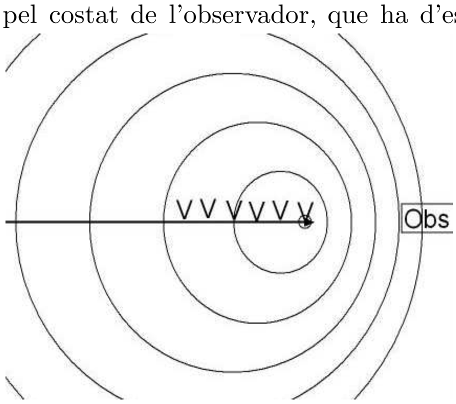
La llum que passa per una petita escletxa ens pot arribar a iluminar lleugerament tota una habitació [**0.5**]

b)

1 Per a que estigui considerat correcte cal que el fronts d'ona estiguin més separats en el segon medi que en el primer, [**0.2**] que l'angle d'incidència sigui menor que el de refracció [**0.2**] i que ambdós siguin mesurats a partir de la normal. [**0.1**] Canvia la velocitat de propagació (ho diu l'enunciat) i augmenta la longitud d'ona, però no canvia la freqüència. [**0.1**]



2 Cal que els fronts d'ona no siguin concèntrics i que la distància entre fronts sigui clarament menor pel costat de l'observador, que ha d'estar indicat d'alguna manera, que pel costat contrari. [**0.4**]



Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d’Accés a la Universitat

Proves d’Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Física

Sèrie 2

L’examen consta d’una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d’una part optativa, de la qual heu d’escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

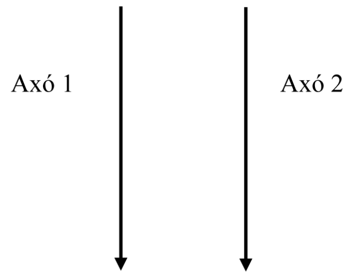
Part obligatòria

P1) La massa dels astronautes a l'espai es mesura amb un aparell que es basa en el moviment vibratori harmònic. Quan l'astronauta s'hi col·loca, l'aparell inicia un moviment vibratori i en mesura la freqüència. Sabem que per a una massa de 60 kg, la freqüència d'oscil·lació és 0,678 Hz.

a) Calculeu la velocitat màxima d'oscil·lació d'aquesta massa si sabem que l'amplitud màxima d'oscil·lació és 20 cm.

b) Si la massa d'un astronauta fa oscil·lar l'aparell a una freqüència de 0,606 4 Hz, calculeu la constant elàstica de la molla i la massa de l'astronauta.

P2) Els axons són una part de les neurones i transmeten l'impuls nerviós. El corrent elèctric que circula per l'axó produeix un camp magnètic que podem considerar igual al que produiria un fil conductor rectilini infinitament llarg. Per dos axons paral·lels, representats en la figura següent, circula un corrent de $0{,}66 \times 10^{-6}$ A en el mateix sentit:



a) Indiqueu la direcció i el sentit del camp magnètic que produeix cada axó en la posició que ocupa l'altre. Dibuixeu la força que actua sobre cada axó causada pel corrent que circula per l'altre.

b) Calculeu el mòdul de la força que actua sobre 2 cm de l'axó 2 si el mòdul del camp magnètic que produeix l'axó 1 en la posició de l'axó 2 és $1{,}1 \times 10^{-10}$ T.

Opció A

P3) La corda d'una guitarra mesura 0,65 m de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 440 Hz.

a) Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona de l'harmònic fonamental i digueu en quins llocs de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.

b) Dibuixeu el perfil de l'ona estacionària del segon i del quart harmònic i calculeu-ne la freqüència.

P4) Les càrregues $Q_A = -2\ \mu C$, $Q_B = -4\ \mu C$ i $Q_C = -8\ \mu C$ estan situades sobre una mateixa recta. La càrrega A és a una distància d'1 m de la càrrega B, i la càrrega C està situada entre totes dues.

a) Si la força elèctrica total sobre Q_C deguda a les altres dues càrregues és zero, calculeu la distància entre Q_C i Q_A.

b) Calculeu el treball que cal fer per a traslladar la càrrega C des del punt on es troba fins a un punt equidistant entre A i B. Interpreteu el signe del resultat.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$.

P5) El poloni 210 té un període de semidesintegració de 138,4 dies i es desintegra, per emissió de partícules alfa, en un isòtop estable del plom. El procés és el següent:

$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{x}_{y}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

a) Determineu els índexs x i y i el temps necessari perquè la massa del poloni es redueixi al 30 % de la massa inicial.

b) Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un nucli de poloni, expressada en J i en MeV.

DADES: $m\left({}^{210}_{84}\mathrm{Po}\right) = 209{,}983\ \mathrm{u}$;

$m\left({}^{x}_{y}\mathrm{Pb}\right) = 205{,}974\ \mathrm{u}$;

$m\left({}^{4}_{2}\mathrm{He}\right) = 4{,}003\ \mathrm{u}$;

$1\ \mathrm{u} = 1{,}66 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$;
$1\ \mathrm{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$;
$c = 3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$.

Opció B

P3) Tres càrregues elèctriques puntuals de valor $Q = 10^{-5}$ C es troben, cadascuna, en un vèrtex d'un triangle equilàter de $\sqrt{3}$ m de costat. Dues són positives, mentre que la tercera és negativa.

a) Calculeu la força elèctrica total que fan la càrrega negativa i una de les positives sobre l'altra càrrega positiva. Dibuixeu un esquema de les forces que actuen sobre les càrregues.

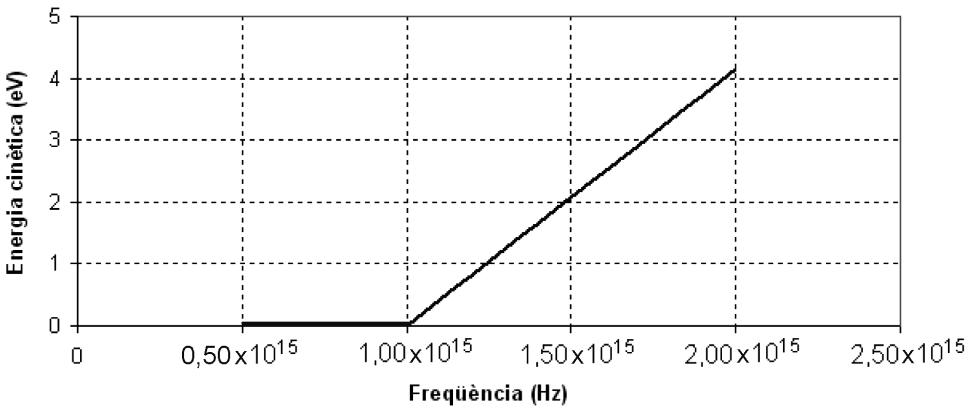
b) Calculeu l'energia potencial elèctrica emmagatzemada en el sistema de càrregues. Traslladem una de les càrregues positives al centre del costat que uneix les altres dues càrregues. Determineu el treball fet per la força elèctrica que actua sobre la càrrega que hem traslladat.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}.

P4) En una experiència de laboratori, es mesura l'energia cinètica màxima dels electrons que salten quan es fan incidir radiacions de freqüència diferent sobre una placa d'un material. Els resultats obtinguts es mostren en la taula següent, en què E_c representa l'energia cinètica, i ν, la freqüència:

E_c (eV)	0	0	2,07	4,14
ν (PHz)	0,500	1,00	1,50	2,00

La representació gràfica dels resultats és la següent:



Determineu:

a) El valor de la constant de Planck a partir de les dades d'aquest experiment.

b) La funció de treball; és a dir, l'energia mínima d'extracció d'electrons.

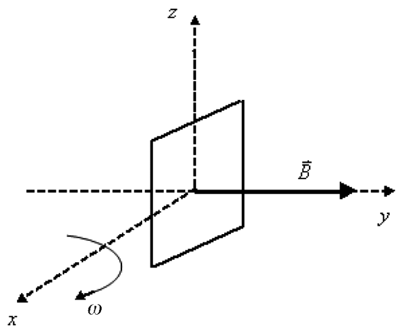
Expresseu els resultats en unitats del sistema internacional (SI).

DADES: 1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J; 1 PHz = 10^{15} Hz.

P5) Calculeu, dins d'un camp magnètic $\vec{\boldsymbol{B}} = 0{,}2\vec{\boldsymbol{j}}$, expressat en T:

a) La força (mòdul, direcció i sentit) que actua sobre una càrrega positiva $Q = 3{,}2 \times 10^{-19}$ C que es mou a una velocitat $\vec{v} = 2\vec{\boldsymbol{k}}$, expressada en m/s.

b) La força electromotriu induïda en funció del temps quan una espira quadrada de $0{,}01\,\text{m}^2$ de superfície gira, a una velocitat angular constant de 30 rad/s, al voltant d'un eix fix (l'eix x de la figura) que passa per la meitat de dos dels seus costats oposats, tal com s'indica en la figura.



L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Física curs 2010-2011

Sèrie 2

P1)

a) Moviment oscilatori hàrmonic:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)\ [\mathbf{0{,}5}]$$

$$v_{max} = A\omega = 0{,}2 \times 2\,\pi \times 0{,}678 = 0{,}852\ m/s\ [\mathbf{0{,}5}]$$

b) Un moviment vibratori hàrmonic sempre està associat a una força recuperadora que en aquest cas la podem interpretar com la d'una molla:

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2\,x(t)$$

$$m\,a\ =\ -m\,\omega^2\,x\ =\ -k\,x\ \Rightarrow\ k\ =\ m\,\omega^2\ [\mathbf{0{,}5}]$$

on aquesta constant k depend de les característiques de l'aparell (BMMD), per tant podem escriure:

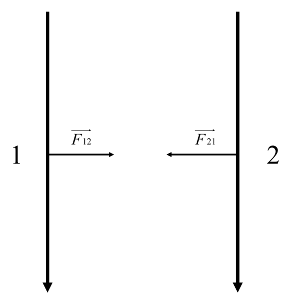
$$k\ = 60\,(2\,\pi\,0,678)^2\ =\ 1{,}089 \times 10^3 N\,m\ [\mathbf{0{,}25}]$$

$$m\ =\ \frac{k}{(2\,\pi\,0,6064)^2}\ =\ 75kg\ [\mathbf{0{,}25}]$$

P2)

a) A partir del camp produït per un fil recte molt llarg i tinguen en compte la regla de la ma dreta per trobar el sentit del camp magnèic, tindrem:

L'axó 2 produeix sobre l'1 un camp magnètic cap dins del paper i perpendicular a aquest. [**0.25**] L'axó 1 produeix sobre el 2 un camp magnètic que surt del paper i perpendicular a aquest. [**0.25**]



$\overrightarrow{F}_{12}$ és la força que fa l'axó 2 sobre el 1
$\overrightarrow{F}_{21}$ és la força que fa l'axó 1 sobre el 2 [**0.5**]

b) $F\ =\ I\,L\,B\ [\mathbf{0{,}5}]\ =\ 6,6 \times 10^{-7} \times 0,02 \times 1,1 \times 10^{-10}\ =\ 1,5 \times 10^{-18} N$ [**0.5**]

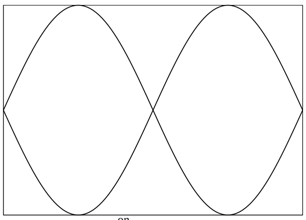
OPCIÓ A
P3)

a) Una corda de guitarra té 2 nodes en cadascun dels seus extrems, en l'hàrmonic fonamental tindrà un ventre en el punt del mig de la corda. [**0.25**] La λ serà $2L \Rightarrow \lambda = 1,3m$ [**0.25**]

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow v = 1,3 \times 440 = 572 m/s \ [\mathbf{0{,}5}]$$

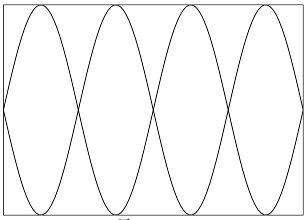
b)

$$\lambda_2 = L = 0{,}65m; \quad \nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{572}{0{,}65} = 880 Hz \ [\mathbf{0{,}5}]$$



2^{on} hàrmonic

$$\lambda_4 = \frac{L}{2} = 0{,}325m; \quad \nu_4 = \frac{v}{\lambda_4} = \frac{572}{0{,}325} = 1760 Hz \ [\mathbf{0{,}5}]$$



4^{art} hàrmonic

P4)

a) En aquest apartat l'alumne ha de fer un esquema de les forces que actuen sobre la càrrega C.
Distància A-C: x, Distància C-B: $1 - x$, per tan tindrem:

$$\Sigma \vec{F}_C = 0 \Rightarrow$$
$$\vec{F}_{AC} = -\vec{F}_{BC} \Rightarrow$$
$$K\frac{q_A \ q_C}{x^2} = K\frac{q_B \ q_C}{(1-x)^2} \ [\mathbf{0{,}5}] \Rightarrow$$
$$\left(\frac{1-x}{x}\right)^2 = \frac{q_B}{q_A} \Rightarrow x = \frac{1}{1+\sqrt{\frac{q_B}{q_A}}} = 0{,}41m \ [\mathbf{0{,}5}]$$

b) Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el punt on es troba actualment la carrega C:

$$V(i) = k\frac{q_A}{|x|} + k\frac{q_B}{|1-x|} \ [\mathbf{0{,}2}] = -1{,}05 \times 10^5 V \ [\mathbf{0{,}1}]$$

Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el seu punt mig:

$$V(f) = k\frac{q_A}{0{,}5} + k\frac{q_B}{0{,}5} = -1{,}08 \times 10^5 V \ [\mathbf{0{,}1}]$$

Diferència de potencial elèctric entre el punt final i el punt de partida:

$$\Delta V = V(f) - V(i) = -1{,}08 \times 10^5 + 1{,}05 \times 10^5 = -3 \times 10^3 V \ [\mathbf{0{,}2}]$$

Treball fet per les forces elèctriques: $-\Delta V\, q_C = -0{,}024J$ [**0.2**] Com que el treball fet per les forces elèctriques és negatiu, vol dir que aquest treball l'hem de fer nosaltres externament en contra del camp elèctric. [**0.2**]

P5)

a) La conservació del nombre màssic ens imposa: $210 = x + 4 \Rightarrow x = 206$ [**0.25**], la conservació del nombre de protons ens dona: $84 = y + 2 \Rightarrow y = 82$ [**0.25**]

La llei de desintegració d'un radinucli és:

$$N = N_0\, \mathrm{e}^{-\frac{t\ \ln 2}{\tau}} \; [\mathbf{0{,}25}]$$

on τ és el temps de semidesintegració

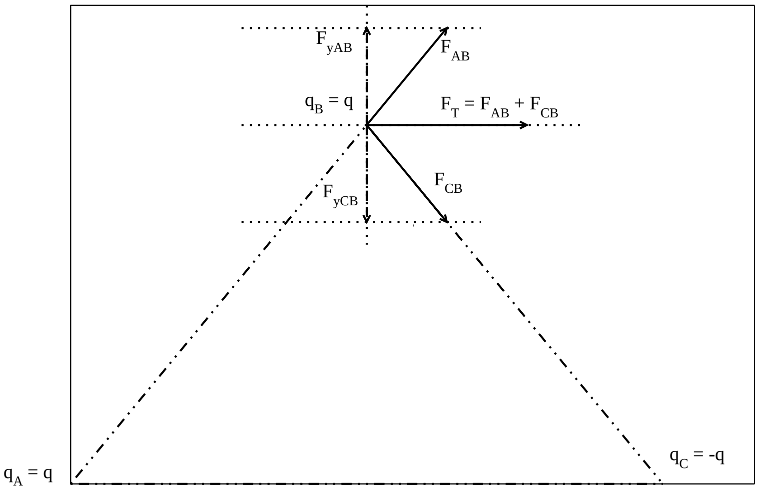
$$N = 0{,}3N_0 = N_0\, \mathrm{e}^{-\frac{t\ ln2}{\tau}} \Rightarrow 0,3 = \mathrm{e}^{-\frac{t\ ln2}{\tau}} \Rightarrow$$
$$\ln(0,3) = -\frac{t\ \ln 2}{\tau} \Rightarrow t = -\frac{\ln(0{,}3)\ \tau}{\ln 2} = 240,4\, dies \; [\mathbf{0{,}25}]$$

b) L'energia produida en la reacció es deguda a la transformació de massa en energia a partir de l'equació: $\Delta E = \Delta m\ c^2$, on Δm és la diferència de massa entre el radinucli inicial i els productes finals de la desintegació, [**0.5**] per tan: $\Delta m = (209,983 - 205,974 - 4,003)\ u = 6\times10^{-3}\ \cancel{u}\ \frac{1{,}66\times10^{-27}\ kg}{\cancel{u}} = 9,96\times 10^{-30}\ kg$ per tant: $\Delta E = 9,96\times10^{-30}\ kg\ (3\times10^8\ m/s)^2 = 8{,}964\times10^{-13}\ \cancel{J}$ [**0,25**] $\frac{1\ \cancel{eV}}{1{,}6\times10^{-19}\ \cancel{J}}\ \frac{1\ MeV}{10^6\ \cancel{eV}} = 5,6\ MeV$ [**0.25**]

OPCIÓ B

P3)

a) La gràfica de les forces que intervenen és:



[0.5]

Els components verticals de $\vec{F}_{AB}$ i $\vec{F}_{CB}$ són iguals i de sentit contrari, per tant al sumar les forces $\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CB}$ ens quedarà un vector que només tindrà component horitzontal, per tant tindrem:

$$|F_{AB}| = |F_{CB}| = k\frac{q^2}{l^2} = 0{,}3N \ [\mathbf{0{,}25}]$$

L'angle que formen els vectors F_{AB} i F_{CB} és de 120^o per tant:

$$F_{xAB} = F_{xCB} = |F_{AB}|\cos(60^o) = 0{,}15N$$

en conclusió:

$$\vec{F}_T = 0{,}3\,\vec{i}\,N \ [\mathbf{0{,}25}]$$

b) Cada parella de càrregues emmagatzema una certa energia potencial elèctrica. Al ser una magnitud escalar, l'energia potencial total emmagatzemada serà la suma algebraica de les energies potencials respectives, per tant:

$$E_{Pot.Tot.} = E_{Pot.}(AB) + E_{Pot.}(AC) + E_{Pot.}(BC) =$$
$$K\frac{q^2}{l} - K\frac{q^2}{l} - K\frac{q^2}{l} = -\frac{9\times10^9\ 10^{-10}}{\sqrt{3}} = -0{,}3\sqrt{3}J = -0{,}52J \ [\mathbf{0{,}5}]$$

El treball realitzat per la força elèctrica total el podem calcular de manera senzilla a partir del potencial elèctric generat per les altres dues càrregues:

$$W = q\ (V_{final} - V_{inical})\ [\mathbf{0{,}25}]$$

$$V_{final} = K\frac{q}{l/2} - K\frac{q}{l/2} = 0$$
$$V_{inicial} = K\frac{q}{l} - K\frac{q}{l} = 0$$

Per tant el treball per moure la càrrega positiva del vertex superior al centre del costat que uneix les altres dues càrregues serà 0 [**0.25**].

Una altre manera de veure-ho, es mitjançant l'esquema de l'apartat a), on veiem que el component vertical de la força que actua sobre la càrrega B és zero, per tant el treball generat per aquesta força quan ens movem verticalment serà també zero.

P4)

a)

A partir de la gràfica es pot veure que la freqüència llindar per que es produeixi efecte fotoelèctric és: $\nu_0 = 10^{15} Hz$ [**0.2**]

$$E = W + E_c \Rightarrow h\nu = h\nu_0 + E_c \; [\mathbf{0{,}2}] \Rightarrow$$

$$h = \frac{E_c}{\nu - \nu_0} \; [\mathbf{0{,}2}] = \frac{2,07\ eV}{(1{,}5 \times 10^{15} - 10^{15})\ s^{-1}} = 4,14 \times 10^{-15}\ eV\ s\ \frac{1,6 \times 10^{-19} J}{1\ eV} = 6,62 \times 10^{-34}\ J\ s \; [\mathbf{0{,}4}]$$

b) A partir de la gràfica podem veure que l'energia mínima per extreure un electró és:

$$W = h\nu_0 \; [\mathbf{0{,}5}] = 6,62 \times 10^{-19}\ J \; [\mathbf{0{,}5}]$$

P5)

a) La força que fa el camp magnètic sobre una càrrega que es mou ve donada per l'expressió:

$$\overrightarrow{F}_m = q(\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}) \; [\mathbf{0{,}5}]$$

per tant:

$$\overrightarrow{F}_m = 3,2 \times 10^{-19}(2\ \overrightarrow{k} \wedge 0,2\ \overrightarrow{j}) = -1,28 \times 10^{-19}\ \overrightarrow{i}\ N \; [\mathbf{0{,}5}]$$

cal tenir en compte que: $\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{j} = -\overrightarrow{i}$

b)

La força electromotriu ve donada per la llei de Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

on Φ és el flux de camp magnètic que atravessa l'espira [**0.2**].
En aquest cas veiem que el camp magnètic és constant i l'espira gira amb una velocitat angular $\omega = 30$ rad/s, on l'eix de rotació és l'eix z. [**0.2**]
La superficie aparent que atravessa el camp magnètic ve donada per l'expressió:

$$S(t) = 0{,}01\ \cos(\omega t) \; [\mathbf{0{,}2}]$$

per tant el fluxe de camp magnètic que atravessa l'espira en funció del temps serà:

$$\Phi(t) = B\ S(t) = 0{,}2 \times 0{,}01\ \cos(30\ t) \; [\mathbf{0{,}2}]$$

en conclusió:

$$\varepsilon(t) = 0{,}2 \times 0{,}01 \times 30 \sin(30t) = 0,06\ \sin(30t) V \; [\mathbf{0{,}2}]$$

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Física

Sèrie 3

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

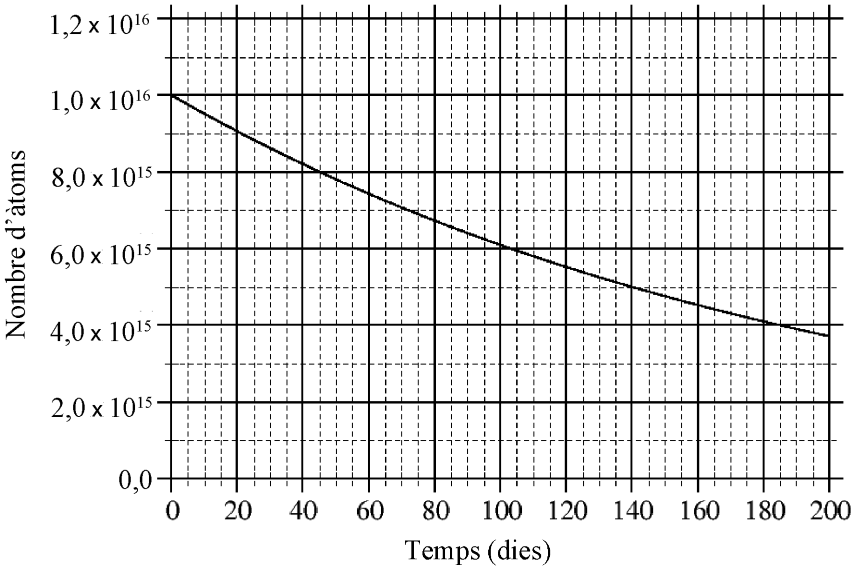
P1) El satèl·lit *Terra* de la NASA està dissenyat per a recollir dades sobre la superfície de la Terra, els oceans i l'atmosfera, amb l'objectiu d'estudiar la interrelació entre aquests medis i els sistemes biològics existents. El satèl·lit segueix una òrbita circumpolar (circular en el pla que passa pels dos pols) a 760 km de la superfície de la Terra i té una massa de $4{,}86 \times 10^{3}$ kg.

a) Quin és el període del moviment del satèl·lit en la seva òrbita?

b) Calculeu l'energia necessària que hem de subministrar al satèl·lit per a enviar-lo a la seva òrbita, si és llançat des de la superfície de la Terra.

DADES: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^{2} kg^{-2};
$M_{\text{Terra}} = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg;
$R_{\text{Terra}} = 6{,}38 \times 10^{6}$ m.

P2) Hem observat una mostra d'un isòtop radioactiu. El gràfic mostra l'evolució del nombre d'àtoms de l'isòtop durant 200 dies.



a) Determineu el període de semidesintegració de l'isòtop. Quants àtoms quedaran al cap de tres períodes de semidesintegració?

b) Sospitem que es tracta de poloni 210 ($Z = 84$), un element emissor de radiació alfa. Escriviu la reacció nuclear de l'emissió alfa d'aquest isòtop.

DADES: Nombres atòmics i símbols d'alguns elements:

80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn

OPCIÓ A

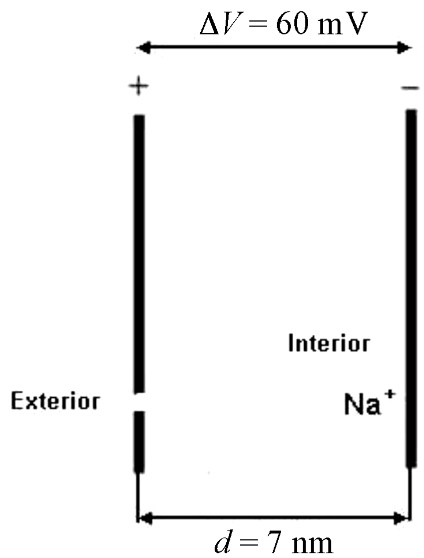
P3) Molts processos vitals tenen lloc en les membranes cel·lulars i depenen bàsicament de l'estructura elèctrica d'aquestes.

La figura següent mostra l'esquema d'una membrana biològica.

a) Calculeu el camp elèctric, suposat constant, a l'interior de la membrana de la figura. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

b) Calculeu l'energia que es requereix per a transportar l'ió Na^+ de la cara negativa a la positiva.

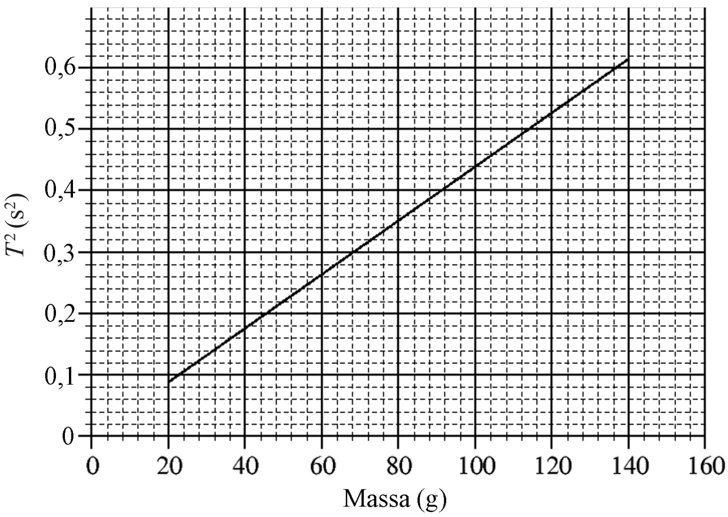
DADES: $Q_{Na^+} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.



P4) Duem a terme l'experiència següent: pengem d'una molla fixada en un suport per un dels seus extrems set masses diferents, i provoquem que aquestes masses facin petites oscil·lacions i realitzin un MVHS. Mesurem amb molta cura el temps que triga a fer deu oscil·lacions cadascuna de les masses i, a partir d'aquí, obtenim els períodes (T) del moviment, el quadrat dels quals es representa en la gràfica.

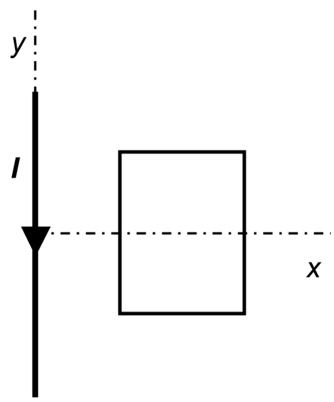
a) Calculeu la constant elàstica de la molla i expliqueu raonadament si depèn de la massa. Indiqueu el període que mesuraríem si provoquéssim les oscil·lacions amb una massa de 32,0 g.

b) El MVHS que descriu la massa de 100 g que hem penjat de la molla té una amplitud de 10,0 cm. Calculeu l'elongació i l'acceleració que tindrà la massa quan hauran transcorregut 3,00 s des del moment en què l'hem deixat oscil·lar a partir del punt més baix de la trajectòria.

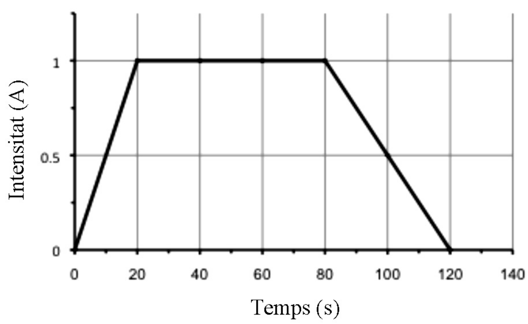


P5) Una espira rectangular es troba prop d'un fil conductor rectilini infinit pel qual circula una intensitat de corrent I cap avall, tal com mostra la figura.

a) Si la intensitat de corrent I és constant, dibuixeu el camp magnètic creat pel fil conductor en la regió on es troba l'espira. Es tracta d'un camp magnètic constant? Justifiqueu la resposta.

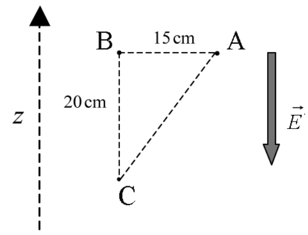


b) Si el conductor i l'espira no es mouen, però la intensitat de corrent que circula pel conductor varia amb el temps tal com indica el gràfic, expliqueu raonadament si s'indueix o no corrent en l'espira en els intervals de temps següents: de 0 a 20 s, de 20 a 80 s i de 80 a 120 s. En quin dels tres intervals de temps el corrent induït és més gran? Justifiqueu la resposta.



OPCIÓ B

P3) En una regió de l'espai hi ha un camp elèctric constant de mòdul 500 N C^{-1} dirigit cap avall. Vegeu la figura, en què l'eix z representa la vertical.



a) Calculeu les diferències de potencial següents: $V_A - V_B$, $V_B - V_C$ i $V_A - V_C$.

b) Col·loquem una partícula carregada, de massa 2,00 g, en el punt C i volem que es mantingui en equilibri. Calculeu quina càrrega i quin signe hauria de tenir aquesta partícula. Estarà en equilibri en algun altre punt d'aquesta regió? Justifiqueu les respostes.

DADA: $\boldsymbol{g} = 9{,}80\ \text{m/s}^2$.

P4) Una ona transversal avança per una corda. L'emissor que la produeix vibra amb una freqüència de 25,0 Hz. Considereu que l'ona avança en el sentit positiu de l'eix x. El centre emissor està situat a l'origen de coordenades, i l'elongació en l'instant inicial és nul·la. Sabem que la distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és 24,0 cm i que l'amplitud de l'ona és 3,00 cm. Calculeu:

a) La velocitat de l'ona, la freqüència angular (pulsació), el nombre d'ona i l'equació de l'ona.

b) La velocitat d'oscil·lació i l'acceleració d'un punt situat en $x = 6{,}00$ m en l'instant $t = 3{,}00$ s.

P5) Un ciclotró que accelera protons té un camp magnètic de $9{,}00 \times 10^{-3}$ T, perpendicular a la velocitat dels protons, que descriuen una trajectòria circular de 0,50 m de radi. Calculeu:

a) La freqüència del moviment circular dels protons en el ciclotró.

b) L'energia cinètica dels protons accelerats i la longitud d'ona de De Broglie que tenen associada.

DADES: $Q_{\text{protó}} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C;
$m_{\text{protó}} = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg;
$h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J s.

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Física

Sèrie 1

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

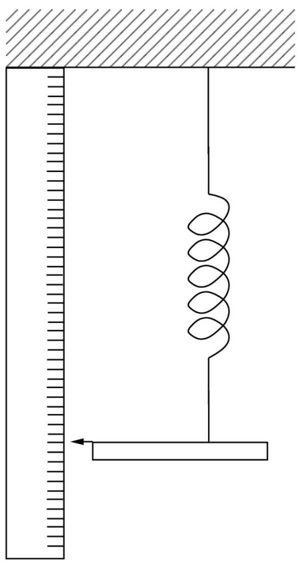
P1) El febrer del 2009 es va descobrir CoRoT-7b, un dels planetes extrasolars més petits trobats fins ara. El planeta CoRoT-7b gira al voltant de l'estel CoRoT-7, en una òrbita pràcticament circular de $2{,}58 \times 10^9$ m de radi, i fa una volta a aquest estel cada 20,5 h. La massa del planeta és $2{,}90 \times 10^{25}$ kg i té un radi de $1{,}07 \times 10^7$ m. Calculeu:

a) La massa de l'estel CoRoT-7.

b) L'acceleració de la gravetat en la superfície del planeta CoRoT-7b i la velocitat d'escapament en aquest planeta.

DADA: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

P2) Disposem d'una molla de constant de recuperació $k = 4{,}00$ N m^{-1} i de longitud natural $l = 20{,}0$ cm, amb la qual volem fer una balança. Per fer-la, pengem la molla verticalment per un dels extrems i, a l'altre, col·loquem una plataforma de massa $m = 20{,}0$ g amb un dial, de manera que aquest indiqui el valor de la mesura sobre una escala graduada, tal com es mostra a la figura.



a) Determineu la lectura que marca el dial en col·locar la plataforma i deixar que el sistema s'aturi. Considereu que el zero del dial coincideix amb l'extrem superior del regle de la figura.

b) Afegim un objecte de massa $M = 300$ g damunt de la plataforma. A continuació, desplacem el conjunt una distància de 10,0 cm respecte a la nova posició d'equilibri i el deixem anar, de manera que el sistema comença a oscil·lar lliurement. Amb quina velocitat tornarà a passar per la posició d'equilibri?

DADA: $\boldsymbol{g} = 9{,}81$ m s^{-2}.

OPCIÓ A

P3) L'urani 235 té uns quaranta modes possibles de desintegració per absorció d'un neutró.

a) Completeu la reacció nuclear següent, que s'esdevé quan un nucli d'urani 235 absorbeix un neutró:

$$ {}^{b}_{a}\mathrm{n} + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{95}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{c}_{d}\mathrm{Xe} + 2\,{}^{b}_{a}\mathrm{n} $$

Indiqueu també quants neutrons i protons té aquest nucli d'urani.

b) Calculeu l'energia produïda en la fissió d'un nucli d'urani 235, d'acord amb la reacció anterior.

DADES: $m_{\text{neutró}} = 1{,}008\,66$ u; $m(^{235}\mathrm{U}) = 235{,}124$ u;
$m(^{95}\mathrm{Sr}) = 94{,}9194$ u; $m(^{139}\mathrm{Xe}) = 138{,}919$ u;
$c = 2{,}99792 \times 10^{8}$ m s^{-1}; 1 u $= 1{,}660\,54 \times 10^{-27}$ kg.

P4) Un electró es llança des del punt P i passa successivament per les regions A i B. A la regió A, un camp elèctric constant fa que l'electró es mogui amb un moviment rectilini i una acceleració uniforme cap a la dreta. A la regió B, el camp elèctric també és constant i està dirigit cap avall.

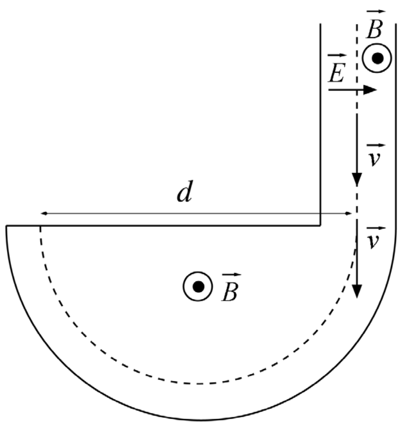
a) Quina direcció i quin sentit té el camp elèctric a la regió A? Quin tipus de moviment realitza l'electró a la regió B?

Sabem que la regió A fa 5,00 cm de llarg i que el camp elèctric en aquesta regió és $\boldsymbol{E} = 40{,}0 \times 10^{3}$ N C^{-1}.

b) Calculeu la diferència de potencial entre l'inici i el final de la regió A i l'energia cinètica que guanyarà l'electró en travessar-la.

DADA: $Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

P5) Un espectròmetre de masses consta d'un selector de velocitats i d'un recinte semicircular. En el selector de velocitats hi ha un camp elèctric i un camp magnètic, perpendiculars entre si i en la direcció de la velocitat dels ions. En entrar al selector, els ions d'una velocitat determinada no es desvien i entren a la zona semicircular, on només hi ha el camp magnètic perpendicular a la velocitat, que els fa descriure una trajectòria circular.



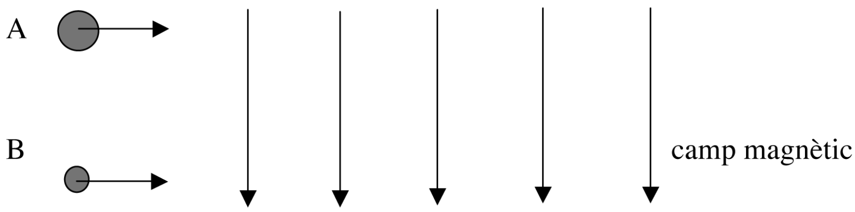
a) Si el camp elèctric del selector té un valor $\boldsymbol{E} = 20{,}0\ \mathrm{N\ C^{-1}}$ i el valor de la inducció magnètica és $\boldsymbol{B} = 2{,}50 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}$, calculeu el valor del mòdul de la velocitat dels ions que **NO** es desvien. Feu l'esquema corresponent dels vectors següents: velocitat, força elèctrica, camp magnètic i força magnètica.

b) Calculeu la distància, *d,* a què impactaran els ions de triti, que són isòtops de l'hidrogen i tenen una massa $m = 3\ \mathrm{u}$.

DADES: $1\ \mathrm{u} = 1{,}67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$; $Q_{\text{protó}} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$.

OPCIÓ B

P3) Dos ions positius A i B de càrrega elèctrica igual ($1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$) es mouen, separats, amb la mateixa velocitat ($3{,}00 \times 10^{5}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$), tal com indica la figura, i entren en una regió on hi ha un camp magnètic de mòdul $0{,}42\ \mathrm{T}$ dirigit cap avall. La massa de l'ió A és el doble que la de l'ió B.



a) Calculeu la força magnètica que actua sobre cada un dels dos ions, i especifiqueu-ne la direcció i el sentit.

b) Indiqueu la relació que hi ha entre els radis de les trajectòries descrites pels ions A i B, és a dir, r_A/r_B.

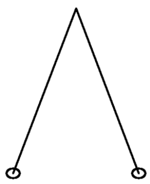
P4) Un dels problemes principals de la producció d'energia elèctrica en les centrals nuclears és l'emmagatzematge dels residus radioactius. El plutoni és un d'aquests residus: té un període de semidesintegració de $6{,}58 \times 10^{3}$ anys i és un potent emissor de partícules α.

a) Si avui s'emmagatzema una quantitat determinada d'aquest plutoni, quin percentatge d'aquest isòtop quedarà sense desintegrar-se d'aquí a un segle?

b) Sabent que les partícules α s'emeten amb una energia cinètica d'$1{,}00 \times 10^{-13}$ J, calculeu-ne la longitud d'ona de De Broglie associada.

DADES: $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J s; $m_{\alpha} = 6{,}68 \times 10^{-27}$ kg.

P5) Un electroscopi simplificat consta de dues esferes metàl·liques unides a un ganxo aïllant mitjançant dos fils conductors, tal com indica la figura. Les dues esferes tenen la mateixa massa i la mateixa càrrega elèctrica, i els fils formen un angle de 30,0° i tenen una longitud de 3,00 cm cadascun.



a) Dibuixeu el diagrama de forces per a una de les esferes i anomeneu-les. Calculeu també el valor de la tensió de cada fil, si la massa de cada esfera és 1,00 mg.

b) Calculeu el valor de la càrrega elèctrica de cada esfera.

DADES: $k = 9{,}00 \times 10^{9}$ N m^{2} C^{-2}; $\boldsymbol{g} = 9{,}80$ m s^{-2}.

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Física curs 2011-2012

Sèrie 3

P1)

a) La força d'atracció gravitatòria és igual a la força centrípeta necessària perquè el satèl·lit giri en la seva òrbita: [**0.2**]

$$\frac{GM_T m_s}{(R_T+h)^2} = m_s\omega^2(R_T+h)\ [\mathbf{0.4}] = m_s\frac{4\pi^2}{T^2}(R_T+h)$$

Per tant el període del satèl·lit serà:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{GM_T}}\ [\mathbf{0.2}] = 6,00\times10^3 \text{ s } [\mathbf{0.2}]$$

b) Suposant que la fricció és menyspreable, podem aplicar el principi de conservació de l'energia:

$$\left.\begin{array}{lcl} \frac{GM_T m_s}{(R_T+h)^2} & = & m_s\,\frac{v^2}{(R_T+h)} \\ (E_c\ +\ E_p)|_{\grave{o}rbita} & = & \frac{1}{2}m_s\,v^2 - \frac{GM_T m_s}{(R_T+h)} \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$(E_c\ +\ E_p)|_{\grave{o}rbita} = -\frac{1}{2}\,\frac{GM_T m_s}{(R_T+h)}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$(\Delta E\ +\ E_p)|_{superf\acute{i}cie\ de\ la\ Terra} = (E_c\ +\ E_p)|_{\grave{o}rbita} = -\frac{1}{2}\,\frac{GM_T m_s}{(R_T+h)}[\mathbf{0.2}]$$

Per tant:

$$\Delta E|_{superf\acute{i}cie\ de\ la\ Terra} = E_m|_{\grave{o}rbita} - E_p|_{superf\acute{i}cie\ de\ la\ Terra}\ [\mathbf{0.2}] \Rightarrow$$

$$\Delta E|_{superf\acute{i}cie\ de\ la\ Terra} = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m_s}{(R_T\ +\ h)} + \frac{GM_T m_s}{R_T}\ [\mathbf{0.2}] \Rightarrow$$

$$\Delta E|_{superf\acute{i}cie\ de\ la\ Terra} = \text{Energia necessària per posar el satèl.lit en òrbita} = GM_T m_s\,\frac{R_T+2h}{2(R_T\ +\ h)\ R_T} = 1.68\times10^{11}\text{ J } [\mathbf{0.2}]$$

P2)

a) A partir de l'observació de la gràfica veiem que als 140 dies el nombre d'àtoms radioactius s'ha reduït a la meitat. Per tant el període de semidesintegració serà: $t_{1/2} = 140$ dies [**0.4**]

$$N(t) = N_0\ e^{-\frac{t\ ln2}{t_{1/2}}}\ [\mathbf{0.4}]$$

Per tant per $t = 3\ t_{1/2}$ tindrem:

$$N(t=3t_{1/2}) = N_0\ e^{-3\ ln2} = 1.25\times10^{15}\text{àtoms } [\mathbf{0.2}]$$

b) La reacciò nuclear serà:

$${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{206}_{82}Pb\ [\mathbf{1}]$$

També considerem vàlida la resposta on enlloc de α s'escriu He.

Opció A
P3)

a)

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60 \times 10^{-3}}{7 \times 10^{-9}} = 8,57 \times 10^{6} \text{ N/C o V/m } [\mathbf{0.5}]$$

Direcció: perpendicular a les plaques [**0.2**] Sentit: cap a la placa negativa [**0.3**]

b) Hem de realitzar un treball en contra del camp:

$$\Delta E = Q\, \Delta V = 1.60 \times 10^{-19} \cdot 60 \times 10^{-3} = 9,60 \times 10^{-21} \text{ J } [\mathbf{1}]$$

P4)

a) En un M.V.H.S. tenim:

$$\vec{F} = m\, \vec{a} \Rightarrow -k\, y = m(-\omega^2\, y) \Rightarrow k = m\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{k}\, m\ [\mathbf{0.2}]$$

per tant el pendent de la recta que representem és $\frac{4\pi^2}{k}$ [**0.2**], que passa per l'origen de coordenades. A partir de la gràfica veiem que per m=100 g, aproximadament tenim T^2=0,44 s^2 d'aquí podem deduir que:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0.1}{0,44} = 8,97 \text{ N/m } [\mathbf{0.4}]$$

Si fem la mesura per m = 32g, llegint directament de la gràfica veiem que T^2 = 0,14 s^2; per tant T = 0,37 s; si ho fem a partir del valor de la k tindrem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.38\text{s } [\mathbf{0.2}]$$

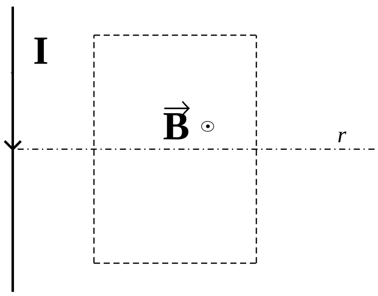
b) Per les condicions que ens diu el problema la posició de la massa obeïx la següent equació:

$$y(t) = A\, \cos(\omega t + \pi) \Rightarrow v(t) = -A\omega\, \sin(\omega t + \pi) \Rightarrow a(t) = -A\omega^2\, \cos(\omega t + \pi) = -\,\omega^2\, y(t)\ [\mathbf{0.4}]$$

$A = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$, $T^2(m = 100g) = 0.44s^2$ [**0.2**] $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 9.47$ rad/s [**0.2**] $y(t = 3s) = 9,91\times10^{-2}$ m; $a(t = 3s) = -8,89$ m/s^2 [**0.2**]

P5)

a) A qualsevol punt de l'espai, les línies de camp magnètic produït pel corrent que circula per un fil recte i llarg són tangents a un cercle de radi r centrat en el fil, on r és la distància del fil a on considerem el camp. [**0.4**]



Tal com indica la figura el camp magnètic serà perpendicular i sortint cap en fora del paper. [**0.4**]

El valor del camp magnètic no és constant sinó que és inversament proporcional a r [**0.2**]

b) Es produeix corrent induït en una espira quan el flux del camp magnètic varia amb el temps. [**0.4**]

Per tant, es produirà corrent en els intervals de temps de 0-20 s i de 80-120 s, ja que en aquests intervals de temps el camp magnètic produït pel corrent varia perquè aquest corrent que l'indueix varia amb el temps. [**0.4**].

Dels dos intervals de temps esmentats el que correspon de 0-20 s, produirà un corrent més gran, ja que la derivada en funció del temps és més gran i per tant la derivada del flux magnètic també serà més gran. [**0.2**]

Opció B
P3)

a) $V(A) - V(B) = 0$ [**0.2**], ja que $\vec{E}$ és perpendicular al camí $\vec{AB}$, [**0.1**]
$V(B) - V(C) = -\vec{E} \cdot \vec{CB} = |\vec{E}| \cdot |\vec{CB}| = 500 \cdot 0.2 = 100\text{V}$ [**0.3**]
$V(A) - V(C) = V(A) - V(B) + V(B) - V(C) = 100\text{V}$ [**0.4**]

b) Per qué es mantingui en equilibri la força elèctrica haurà de compensar exactament el pes, [**0.2**] per tant la càrrega haurà de ser negativa [**0.2**].

$$q\,E = m\,g \Rightarrow q = \frac{mg}{E} = 3,92 \times 10^{-5}\ \text{C}\ [\mathbf{0.2}]$$

La càrrega estarà en equilibri en qualsevol punt de l'espai on existeixi aquest camp elèctric, ja que aquest és uniforme i per tant la força que exerceix sobre les càrregues elèctriques també és constant. [**0.4**]

P4)

a) $\nu = 25$ Hz, $\lambda = 0,24$ m, [**0.1**] $v = \lambda\,\nu = 6,00$m/s [**0.2**] $\omega = 2\pi\nu = 157$ rad/s [**0.1**]

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 26,2\text{m}^{-1} \; [\mathbf{0.2}]$$

Solució general (pot ser amb sinus o cosinus, però el signe de kx ha de ser negatiu):

$$y(x,t) = A\,\sin(\omega t - kx + \phi) \; [\mathbf{0.1}]$$

Condicions inicials: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \phi = 0$, [**0.1**] per tant:

$$y(x,t) = 0.03\,\sin\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right] \; y \text{ en m, } t \text{ en s i } x \text{ en m,} [\mathbf{0.2}]$$

També és vàlida la solució:

$$y(x,t) = A\,\cos(\omega t - kx + \phi), \text{ amb } \phi = \pm\frac{\pi}{2}$$

b)

$$v(x,t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1.5\pi\,\cos\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right], \; [\mathbf{0.3}]$$

$$v(x=6,t=3) = 1.5\pi\,\cos(100\pi) = 1.5\pi = 4,71 \text{ m/s} \; [\mathbf{0.2}]$$

$$a(x,t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -75\pi^2\,\sin\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right], \; [\mathbf{0.3}]$$

$$a(x=6,t=3) = -75\pi^2\,\sin(100\pi) = 0,00 \; [\mathbf{0.2}]$$

P5)

a) La força magnètica de Lorenz és la que proporciona la força centrípeta necessària per a fer girar els protons: [**0.2**]

$$q\,v\,B = m\frac{v^2}{r} \; [\mathbf{0.2}]$$

$$q\,B = m\,\frac{v}{r} = m\,\omega = m\,2\pi\nu \; [\mathbf{0.2}]$$

$$\nu = \frac{qB}{m2\pi} = \frac{1,60\times10^{-19}C\times9\times10^{-3}\text{T}}{2\pi\times1,67\times10^{-27}kg} = 1,37\times10^{5}\text{ H}_\text{z} \; [\mathbf{0.4}]$$

b)

$$v = \omega\,r = 2\pi\nu\,r \; [\mathbf{0.25}]$$

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = m\,2(\pi\nu\,r)^2 = 1,55\times10^{-16}\text{ J} \; [\mathbf{0.25}]$$

La longitud associada de De Broglie serà:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \; [\mathbf{0.25}] = \frac{h}{2\pi\nu rm} = 9.21\times10^{-13}\text{m} \; [\mathbf{0.25}]$$

Física curs 2011-2012

Sèrie 1

P1)

a)

$$G\frac{M_{planeta}\ M_{estrella}}{R^2_{orbita\ planeta}} = M_{planeta}\ R_{orbita\ planeta}\ \omega^2_{planeta}\ [\mathbf{0.5}];\ \omega_{planeta} = \frac{2\pi}{T_{planeta}}\ [\mathbf{0.3}]$$

$$M_{estrella} = \frac{R^3_{orbita\ planeta}\ \omega^2_{planeta}}{G} = \frac{R^3_{orbita\ planeta}}{G}\left(\frac{2\pi}{T_{planeta}}\right)^2 = 1,87\times 10^{30} kg\ [\mathbf{0.2}]$$

b)

$$g_{planeta} = G\frac{M_{planeta}}{R^2_{planeta}} = 16,9\frac{m}{s^2}\ [\mathbf{0.3}];\quad \frac{1}{2}m\ v^2_{esc} - G\frac{M_{planeta}\ m}{R_{planeta}} = 0\ [\mathbf{0.5}]$$

$$v_{esc} = \sqrt{2G\frac{M_{planeta}}{R_{planeta}}} = \sqrt{2g_{planeta}\ R_{planeta}} = 1,90\times 10^4\frac{m}{s}\ [\mathbf{0.2}]$$

P2)

a) El sistema es trobarà a la seva posició d'equilibri a una distància d tal que la força de la gravetat i la de restauració de la molla es compensin

$$-k(d-l)+mg = 0\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on obtenim

$$d = l + \frac{mg}{k} = 0.2 + \frac{0.020\cdot 9.81}{4} = 0.249\,\mathrm{m} = 24.9\ \mathrm{cm}[\mathbf{0.5}]$$

b) A l'afegir una segona massa a la plataforma, la massa total del conjunt passa a ser $20+300=320\,\mathrm{g}$, es a dir 0,32 kg. Si desplacem el conjunt 10 cm de la seva nova posició d'equilibri i el deixem anar, aquest realitza un moviment harmònic simple d'amplitud $A=0.1\,\mathrm{m}$. Al tornar a passar per la posició d'equilibri, tota la seva energia és cinètica i podem escriure

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on trobem

$$v = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1\sqrt{\frac{4}{0.32}} = 0.354\,\mathrm{m/s} = 35.4\ \mathrm{cm/s}[\mathbf{0.5}]$$

Opció A
P3)

a)

$$ {}^{b}_{a}n \; + \; {}^{235}_{92}U \Rightarrow \; {}^{95}_{38}Sr \; + \; {}^{c}_{d}Xe \; + 2 \, {}^{b}_{a}n $$

$$ \left. \begin{array}{r} b \; + \; 235 \; = \; 95 + \quad c \; + \; 2b \\ b = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \; c \; = \; 139; [\mathbf{0.4}] $$

$$ \left. \begin{array}{r} a \; + \; 92 \; = \; 38 + \quad d \; + \; 2a \\ a = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \; d \; = \; 54; [\mathbf{0.4}] $$

Aquest nucli d'Urani té: 92 protons i 235-92=143 neutrons; [**0.2**]

b)

$$ \Delta m \; = \; m_{\;^{235}U} \; - \; (m_{\;^{95}Sr} \; + \; m_{\;neutró} \; + \; m_{\;^{139}Xe} \;) \; = 0,27694u; [\mathbf{0.4}] $$

$$ 0.27694u \; \frac{1,66054 \times 10^{-27}kg}{1 \; u} \; = 4,59870 \times 10^{-28}kg; [\mathbf{0.2}] $$

$$ E \; = \; \Delta m \; c^2 \; = \; 4.13309 \times 10^{-11}J; [\mathbf{0.4}] $$

P4)

a) En la regió A el camp ha d'anar dirigit cap a l'esquerra (o en sentit contrari al moviment de l'electró). Es pot justificar indicant que una força cap endavant actuant sobre una partícula negativa requereix un camp elèctric cap enrere. [**0.5**] En la regió B el moviment serà accelerat (però no rectilini), descrivint una paràbola ascendent (o còncava tal com està dibuixat).Poden predir que xocarà amb la placa superior, però han d'especificar que la trajectòria serà parabòlica. [**0.5**]

b) Tractant-se d'un camp elèctric constant

$$ \Delta V \; = \; -\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} \; = \; -40 \times 10^3 \mathrm{N/C} \cdot 0.0500\mathrm{m} \cdot (-1) \; = \; 2,00 \times 10^3 \mathrm{V} \; [\mathbf{0.5}] $$

Pot trobar-se ΔE_c calculant el treball que fa la força elèctrica:

$$ \Delta E_c \; = \; W \; = \; \vec{f} \cdot \vec{\Delta x} \; = \; \mathrm{q}\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} \; = \; -1.60 \times 10^{-19}\mathrm{C} \cdot 40 \times 10^3 \mathrm{N/C} \cdot 0.0500\mathrm{m} \cdot (-1) \; = 3,20 \times 10^{-16} \; \mathrm{J} $$

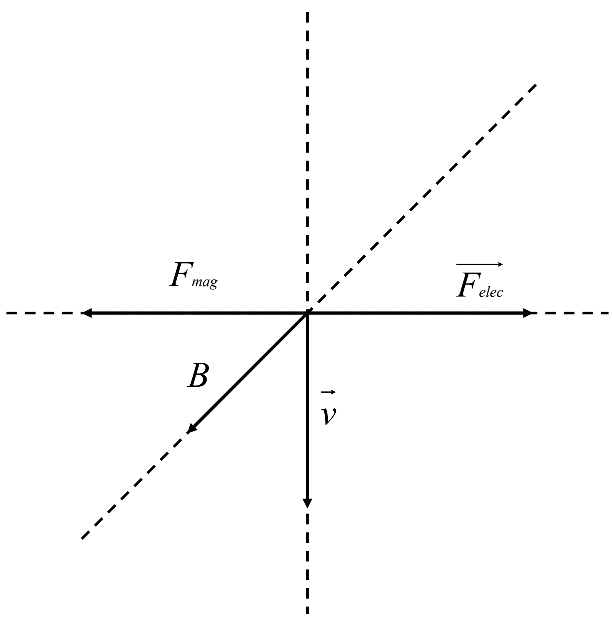
o bé trobant la disminució d'energia potencial elèctrica

$$ \Delta E_c \; = \; -\Delta E_p \; = \; -q \; \Delta V \; = \; -(-1.60 \times 10^{-19}\mathrm{C} \cdot 2000\mathrm{V} \; = \; 3.20 \times 10^{-16}\mathrm{J} \; [\mathbf{0.5}] $$

P5)

a) Els ions no es desvien quan la força magnètica de Lorenz es compensa amb la força elèctrica, **[0.2]** tal com es mostra a la figura, pel cas d'un ió positiu:

[**0.2**]



$$\vec{F}_{mag} = -\vec{F}_{ele} \,[\mathbf{0.2}] \Rightarrow F_{mag} = F_{ele} \Rightarrow q\,v\,B = q\,E \Rightarrow v = \frac{E}{B} \,[\mathbf{0.2}]\; v = \frac{20\,N/C}{2,5\times 10^{-3}\,T} = 8,00\times 10^{3}\,m/s\,[\mathbf{0.2}]$$

b) Al entrar aquests ions en la regió on només estan sotmesos a l'acció del camp magnètic, aquest fa una força perpendicular a la seva velocitat, per tant els fa fer un moviment circular uniforme: **[0.3]**

$\vec{F}_{mag} = q\,(\vec{v}\wedge\vec{B}) = \vec{F}_{cpta} \Rightarrow q\,v\,B = \frac{m\,v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\,v}{q\,B}$: radi de la trajectòria circular dels ions [**0.3**]

Per l'isòtop ${}^{3}_{1}H^{+}$, tindrem:

$$R = \frac{3\cdot 1,67\times 10^{-27}kg\; 8\times 10^{3}m/s}{1,602\times 10^{-19}C\; 2.5\times 10^{-3}T} = 1,00\times 10^{-1}\text{m}\;[\mathbf{0.2}]$$

Per tant $d = 2R = 2,00\times 10^{-1}$ m [**0.2**]

Opció B
P3)

a)

$$\vec{F_A} = \vec{F_B} = q\vec{v}\wedge\vec{B}\ [\mathbf{0.4}] \Rightarrow |\vec{F}| = qvB\sin\theta = 1.60\times10^{-19}.\ 3\times10^{5}\text{m/s}\ .\ 0,42\text{T} = 2,02\times10^{-14}\text{N}\ [\mathbf{0.4}]$$

Aplicant la regla de la mà dreta del producte vectorial, la força va dirigida cap endins del paper [**0.2**]

b) Totes dues partícules es mouran seguint trajectòries circulars amb un MCU, ja que la força és perpendicular en tot moment al vector velocitat i sempre està situada al pla perpendicular a $\vec{B}$ [**0.4**]
La força és la mateixa per els dos ions, però les masses no, el que farà que el radi no sigui igual. [**0.2**]

$$q\ v\ B = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}\ [\mathbf{0.2}]$$

Com que v, q i B són iguals, i com $m_A = 2m_B$, aleshores $R_A = 2R_B$ [**0.2**]

P4)

a)

$$N(t) = N_0\ \mathrm{e}^{-\lambda\ t}\ [\mathbf{0.2}]; \lambda = \frac{\ln 2}{\tau}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$N(t = 100\, anys) = N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{6580}100} = N_0\ .\ 0.99\ [\mathbf{0.4}]$$

Per tan quedarà un 99% de plutoni sense desintegrar [**0.2**]

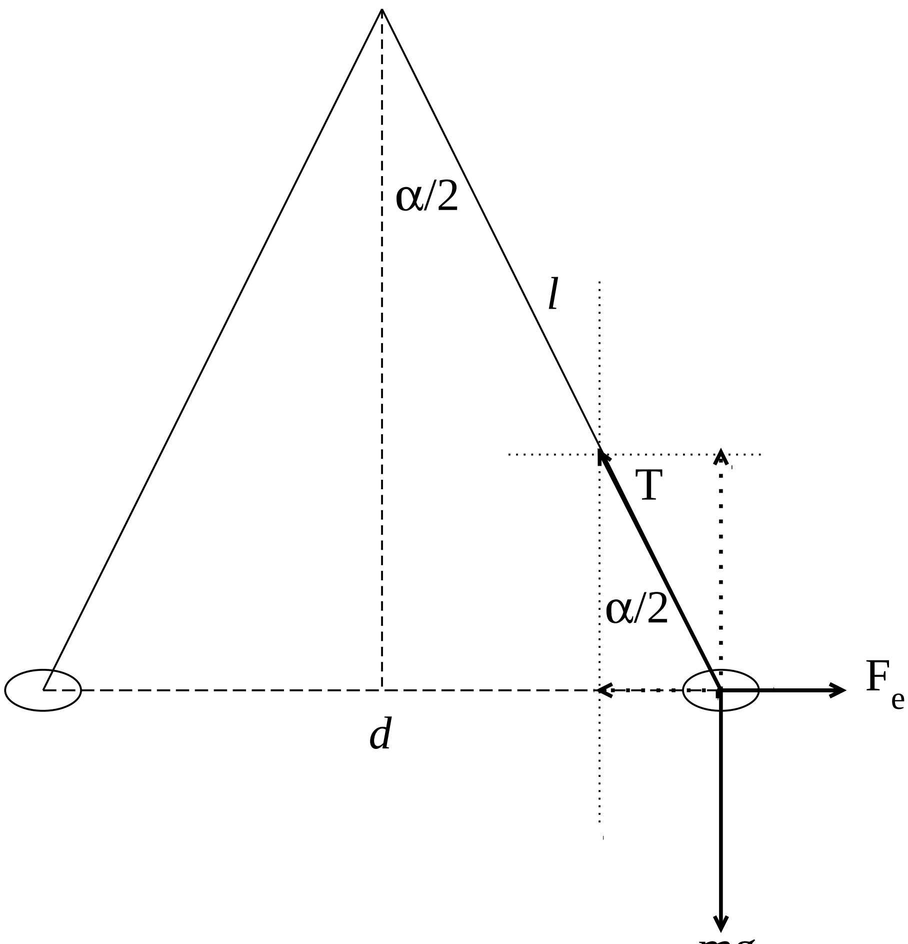
b)

$$p\ \lambda = h\ [\mathbf{0.2}]$$

$$E_c = \frac{1}{2}m_\alpha\ v_\alpha^2 \Rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_c}{m_\alpha}};\ [\mathbf{0.4}]$$

$$\lambda_\alpha = \frac{h}{m_\alpha v_\alpha} = \frac{h}{\sqrt{m_\alpha 2E_c}} = 1.81\times10^{-14}m\ [\mathbf{0.4}]$$

P5)



a) **[0.2]**

$$T\cos(\alpha/2) \;=\; m\;g\;[\mathbf{0.4}] \Rightarrow T \;=\; \frac{m\;g}{\cos(\alpha/2)} \;=\; 1.01\times10^{-5}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.4}]$$

b)

$$d \;=\; 2\;l\;\sin(\alpha/2)\;[\mathbf{0.2}];\;\; T\sin(\alpha/2) \;=\; F_e \;=\; \frac{K\;q^2}{d^2}\;[\mathbf{0.4}]$$

$$q \;=\; \sqrt{\frac{T\;\sin(\alpha/2)\;d^2}{K}} \;=\; \sqrt{\frac{4\;l^2\;T\;\sin^3(\alpha/2)}{K}} \;=\; \sqrt{\frac{4\;l^2\;m\;g\;\sin^3(\alpha/2)}{K\;\cos(\alpha/2)}} \;=\; 2.65\times10^{-10}\mathrm{C}\ [\mathbf{0.4}]$$

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) Al voltant de l'estrella WASP-18, que té una massa de $2{,}66 \times 10^{30}$ kg, s'ha descobert un planeta que gira en una òrbita aproximadament circular amb un període orbital excepcionalment curt: només 22,6 hores. La massa del planeta és deu vegades més gran que la massa de Júpiter.

a) Calculeu el radi de l'òrbita d'aquest planeta.

b) Calculeu l'energia cinètica del planeta en el seu moviment orbital i l'energia mecànica del sistema format per l'estrella i el planeta.

DADES: $M_{\text{Júpiter}} = 1{,}90 \times 10^{27}$ kg;
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

P2) Una gammagrafia òssia és una prova diagnòstica que consisteix a injectar per via intravenosa una substància que conté un cert isòtop radioactiu que es diposita en els ossos i que emet raigs gamma. La radiació emesa es detecta amb una gammacàmera que escaneja el cos i pren imatges de la quantitat de l'isòtop acumulada en els ossos. En aquest tipus de gammagrafies s'utilitza el tecneci 99 com a radioisòtop.

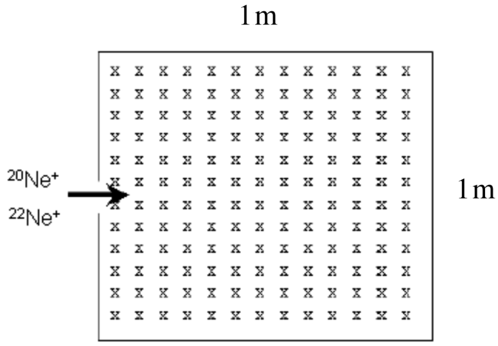
a) Quant s'haurà reduït el nombre de nuclis de l'isòtop injectat al cap d'un dia?

b) El $^{99}_{43}$Tc prové de la desintegració beta d'un altre element. Indiqueu el nombre de protons i neutrons del nucli del qual prové.

DADES: $t_{1/2}(^{99}\text{Tc}) = 6{,}00$ h.

OPCIÓ A

P3) L'espectròmetre de masses fa entrar partícules carregades, com per exemple ions, dins un camp magnètic uniforme. Quan les partícules carregades i amb una velocitat coneguda entren dins del camp magnètic constant, a partir de la trajectòria, en podem calcular la massa.



Un feix de ions compost per $^{20}Ne^+$ i $^{22}Ne^+$ (que foren els primers isòtops naturals trobats) entra en l'espectròmetre de masses de la figura. La velocitat dels ions és $1{,}00 \times 10^5$ m s^{-1} i el camp magnètic de l'espectròmetre de 0,23 T, perpendicular al paper.

a) Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu cada un dels ions dins del camp. Quin treball realitzarà la força que exerceix el camp magnètic en aquesta trajectòria?

b) Calculeu a quina distància del punt d'entrada impactarà cada un dels ions.

DADES: m(ió $^{22}Ne^+$) = 22,0 u; m(ió $^{20}Ne^+$) = 20,0 u;
Q(ió $^{22}Ne^+$) = Q(ió $^{20}Ne^+$) = $1{,}60 \times 10^{-19}$ C;
1 u = $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg.

P4) Tenim tres partícules carregades, $Q_1 = 3{,}0\ \mu C$, $Q_2 = -5{,}0\ \mu C$ i $Q_3 = -8{,}0\ \mu C$, situades, respectivament, en els punts $P_1 = (-1{,}0\ ,\ 3{,}0)$, $P_2 = (3{,}0\ ,\ 3{,}0)$ i $P_3 = (3{,}0\ ,\ 0{,}0)$.

a) Dibuixeu les forces que exerceixen Q_1 i Q_2 sobre Q_3. Calculeu la força elèctrica total, expressada en coordenades cartesianes, que actua sobre Q_3.

b) Calculeu el treball que fa la força elèctrica sobre Q_3 quan aquesta càrrega es desplaça des del punt P_3, que ocupa inicialment, fins al punt $P_4 = (-1{,}0\ ,\ -3{,}0)$. Interpreteu el signe del resultat.

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA: $k = 9{,}0 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}.

P5) Les cordes d'una guitarra tenen una longitud de 78,0 cm. Sabem que una de les cordes, quan vibra en el seu harmònic fonamental, emet un la, que correspon a una freqüència de 220 Hz.

a) Dibuixeu el perfil de l'ona quan la corda vibra en l'harmònic fonamental. Quina serà la longitud d'ona del so produït? Quina és la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han format l'ona estacionària de la corda?

b) Dibuixeu la corda quan vibra i emet un so corresponent al tercer harmònic. Indiqueu, en aquest cas, els nodes i els ventres de l'ona i calculeu-ne les posicions.

OPCIÓ B

P3) Una partícula carregada crea, a una distància *d* d'on es troba, un potencial de $-6{,}00 \times 10^{3}$ V i un camp elèctric de mòdul 667 N C^{-1}.

***a*)** Calculeu el valor de la càrrega i el valor de la distància *d*.

***b*)** Expliqueu com són les línies de camp i les superfícies equipotencials del camp que crea la càrrega.

DADA: $k = 9{,}00 \times 10^{9}$ N m^{2} C^{-2}.

P4) La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de 1,00 mm i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del so és 340 m s^{-1}.

***a*)** Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.

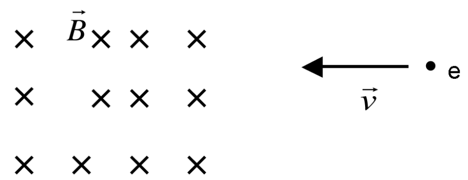
***b*)** Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistrades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran / més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:

— L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.

— El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret.

P5) Un electró entra amb una velocitat de $3{,}00 \times 10^{5}$ m s^{-1} en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme d'1,20 T perpendicular a la velocitat de l'electró i en sentit perpendicular al paper, tal com indica la figura, i queda confinat en aquesta regió de l'espai.

***a*)** Dibuixeu i justifiqueu la trajectòria que descriu l'electró dins del camp indicant el sentit de gir i calculeu el valor de la freqüència (en GHz).



***b*)** Perquè l'electró travessi el camp magnètic sense desviar-se, cal aplicar un camp elèctric uniforme en aquesta mateixa regió. Dibuixeu el vector camp elèctric que permetria que això fos possible (justifiqueu-ne la direcció i el sentit) i calculeu-ne el mòdul.

DADES: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg; $Q_e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés

Física curs 2011-2012

Sèrie 4

P1)

a)

$$\frac{GM_W m_p}{R^2} = m_p\, \omega^2\, R = m_p\, \frac{4\pi^2}{T^2}\, R\ [\mathbf{0.4}] \Rightarrow$$

$$R^3 = \frac{GM_W T^2}{4\pi^2} \Rightarrow$$

$$R = \left(\frac{GM_W T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} [\mathbf{0.4}] = \left(\frac{6,67\times10^{-11}\cdot 2,66\times10^{30}\cdot(22,6\cdot 3600)^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 3,10\times10^{9}\text{m} = 3,10\times10^{6}\text{km}\ [\mathbf{0.2}]$$

b)

$$E_c = \frac{1}{2}m_p\, v^2 = \frac{1}{2}m_p\,(\omega\, R)^2 = \frac{1}{2}\,\frac{GM_W m_p}{R}\ [\mathbf{0.4}] = 5,44\times10^{38}\ \text{J}\ [\mathbf{0.1}]$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}\,\frac{GM_W m_p}{R} + \left(-\,\frac{GM_W m_p}{R}\right) = -\frac{1}{2}\,\frac{GM_W m_p}{R} = -\,E_c\ [\mathbf{0.4}] = -5,44\times10^{38}\ \text{J}\ [\mathbf{0.1}]$$

P2)

a)

$$N(t) = N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t\ln 2}{t_{1/2}}}\ [\mathbf{0.5}]$$

$$N(t=1\text{dia}) = N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{24\text{h}\ln 2}{6\text{h}}} \Rightarrow \frac{N(t=1\text{dia})}{N_0} = \mathrm{e}^{-4\ln 2} = \frac{1}{2^4} = 0.06\ [\mathbf{0.5}]$$

b)

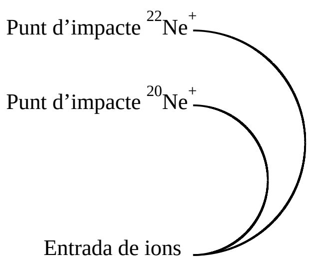
$$^{a}_{b}\text{X} \rightarrow\ ^{0}_{-1}\beta\ +\ ^{99}_{43}\text{Tc}\ [\mathbf{0.2}] \Rightarrow a = 99;\ b = 42:\ [\mathbf{0.2}]$$

nombre de neutrons = a - b = 57 [**0.3**]
nombre de protons = b = 42 [**0.3**]

Opció A
P3)

a) Al ser la força magnètica perpendicular a la velocitat la trajectòria serà circular. [**0.3**]

Al tenir masses diferents, els dos ions experimenten acceleracions centrípetes diferents, per tan descriuràn trajectòries amb radis diferents, el de massa més gran descriurà una circumferència de radi més gran. [**0.2**]



[**0.2**]

El treball que realitzarà la força magnètica serà nul, ja que en tot moment és perpendicular a la trajectòria dels ions. [**0.3**]

b)

$$Q\ v\ B\ =\ m\ \frac{v^2}{r}\ [\mathbf{0.3}] \Rightarrow$$

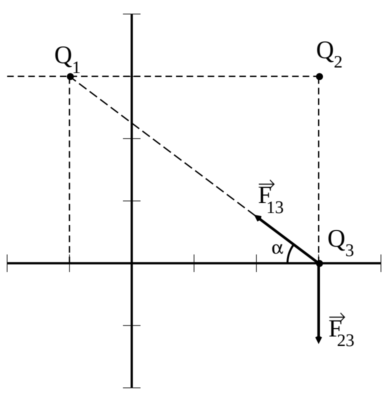
$$r_{^{22}Ne^+}\ =\ \frac{m^{22}Ne^+\ v}{QB}\ =\ \frac{22.0\cdot 1,66\times10^{-27}\cdot 1,00\times10^{5}}{1,60\times10^{-19}\cdot 0.23}\ =\ 9.92\times10^{-2}\ \mathrm{m}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$r_{^{20}Ne^+}\ =\ \frac{m^{20}Ne^+\ v}{QB}\ =\ \frac{20.0\cdot 1,66\times10^{-27}\cdot 1,00\times10^{5}}{1,60\times10^{-19}\cdot 0.23}\ =\ 9.02\times10^{-2}\ \mathrm{m}\ [\mathbf{0.2}]$$

La distància serà el diàmetre de la trajectòria, es a dir 18,0 cm i 19.8 cm. [**0.3**]

P4)

a)



[**0.2**]

$$r_{13}\ =\ \sqrt{4^2\ +\ 3^2}\ =\ 5\ \mathrm{m};\ \tan(\alpha)\ =\ \frac{3}{4};\ \sin(\alpha)\ =0.6;\ \cos(\alpha)\ =0.8$$

$$F_{13}\ =\ K\frac{Q_1Q_3}{r_{13}^2}\ =\ 9\times10^9\ \frac{3,0\times10^{-6}\cdot 8,0\times10^{-6}}{5^2}\ =\ 8,6\times10^{-3}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$F_{23}\ =\ K\frac{Q_2Q_3}{r_{23}^2}\ =\ 9\times10^9\ \frac{5,0\times10^{-6}\cdot 8,0\times10^{-6}}{3^2}\ =\ 4,0\times10^{-2}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$\vec{F_{13}}\ =\ -F_{13}\ \cos(\alpha)\ \vec{i}\ +\ F_{13}\ \sin(\alpha)\ \vec{j}\ =\ -6,9\times10^{-3}\ \vec{i}\ +5.2\times10^{-3}\ \vec{j}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.1}]$$

$$\vec{F_{23}}\ =\ -F_{23}\ \vec{j}\ =\ -4.0\times10^{-2}\ \vec{j}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.1}]$$

$$\vec{F_3}\ =\ \vec{F_{13}}\ +\ \vec{F_{23}}\ =\ -6,9\times10^{-3}\ \vec{i}\ -3,5\times10^{-2}\ \vec{j}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.2}]$$

b) Al tractar-se d'un camp conservatiu, el treball realitzat pel camp serà igual al canvi de l'energia potencial canviada de signe: [**0.1**]

$$W_{P_3 \to P_4} = -\Delta E_p = -Q_3 \left[V(P_4) - V(P_3) \right] \; [\mathbf{0.2}]; \quad r_{24} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 7.21\text{m}; \quad r_{14} = 6 \text{ m}$$

$$V(P_3) = K\frac{Q_1}{r_{13}} + K\frac{Q_2}{r_{23}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{5} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{3} \right\} = -9.6 \times 10^3 \text{ V } [\mathbf{0.2}]$$

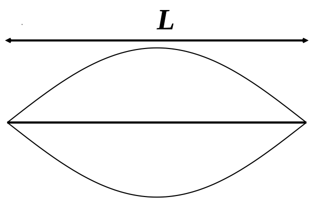
$$V(P_4) = K\frac{Q_1}{r_{14}} + K\frac{Q_2}{r_{24}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{6} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{7.21} \right\} = -1.7 \times 10^3 \text{ V } [\mathbf{0.2}]$$

Per tan:

$$W_{P_3 \to P_4} = 8 \times 10^{-6} \left\{ -1.7 \times 10^3 - (-9,6 \times 10^3) \right\} = 6,3 \times 10^{-2} \text{ J } [\mathbf{0.2}]$$

Al ser una quantitat positiva, el treball serà realitzat pel camp. [**0.1**]

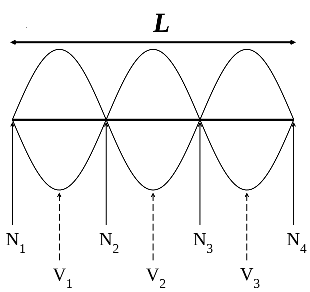
P5)

a) 

[**0.2**]

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L = 156 \text{ cm } [\mathbf{0.4}]$$

$$v = \lambda_1 \, \nu_1 = 1.56 \cdot 220 = 343 \text{ m/s } [\mathbf{0.4}]$$

b) 

[**dibuix del perfil: 0.3**] [no cal que indiquin els N i V]

$$L = 3\,\frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} = 52.0 \text{ cm}$$

Posicions dels N i els V des de l'extrem esquerra de la corda:

$$x(N_1) = 0.00; \; x(N_2) = 26.0 \text{ cm}; \; x(N_3) = 52.0 \text{ cm}; \; x(N_4) = 78.0 \text{ cm } [\mathbf{0.4}]$$

$$x(V_1) = 13.0 \text{ cm}; \; x(V_2) = 39.0 \text{ cm}; \; x(V_3) = 65.0 \text{ cm } [\mathbf{0.3}]$$

[si indiquen on estan els N i V i no calculen les posicions, resteu **0.3**]

Opció B
P3)

a) Si $V < 0 \;\Rightarrow\; q < 0$ [**0.2**]

$$\left.\begin{array}{ll} V & = k\,\frac{q}{d} \\ E & = k\,\frac{q}{d^2} \end{array}\right\} \Rightarrow\; d \;=\; \left|\frac{V}{E}\right| \;=\; 9,00 \text{ m } [\mathbf{0.4}]$$

$$q \;=\; \frac{dV}{k} \;=\; -6,00\times 10^{-6} \text{ C } [\mathbf{0.4}]$$

b) Les línies de camp segueixen la direcció radial amb centre la càrrega q [**0.25**] i el sentit és apuntant cap a la càrrega [**0.25**].

Les superfícies equipotencials són esferes centrades en la càrrega q [**0.25**] i són més juntes com més a prop estan de la càrrega que les genera. [**0.25**]

P4)

a)

$$v \;=\; \lambda\,\nu \;\Rightarrow\; \lambda \;=\; \frac{340 \text{ m/s}}{300 \text{ s}^{-1}} \;=\; 1,13 \text{ m } [\mathbf{0.4}]$$

$$\omega \;=\; 2\pi\nu \;=\; 1,88\times 10^{3} \text{ rad/s } [\mathbf{0.3}]$$

$$T \;=\; \frac{1}{\nu} \;= 3,33\times 10^{-3} \text{ s } [\mathbf{0.3}]$$

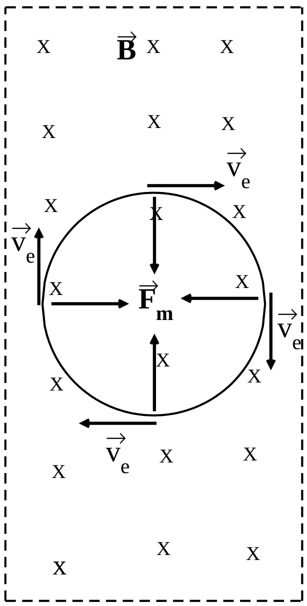
b) b1. La freqüència enregistrada per l'observador serà major i la longitud d'ona menor. Una justificació suficient pot ser citar l'efecte Doppler o representar els fronts d'ona.

b2. Ni la freqüència ni la longitud d'ona canviaran. Justificació suficient: indicar que no hi ha hagut canvi de medi, o representar els fronts d'ona o indicar que a la reflexió únicament canvia la direcció de propagació.

Cada apartat acertat[**0.5**]

P5)

a) La trajectòria serà circular, ja que a l'entrar en la zona on actua el camp magnètic, apareix una força $\vec{F_m}$ perpendicular a la velocitat, que és la força centrípeta del M.C.U., girarà en sentit horari. [**0.2**]

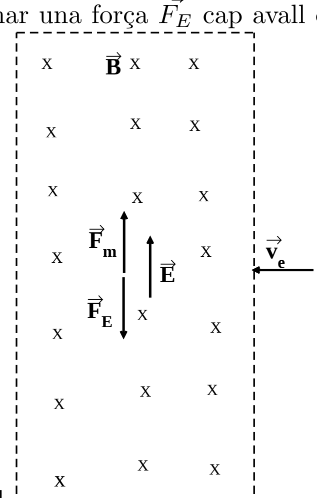


[**0.2**]

$$\vec{F_m} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B} \;[\mathbf{0.2}]$$

$$F_m = m_e \frac{v^2}{R} = q\,v\,B \Rightarrow m_e \frac{v}{R} = q\,B \Rightarrow m_e\,\omega = q\,B \Rightarrow \nu = \frac{q\,B}{m_e\,2\pi}\;[\mathbf{0.2}] = 3.35{\times}10^{10}\ \text{Hz} = 33.5\ \text{GHz}[\mathbf{0.2}]$$

b) El camp elèctric $\vec{E}$ aplicat és perpendicular al camp magnètic i a la velocitat del electró i apunta en la mateixa direcció i sentit que la força magnètica, per tal d'originar una força $\vec{F_E}$ cap avall que compensi la $\vec{F_m}$ i l'electró no es desvïi en travessar el camp magnètic [**0.4**]



[**0.2**]

$$\vec{F_E} = -e\,\vec{E};\; F_m = F_E \Rightarrow e\,E = e\,v\,B \Rightarrow E = v\,B = 3{,}60 \times 10^5 \text{N/C ó V/m}[\mathbf{0.4}]$$

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) Ceres és el planeta nan més petit del Sistema Solar i durant molts anys va ser considerat un asteroide, ja que està situat en el cinturó que hi ha entre Mart i Júpiter. Ceres té un període orbital al voltant del Sol de 4,60 anys, amb una massa de $9{,}43 \times 10^{20}$ kg i un radi de 477 km. Calculeu:

a) Quin és el valor de la intensitat de camp gravitatori que Ceres crea a la seva superfície? Quina és la velocitat i l'energia mecànica mínima d'una nau espacial que, sortint de la superfície, escapés totalment de l'atracció gravitatòria del planeta?

b) La distància mitjana entre Ceres i el Sol, tenint en compte que la distància mitjana entre la Terra i el Sol mesura $1{,}50 \times 10^{11}$ m i que el període orbital de la Terra al voltant del Sol és d'un any.

DADA: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

P2) En la vida quotidiana estem sotmesos a moviments vibratoris. Per exemple, en caminar, córrer, viatjar amb algun mitjà de locomoció o estar a prop d'alguna màquina. A l'hora de dissenyar vehicles i màquines, cal fer un estudi d'aquests moviments per tal d'aconseguir que siguin confortables i segurs, ja que els efectes de les vibracions poden anar des de simples molèsties fins al dolor o la mort.

Aquests estudis solen utilitzar l'acceleració màxima del moviment vibratori com a variable, per a relacionar-la amb les molèsties que percebem.

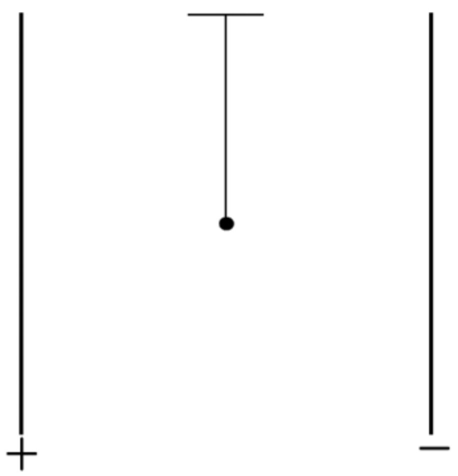
Se sap que som molt sensibles a un moviment vibratori de 6,0 Hz i que, amb aquesta freqüència, a partir d'una acceleració màxima de 6,0 m s^{-2}, les molèsties són tan fortes que ens poden arribar a alarmar.

a) Calculeu l'amplitud d'oscil·lació que correspon a un moviment vibratori harmònic de 6,0 Hz i una acceleració màxima de 6,0 m s^{-2}.

b) Calculeu el valor de la constant elàstica d'una molla per tal que una massa de 85 kg que hi estigui enganxada oscil·li amb una freqüència de 6,0 Hz.

OPCIÓ A

P3) Entre les dues làmines de la figura, separades una distància $d = 3,0$ m, tenim un camp elèctric uniforme de $1,5 \times 10^3$ N C^{-1}.



En el centre de l'espai limitat per les dues làmines posem una llentia metàl·lica carregada, penjada d'un fil. Tenint en compte que la longitud del fil és de 1,5 m, que la càrrega de la llentia és de $Q = -5,0 \times 10^{-5}$ C i que té una massa $m = 12$ g:

a) Representeu les forces que actuen sobre la llentia en el punt d'equilibri i calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical en l'equilibri.

b) Calculeu la diferència de potencial entre la posició d'equilibri i la posició vertical.

P4) L'americi (Am) és l'element de nombre atòmic 95. Els primers àtoms d'americi 241 van ser produïts el 1944 per Glenn Theodore Seaborg i els seus col·laboradors fent servir un seguit de reaccions nuclears a partir del plutoni (Pu). A continuació, es mostren, incompletes, les dues últimes etapes del procés:

Glenn Theodore Seaborg

$$^{240}_{94}\mathrm{Pu} + {}^{a}_{b}\mathrm{x} \rightarrow {}^{241}_{94}\mathrm{Pu}$$

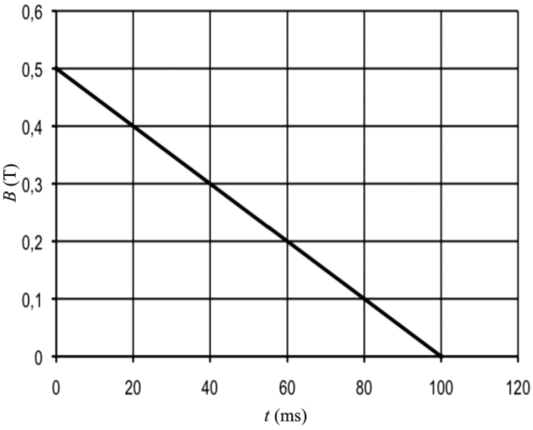
$$^{241}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{241}_{95}\mathrm{Am} + {}^{c}_{d}\mathrm{Y}$$

***a*)** Determineu els valors dels coeficients *a*, *b*, *c* i *d*. Quin nom té la partícula que el Pu-240 ha capturat en la primera reacció? Com s'anomena la desintegració descrita en la segona reacció?

***b*)** Calculeu el percentatge de nuclis de Am-241 que s'han desintegrat des del 1944 fins ara.

DADA: Període de semidesintegració de l'americi 241, $t_{1/2} = 432$ anys

P5) Una espira circular de 4,0 cm de radi es troba en repòs en un camp magnètic constant de 0,50 T que forma un angle de 60° respecte de la normal a l'espira.

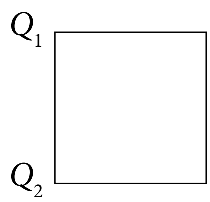


***a*)** Calculeu el flux magnètic que travessa l'espira. S'indueix una força electromotriu en l'espira dins el camp magnètic? Justifiqueu la resposta.

***b*)** En un moment determinat el camp magnètic disminueix tal com mostra la figura. Calculeu la força electromotriu induïda en l'espira.

OPCIÓ B

P3) En el quadrat de la figura, de 2,00 m de costat, hi ha dues càrregues $Q_1 = 9{,}00\ \mu\mathrm{C}$ i $Q_2 = -9{,}00\ \mu\mathrm{C}$ en els vèrtexs de l'esquerra.



***a*)** Determineu la intensitat del camp elèctric en el centre del quadrat.

***b*)** En el centre del quadrat hi situem una tercera càrrega $Q_3 = 7{,}00\ \mu\mathrm{C}$. Calculeu el treball que farà la força elèctrica que actua sobre Q_3 quan la traslladem del centre del quadrat al vèrtex inferior dret.

DADA: $k = 9{,}00 \times 10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}$

P4) La radioactivitat és un mitjà fiable per a calcular l'edat de les roques i minerals que contenen isòtops radioactius concrets. Aquest sistema de datació radiomètrica ens permet mesurar el temps geològic.

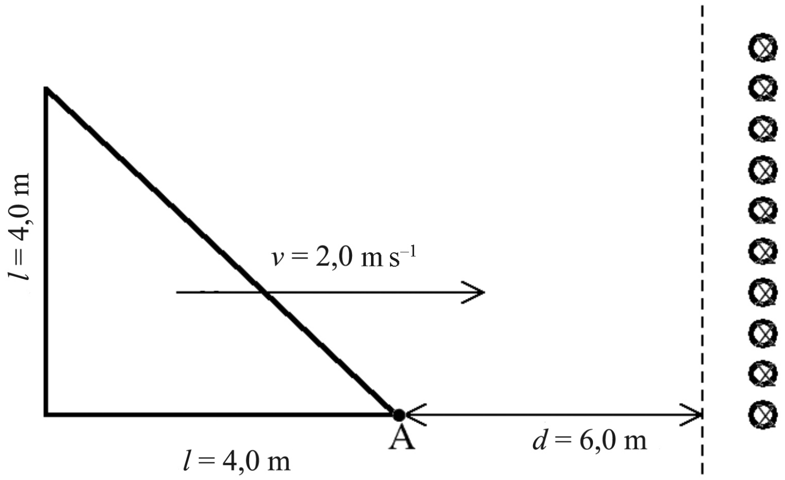
Un d'aquests mètodes es basa en la desintegració de l'isòtop ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ (potassi) en ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$ (argó). El rellotge potassi-argó comença a funcionar quan els minerals que contenen potassi cristal·litzen a partir d'un magma o dins una roca. En aquest moment, els nous minerals contenen ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ i no contenen ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$. A mesura que passa el temps, el ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ es desintegra i tots els àtoms de ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$ que trobem en el mineral en un temps posterior a la formació provenen de la descomposició del ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$.

***a*)** Escriviu la reacció nuclear de l'emissió de partícules β de l'isòtop ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$.

***b*)** En una roca s'han trobat 10,0 g de ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ i 10,0 g de ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$. Quina quantitat de ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ hi haurà quan hauran transcorregut $5{,}00 \times 10^{9}$ anys? Fent servir la datació radiomètrica basada en el potassi-argó, digueu quina edat té la roca. Considereu que el ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ es desintegra només en ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$.

DADA: Període de semidesintegració del ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$, $t_{1/2} = 1{,}25 \times 10^{9}$ anys

P5) Una espira triangular de $l = 4{,}0$ m de costat com la de la figura es troba inicialment ($t = 0{,}0$) situada a una distància de 6,0 m d'una regió on hi ha un camp magnètic B perpendicular al pla del paper i cap endins.



***a*)** Indiqueu l'expressió de la FEM induïda a l'espira quan aquesta s'endinsa a la regió on hi ha el camp magnètic. Determineu el valor de B sabent que, per a $t = 4{,}0$ s, la FEM induïda és $E = 160$ V.

***b*)** Representeu gràficament la FEM induïda $E = E(\mathrm{t})$ entre $t = 0{,}0$ i $t = 8{,}0$ s. Indiqueu en cada instant el sentit del corrent induït a l'espira.

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

Sèrie 3

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

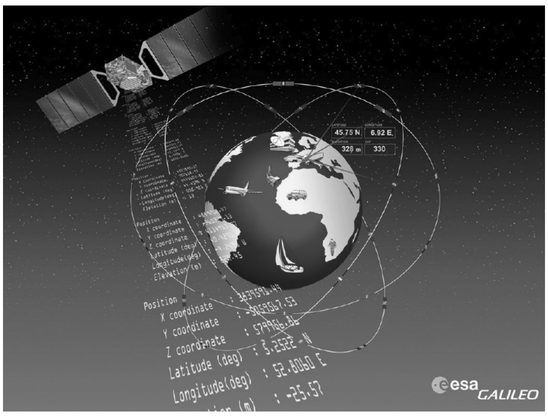
PART COMUNA

P1) El sistema de navegació europeu Galileu estarà format per trenta satèl·lits distribuïts en tres plans orbitals a $2,36 \times 10^4$ km d'altura sobre la Terra, i cada un d'ells descriurà una òrbita circular. Calculeu:

a) Quin període de rotació tindran aquests satèl·lits?

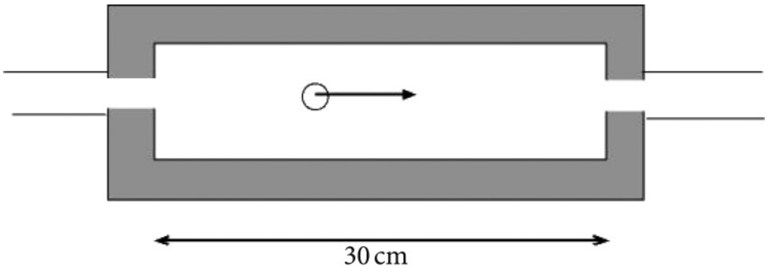
b) Quina serà la velocitat orbital dels satèl·lits?

Dades: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
$R_{\text{Terra}} = 6,37 \times 10^6$ m
$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24}$ kg



Esquema de les òrbites dels satèl·lits Galileu

P2) A la cambra acceleradora de la figura, de 30,0 cm de llargària, els electrons entren per l'esquerra i surten per la dreta. Mentre estan dins la cambra es mouen amb un MRUA (moviment rectilini uniformement accelerat), amb una acceleració cap a la dreta de $1{,}20 \times 10^{13}$ m s^{-2}. En aquesta situació, es poden negligir les forces gravitatòries i els efectes relativistes.



a) Calculeu el camp elèctric a l'interior de la cambra acceleradora. Indiqueu-ne també la direcció i el sentit.

b) Quina diferència de potencial hi ha entre les parets esquerra i dreta de la cambra? Quina està a un potencial més alt? Quanta energia guanya cada electró que travessa la cambra?

DADES: $Q_{\text{electró}} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg

OPCIÓ A

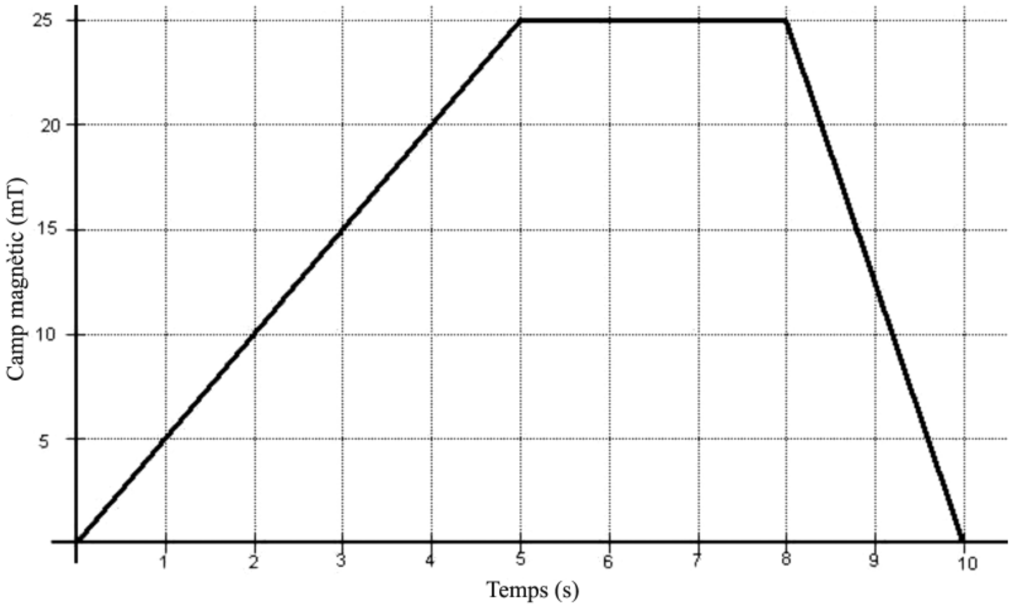
P3) En una experiència, enviem radiació ultraviolada contra una placa de plom i produïm efecte fotoelèctric. Els electrons que es desprenen de la placa són frenats totalment per una diferència de potencial elèctric que depèn de la longitud d'ona de la radiació ultraviolada incident. A partir de les mesures efectuades sabem que quan la longitud d'ona és $1{,}50 \times 10^{-7}$ m, la diferència de potencial que frena els electrons és de 4,01 V, i quan la longitud d'ona és $1{,}00 \times 10^{-7}$ m, la diferència de potencial de frenada és de 8,15 V. Calculeu:

a) Per a cada longitud d'ona, la velocitat màxima amb què els electrons són extrets de la placa de plom.

b) L'energia mínima (funció de treball) necessària per a extreure un electró de la placa de plom. Determineu la constant de Planck a partir d'aquestes dades.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m s^{-1}
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg

P4) Un camp magnètic penetra perpendicularment en una bobina de 2 000 espires quadrades i 2,5 cm de costat. Aquest camp varia tal com mostra la figura següent:



***a*)** Determineu l'equació que relaciona el flux magnètic que passa a través de la bobina amb el temps en dos dels intervals (de 0,0 a 5,0 s i de 5,0 a 8,0 s) que es veuen en la figura.

***b*)** Calculeu la tensió induïda (FEM) a la bobina en cada un dels intervals: de 0,0 a 5,0 s, de 5,0 a 8,0 s i de 8,0 a 10,0 s, que es veuen en la figura.

P5) Les sis cordes d'una guitarra vibren entre dos punts fixos (el pont i la celleta). Per a certes freqüències de vibració de la corda es generen ones estacionàries entre tots dos extrems. Si la guitarra està afinada, la vibració de la primera corda en el mode fonamental correspon a la nota mi, de 330 Hz.

***a*)** Determineu la longitud d'ona del mode fonamental, si la longitud de la corda són 65,0 cm, i calculeu també la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, generen l'ona estacionària.

***b*)** Si un espectador situat a 3,0 m de distància de la guitarra percep una sensació sonora de 30 dB, quina sensació sonora percebrà si sonen tres guitarres idèntiques tocant la mateixa nota?

DADA: Intensitat llindar, $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W m^{-2}

OPCIÓ B

P3) El poloni 210 és un emissor de partícules α que es troba a la natura i que també es pot obtenir en laboratoris nuclears a partir del bombardeig del bismut 209 amb neutrons. El període de semidesintegració són 138 dies.

a) Escriviu la reacció de desintegració del poloni 210 si sabem que, en desintegrar-se, produeix un isòtop del plom. Quina és la constant de desintegració del poloni 210?

b) Si una mostra conté 5 mg de poloni 210, quina quantitat de poloni 210 quedarà després de 20 dies?

DADES: Nombres atòmics i símbols químics del poloni $Z(\text{Po}) = 84$ i del plom $Z(\text{Pb}) = 82$

P4) Disposem d'una massa lligada a una molla que fa un moviment harmònic simple. Sabem que a l'instant inicial la seva posició i velocitat són $x = 1{,}00\ \text{m}$ i $v = -5{,}44\ \text{m s}^{-1}$, i que les energies cinètica i potencial en aquest mateix instant són $E_k = 12{,}00\ \text{J}$ i $E_p = 4{,}00\ \text{J}$. Calculeu:

a) La constant de recuperació de la molla i el valor de la massa del cos que fa el moviment, així com l'energia mecànica total del sistema.

b) L'amplitud, la freqüència angular i la fase inicial del moviment harmònic que fa la massa. Escriviu l'equació del moviment resultant.

P5) Un petit generador està format per una bobina de 200 espires que pot girar tallant les línies del camp magnètic d'un imant fix. La superfície del quadrat que forma la bobina i que és travessat per les línies del camp magnètic de manera perpendicular en el moment en què el flux és màxim, té $16\ \text{cm}^2$. L'imant crea un camp magnètic constant de $2 \times 10^{-4}\ \text{T}$ en la zona que travessa la bobina i aquesta gira amb una freqüència de 25 Hz.

a) Representeu la força electromotriu generada en funció del temps per un període complet. Assenyaleu clarament en la gràfica els valors extrems d'aquesta força electromotriu i el valor del temps en què es donen.

b) Enviem el corrent generat en un dispositiu similar al de l'apartat anterior al primari d'un transformador que té 10 voltes. Suposem que la FEM eficaç que arriba a aquest primari és de 0,05 V. Calculeu el nombre de voltes que són necessàries en el secundari per a obtenir 2,5 V eficaços. Calculeu també la intensitat eficaç que ha d'arribar al primari per tal que en el secundari hi circulin 20 mA.

SÈRIE 4

P1)

a)

$$g_C = \frac{GM_C}{R_C^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{9,43 \cdot 10^{20}}{(477 \cdot 10^3)^2} = 2,76 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}^2 \boxed{\textbf{0.5}}$$

Per poder sortir de l'òrbita de Ceres s'ha d'assolir una velocitat mìnima (d'escapament) tal que l'energia mecànica sigui com a mínim 0: $E_m = 0$ $\boxed{\textbf{0.1}}$ Per tant:

$$E_m = 0 = \frac{1}{2} m\, v^2 - G \frac{M_C m}{R_C} \boxed{\textbf{0.2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\ G\ M_C}{R_C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}\, 9,43 \cdot 10^{20}}{477 \cdot 10^3}} = 514 \text{ m/s} \boxed{\textbf{0.2}}$$

b)

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{GM_S M_C}{d_{S-C}^2} & = M_C \left(\frac{2\pi}{T_T}\right)^2 d_{S-C} \Rightarrow d_{S-C}^3 & = \frac{GM_S}{4\pi^2}\ T_C^2 \\ \frac{GM_S M_T}{d_{S-T}^2} & = M_T \left(\frac{2\pi}{T_T}\right)^2 d_{S-T} \Rightarrow d_{S-T}^3 & = \frac{GM_S}{4\pi^2}\ T_T^2 \end{array}\right\} \boxed{\textbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$\frac{d_{S-C}^3}{d_{S-T}^3} = \frac{T_C^2}{T_T^2} \text{ (3}^{\text{a}} \text{ llei de Klepler)} \boxed{\textbf{0.3}} \Rightarrow d_{S-C} = d_{S-T} \sqrt[3]{\frac{T_C^2}{T_T^2}} = 1,50 \cdot 10^{11} \sqrt[3]{4,60^2} = 4,15 \cdot 10^{11} \text{m} \boxed{\textbf{0.5}}$$

P2)

a) L'equació de un MVHS la podem escriure com (també considerem vàlida si enlloc de la funció cos es fa servir la funció sin:

$$x(t) = A \cos(\omega\ t + \phi) \boxed{\textbf{0.1}} \Rightarrow v(t) = -A\ \omega\ \sin(\omega\ t + \phi) \boxed{\textbf{0.1}} \Rightarrow$$

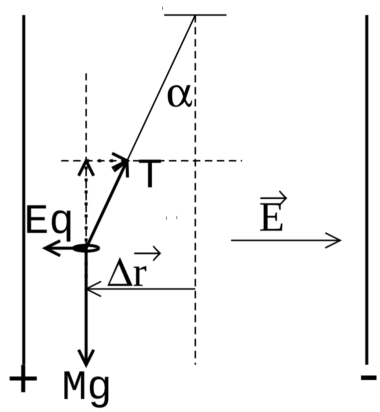
$$a(t) = -A\, \omega^2 \cos(\omega\, t + \phi) \boxed{\textbf{0.3}} \Rightarrow \text{a}_{\text{màxima}} = A\, \omega^2 = A\, (2\pi\, \nu)^2 \boxed{\textbf{0.3}} \Rightarrow A = \frac{\text{a}_{\text{màxima}}}{(2\pi\ \nu)^2} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \boxed{\textbf{0.2}}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS la podem deduir a partir de:

$$a(t) = -\omega^2\, x(t) \boxed{\textbf{0.2}} \Rightarrow -k\, x = m\, a = -m\, \omega^2\, x \boxed{\textbf{0.2}} k = m\, \omega^2 \boxed{\textbf{0.2}} = 85 \cdot (2\pi \cdot 6)^2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/m} \boxed{\textbf{0.4}}$$

Opció A
P3)

a) De forma esquemàtica tindrem:



$\boxed{\mathbf{0.4}}$

Per tant:

$$M\ g\ \tan(\alpha)\ =\ E\ q\ \boxed{\mathbf{0.3}}\ \Rightarrow$$

$$\alpha\ =\ \arctan\left(\frac{E\ q}{M\ g}\right)\ =\ 5,68\cdot 10^{-1}\ \text{rad}\ =\ 33\ ^{\text{o}}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) Com que el camp elèctric és uniforme:

$$\Delta\ V\ =\ -\ \vec{E}\cdot\Delta\vec{r}\ \boxed{\mathbf{0.3}}\ =\ E\ L\ \sin(\alpha)\ =\ \boxed{\mathbf{0.2}}\ =\ 1500\ \text{N/C}\ 1,5\ \text{m}\ \sin(32,5^{\text{o}})\ =\ 1,2\cdot 10^{3}\ \text{V}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

P4)

a)

$$^{240}_{94}\text{Pu}\ +\ ^{a}_{b}\text{x}\ \rightarrow\ ^{241}_{94}\text{Pu}\ \Rightarrow\ \begin{cases} 240\ +\ a\ =\ 241\ \Rightarrow\ a\ =\ 1\ \boxed{\mathbf{0.1}} \\ 94\ +\ b\ =\ 94\ \Rightarrow\ b\ =\ 0\ \boxed{\mathbf{0.1}} \end{cases}$$

$$^{241}_{94}\text{Pu}\ \rightarrow\ ^{241}_{95}\text{Am}\ +\ ^{c}_{d}\text{y}\ \Rightarrow\ \begin{cases} 241\ =\ c\ +\ 241\ \Rightarrow\ c\ =\ 0\ \boxed{\mathbf{0.1}} \\ 94\ =\ d\ +\ 95\ \Rightarrow\ d\ =\ -1\ \boxed{\mathbf{0.1}} \end{cases}$$

El ^{240}Pu ha capturat un neutró $\boxed{\mathbf{0.3}}$

El ^{241}Pu ha emes una partícula β ó electró. La desintegració s'anomena emissió beta $\boxed{\mathbf{0.3}}$

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t)\ =\ N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t\ \ln 2}{t_{1/2}}}\ =\ N_0\ \left(\mathrm{e}^{-\ln 2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}\ =\ N_0\ 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

% de nuclis que s'hauran desintegrat després de (2013-1944) = 69 anys:

$$100\cdot\frac{N_0\ -\ N(t=69)}{N_0}\ =\ 100\cdot\frac{N_0\ (1\ -\ 2^{-\frac{69}{432}})}{N_0}\ =\ 10,5\%\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

P5)

a) El flux creat per un camp magnètic en una espira ve determinat per:

$$\Phi \;=\; \vec{B} \cdot \vec{S} \;=\; B\;S\;\cos(\alpha)\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

on α és l'angle que forma la direcció del camp magnètic amb la perpendicular a l'espira, per tant $\alpha \;=\; 60^{\mathrm{o}}$

$$\Phi \;=\; 0.5\;\pi\;0,04^2\;\cos(60^{\mathrm{o}}) \;=\; 1,3\cdot 10^{-3}\;\mathrm{Wb}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Donat que el flux que travessa l'espira es constant en el temps, no s'induirà cap *fem*. $\boxed{\mathbf{0.3}}$

b) Per la gràfica que ens mostren en el enunciat el camp magnètic varia linealment segons l'expressió:

$$B(t) \;=\; 0,5 \;-\; \frac{0,5}{100\cdot 10^{-3}}\;t\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant el flux que genera el camp serà:

$$\Phi(t) \;=\; \pi\;0,04^2\;(0,5 \;-\; \frac{0,5}{100\cdot 10^{-3}}\;t)\;\cos(60^{\mathrm{o}})\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

i la *fem* generada serà:

$$\varepsilon \;=\; -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \;=\; \pi\;0,04^2\;\cos(60^{\mathrm{o}})\;\frac{0,5}{100\cdot 10^{-3}} \;=\; 1,3\cdot 10^{-2}\;\mathrm{V}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Opció B
P3)

a) El camp elèctric és una magnitud vectorial per tant:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \frac{q_1 \vec{\mu}_1}{r_1^2} + K \frac{q_2 \vec{\mu}_2}{r_2^2} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

On:

$$\vec{\mu}_1 = (\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}});\ \vec{\mu}_2 = (\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}});\ r_1 = r_2 = \sqrt{2} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant:

$$\vec{E}_T = \frac{9 \cdot 10^9}{2\sqrt{2}} \left\{ 9 \cdot 10^{-6}(\vec{i} - \vec{j}) - 9 \cdot 10^{-6}(\vec{i} + \vec{j}) \right\} \Rightarrow \vec{E}_T = (0\,\vec{i} - 5,73 \cdot 10^4\,\vec{j})\ \mathrm{N/C} \boxed{\mathbf{0.5}}$$

Es considerarà la resposta correcte si raonen que per raons de simetria el camp elèctric ha de tenir només component vertical, de signe negatiu i realitzen el càlcul correctament.

b) Al tractar-se de un camp conservatiu podem podem trobar el treball fet per la força elèctrica a partir del potencial elèctric.

$$V_i = K \left\{ \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right\} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} (9 - 9) = 0\ \mathrm{V} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

$$V_f = K \left\{ \frac{q_1}{r_1'} + \frac{q_2}{r_2'} \right\} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} (\frac{9}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2}) = -1,19 \cdot 10^4\ \mathrm{V} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant el treball fet per la força elèctrica és:

$$W_E = -\Delta V\, q = (V_i - V_f)\, q = (0 + 1,19 \cdot 10^4)(7 \cdot 10^{-6}) = 8,33 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J} \boxed{\mathbf{0.4}}$$

P4)

a) La reacció que ens demanen és:

$$^{40}_{19}\mathrm{K} \rightarrow {}^{40}_{18}\mathrm{Ar} + {}^{0}_{1}\beta^+ \boxed{\mathbf{0.6}}$$

Com podem comprovar la partícula emergent és un positró $\boxed{\mathbf{0.4}}$ (no és precís que comentin res respecte la possible producció de neutrins)

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \rightarrow m(t) = m_0\, \mathrm{e}^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$m(t = 5 \cdot 10^9) = 10\ \mathrm{g}\ \mathrm{e}^{-\frac{5 \cdot 10^9 \ln 2}{1,25 \cdot 10^9}} = 6,25 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{g} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Tal com diu el enunciat, per saber l'edat de la pedra, hem de partir de la hipòtesi que tot el Ar de la roca prove de la desintegració del K, per tant en el instant inicial teníem 20 g de K. $\boxed{\mathbf{0.1}}$, després de passar el temps t, en tenim 10 g, per tant hem de resoldre l'equació:

$$10\ \mathrm{g} = 20\ \mathrm{g}\ \mathrm{e}^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \Rightarrow t = t_{1/2} = 1,25 \cdot 10^9\ \mathrm{anys} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

P5)

a) Només s'indueix una *fem* sobre l'espira quan el flux del camp magnètic que travessa l'espira varia amb el temps, $\boxed{\mathbf{0.1}}$ per tant es començarà a produir una *fem* quan el punt A comenci a endinsar-se en la regió on hi ha el camp magnètic $\boxed{\mathbf{0.1}}$ i això es produirà a partir de: $\frac{6\ \mathrm{m}}{2\ \mathrm{m/s}} = 3\ \mathrm{s}$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$. A partir d'aquest instant el costat horitzontal del triangle s'endinsa com:

$$d(t) = v(t - 3) \ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Al ser una triangle rectangle isòcels l'àrea que s'endinsa dintre del camp es:

$$A(t) = \frac{1}{2}\,[v(t - 3)]^2 \ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

El flux de camp magnètic serà:

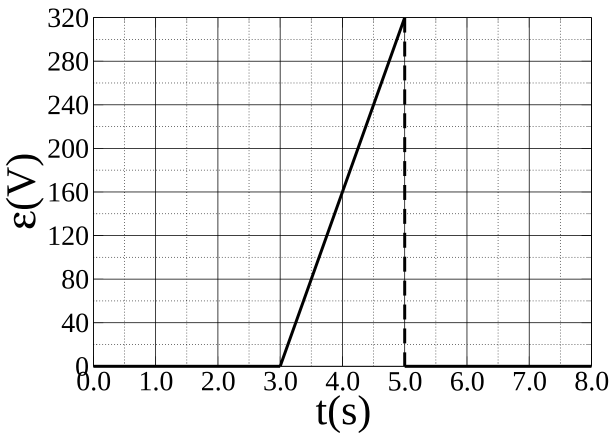
$$\Phi(t) = \frac{1}{2}\,[v(t - 3)]^2\ B \ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\,v^2\,(t - 3)\ B \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

El enunciat ens diu que per t= 4s tenim:

$$160\ \mathrm{V} = |-\,2^2\,(4 - 3)\ B\,| \Rightarrow B = 40\ \mathrm{T} \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) Entre $t = 0$ i $t = 3$s, l'espira es troba integrament fora del abast del camp magnètic, per tant la *fem* induïda serà nul·la. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Entre $t = 3$s i $t = 5$s la *fem* augmenta linealment fins arribar al seu valor màxim. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Seguint el conveni de la regla de la ma dreta el sentit del corrent en aquesta zona serà antihorari. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ A partir d'aquest instant el flux del camp és constant i per tant no es genera cap *fem*. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ La gràfica per tant serà:



$\boxed{\mathbf{0.4}}$

SÈRIE 3

P1)

a)

$$\frac{GM_T m_s}{(h+R_T)^2} = m_s\omega^2(h+R_T) = m_s\frac{4\pi^2}{T^2}(h+R_T)\boxed{\textbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(h+R_T)^3}{GM_T}\boxed{\textbf{0.1}}\ T = 2\pi\sqrt{\frac{(h+R_T)^3}{GM_T}}\boxed{\textbf{0.1}} = 2\pi\sqrt{\frac{(3,00\times10^7)^3}{6,67\times10^{-11}\ 5,98\times10^{24}}} = 5,17{\times}10^4\mathrm{s} = 14,4\,\mathrm{h}\boxed{\textbf{0.6}}$$

b)

$$v = \omega(h+R_T) = \frac{2\pi}{T}(h+R_T)\boxed{\textbf{0.5}} = 3,65\times10^3\ \mathrm{m/s} = 3,65\ \mathrm{km/s}\boxed{\textbf{0.5}}$$

P2)

a)

$$\vec{F} = \vec{\mathcal{E}}\,q = m\,\vec{a}\boxed{\textbf{0.5}} \Rightarrow \vec{\mathcal{E}} = \frac{m\vec{a}}{q} = \frac{9,11\times10^{-31}\mathrm{kg}\cdot1,20\times10^{13}\mathrm{m/s^2}\vec{i}}{-1,60\times10^{-19}\mathrm{C}} = -68,3\,\vec{i}\,\mathrm{N/C\ ó\ V/m}\boxed{\textbf{0.5}}$$

b) Al ser el camp elèctric constant:

$$\Delta V = -\vec{\mathcal{E}}\,\Delta\vec{r}\boxed{\textbf{0.2}} = -(-68.3\,\vec{i})(0.3\,\vec{i}) = 20,5\mathrm{V}\boxed{\textbf{0.2}}$$

El potencial mes alt serà a la part dreta de la càmera $\boxed{\textbf{0.2}}$

$$\Delta E = \Omega = -\Delta V\,q = -20.5\,(-1.60\times10^{-19}) = 3,28\times10^{-18}\ \mathrm{J} = 20.5\ \mathrm{eV}\boxed{\textbf{0.4}}$$

Opció A

P3)

a) Els electrons són frenats pel camp elèctric, transformant la seva energia cinètica en energia potencial elèctrica: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\Delta E_c = \Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = |\mathrm{e}|\Delta V \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2|\mathrm{e}|\Delta V}{m}} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{\frac{2\times1{,}60\times10^{-19}\times4{,}01}{9{,}11\times10^{-31}}} = 1,19\times10^6\mathrm{m/s} \boxed{\mathbf{0.3}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{2\times1{,}60\times10^{-19}\times8{,}15}{9{,}11\times10^{-31}}} = 1,69\times10^6\mathrm{m/s} \boxed{\mathbf{0.3}} \end{cases}$$

b)

El balanç energètic en l'efecte fotoelèctric és:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = W_0 + E_c \boxed{\mathbf{0.1}} = W_0 + |\mathrm{e}|\Delta V \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Per tant

$$\left.\begin{matrix} \frac{hc}{\lambda_1} = W_0 + |\mathrm{e}|\Delta V_1 \\ \frac{hc}{\lambda_2} = W_0 + |\mathrm{e}|\Delta V_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{\mathbf{0.1}} h\left\{\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2}\right\} = |\mathrm{e}|\left\{\Delta V_1 - \Delta V_2\right\} \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow$$

$$h = \frac{|\mathrm{e}|}{c}\,\frac{\Delta V_1 - \Delta V_2}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}} = 6,62\times10^{-34}\mathrm{J\ s} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per altre banda, substituint en una les equacions anteriors:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - |\mathrm{e}|\Delta V_1 = 6,82\times10^{-19}\mathrm{J} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

P4)

a) La superfície de una sola espira és:

$$s = 0.025^2 = 6,25\cdot10^{-4}\mathrm{m}^2 \boxed{\mathbf{0.1}}$$

El flux del camp magnètic que travessa la bobina, l'escriurem com:

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos 0\cdot = B\cdot S \boxed{\mathbf{0.2}}$$

on S serà:

$$S = 2000\cdot s = 1,25\ \mathrm{m}^2 \boxed{\mathbf{0.1}}$$

A partir de la lectura de la gràfica podem escriure:

$$B(t)_{t\in[0,5]} = \frac{25 - 0}{5 - 0}\cdot10^{-3}\cdot t\ \mathrm{T} \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow \Phi(t)_{t\in[0,5]} = 6,25\cdot10^{-3}\cdot t\ \mathrm{Wb} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$B(t)_{t\in[5,8]} = 25\cdot10^{-3}\ \mathrm{T} \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow \Phi(t)_{t\in[5,8]} = 31,3\cdot10^{-3}\ \mathrm{Wb} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$\varepsilon(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot S \boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$\varepsilon(t)_{t\in[0,5]} = -6,3\cdot10^{-3}\ \mathrm{V} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\varepsilon(t)_{t\in[5,8]} = 0\ \mathrm{V} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\varepsilon(t)_{t\in[8,10]} \ = \ 16\cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Es considerarà igualment correcte si la $\varepsilon((t)$ del primer tram es positiva i la del últim es negativa. També es considerarà igualment correcte si es realitza el càlcul sense la utilització del càlcul diferencial i es duu a terme considerant al quocient de les variacions:

$$\varepsilon \ = \ -\frac{\Delta\Phi}{\Delta \mathrm{t}}$$

P5)

a) El mode fonamental (1er harmònic) correspon a aquell on la longitud d'ona és el doble de la longitud de la corda:

$$\lambda_0 \ = \ 2\ L \ = \ 1,30\mathrm{m}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

La velocitat de propagació és:

$$v \ = \ \lambda_0\ \nu_0 \ = \ 1,3\cdot 330 \ = \ 429\ \mathrm{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

b) Per $d \ = \ 3$ m tenim $\beta \ = 30$ dB, si I_1 és la intensitat sonora de una guitarra $\Rightarrow$

$$\beta_1 \ = \ 10\ \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \ = \ 30\ \mathrm{dB}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tres guitarres: $I_3 \ = \ 3\ I_1$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ i la sensació sonora serà:

$$\beta_3 \ = \ 10\ \log\left(\frac{I_3}{I_0}\right) \ = \ 10\ \log\left(\frac{3\ I_1}{I_0}\right) \ = \ 10\left[\log 3\ + \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right] \ \Rightarrow$$

$$\beta_3 \ = \ 10\ \log(3) \ + \ 10\ \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \ = \ 10\ \log(3) \ + \ 30 \ = \ 35\ \mathrm{dB}\ \boxed{\mathbf{0.6}}$$

Opció B
P3)

a) La reacció nuclear del ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$, serà:

$$ {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \;\rightarrow\; {}^{4}_{2}\mathrm{He} \;+\; {}^{206}_{82}\mathrm{Pb}\ \boxed{\mathbf{0.5}} $$

També considerem vàlida la resposta on en lloc del He i posem α

Podem escriure la llei de desintegració com:

$$ N(t) \;=\; N_0\ \mathrm{e}^{-\lambda\ t} $$

Per altre banda:

$$ N(t=t_{1/2}) \;=\; \frac{N_0}{2} \;=\; N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda\ t_{1/2}}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \;\Rightarrow\; \mathrm{e}^{\lambda\ t_{1/2}} \;=\; 2 \Rightarrow \lambda \;=\; \frac{\ln\ 2}{t_{1/2}} \;=\; 5,02{\cdot}10^{-3}\,\mathrm{dies}^{-1} \;=\; 5,81{\cdot}10^{-8}\,\mathrm{s}^{-1}\ \boxed{\mathbf{0.3}} $$

b) La llei de desintegració també la podem escriure:

$$ \frac{m(t)}{m_A}N_A \;=\; \frac{m_0}{m_A}N_A\ \mathrm{e}^{-\lambda\ t}\ \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow\; m(t) \;=\; m_0\ \mathrm{e}^{-\lambda\ t}\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per tant:

$$ m(t=20\ \mathrm{dies}) \;=\; 5\ \mathrm{mg}\ \mathrm{e}^{-\ 5,02\cdot10^{-3}\cdot\mathrm{dies}^{-1}\cdot 20\ \mathrm{dies}} \;=\; 4,52\ \mathrm{mg}\ \boxed{\mathbf{0.7}} $$

O sigui ens quedaran: 4.52 mg

P4)

a) L'energia potencial d'un moviment vibratori harmònic és $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$, per tant:

$$ E_p = \frac{1}{2}kx^2 \;\Rightarrow\; 4 \;=\; \frac{1}{2}\ k\ 1^2 \;\Rightarrow\; k \;=\; 8,00\ \mathrm{N/m}\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per altre banda tindrem:

$$ E_c = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; 12 = \frac{1}{2}m(5,44)^2 \;\Rightarrow\; m \;=\; \frac{24}{5,44^2} = 8,11\cdot10^{-1}\,\mathrm{kg}\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per l'energia total tinrem:

$$ E \;=\; E_p \;+\; E_c \;=\; 12 \;+\; 4 \;=\; 16\,\mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.5}} $$

b) La freqüència angular del moviment és $\omega^2 = k/m$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$ i per tant

$$ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{0,811}} = 3.14\,\mathrm{rad/s}\ \boxed{\mathbf{0.1}} $$

L'amplitud surt de l'expressió de la energia total del moviment:

$$ E = \frac{1}{2}kA^2\ \boxed{\mathbf{0.1}} \;\Rightarrow\; A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2{\cdot}16}{8}} = 2,00\,\mathrm{m}\ \boxed{\mathbf{0.1}} $$

Per trobar la fase inicial hem d'anar a les condicions inicials, tot tenint present que l'equació general del moviment harmònic simple és

$$ x(t) \;=\; A\ \cos(\omega\ t\ +\ \varphi)\ \boxed{\mathbf{0.1}} $$

(També considerem correcte les expressions si partim de la elongació amb la funció sinus) i, per tant, a $t = 0$ resulta $x = A\cos\varphi$, $v = -A\omega\sin\varphi$. Amb $x(0) = 1\,\mathrm{m}$ i $v(0) = -5.44\,\mathrm{m/s}$, i els valor anteriors, obtenim

$$ 1 = 2\cos\varphi\ ;\ -5,44 = -2\ \cdot\ 3,14\sin\varphi \;\Rightarrow\; \cos\varphi = 0.5\ ; \sin\varphi = 0.86 \;\Rightarrow\; \tan\varphi \;=\; \frac{0,86}{0,5}\ \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow $$

$$\varphi \ = \ \arctan\left(\frac{0.86}{0,5}\right) \ = \ 1,04 \text{ rad } \boxed{\textbf{0.1}}$$

Per tant l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2\cos(3,14 \text{ rad/s } t + 1,04 \text{ rad}) \text{ m } \boxed{\textbf{0.3}}$$

P5)

a) La superfície d'una espira és: $s_0 \ = \ 16 \text{ cm}^2 \ = \ 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, per tant la superfície total que genera el flux magnètic en al bobina és: $S_0 \ = \ 200 \ s_0 \ = \ 3,2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$ $\boxed{\textbf{0.1}}$. La superfície efectiva que travessa el camp magnètic és:

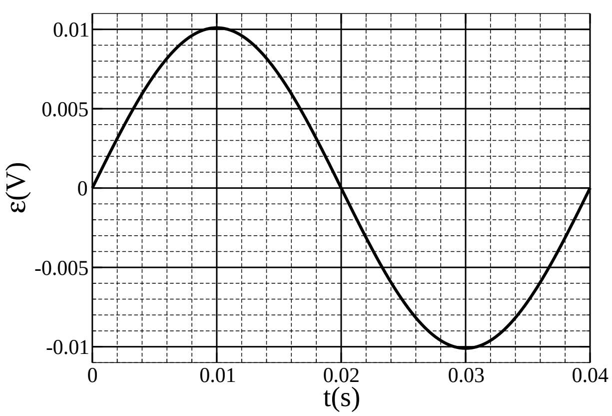
$$S(t) \ = \ S_0 \ \cos(\omega \ t) \ = \ S_0 \ \cos(2\pi\nu \ t) \ \boxed{\textbf{0.1}}$$

Per tant el flux que travessa la bobina en funció del temps serà:

$$\Phi \ = \ B \ S(t) \ = \ B \ S_0 \cos(2\pi\nu \ t) \ \boxed{\textbf{0.1}}$$

La *fem* generada serà:

$$\varepsilon(t) \ = \ -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \ \boxed{\textbf{0.1}} \ = \ 2\pi\nu \ B \ S_0 \ \sin(2\pi\nu \ t) \ \boxed{\textbf{0.1}} \ = \ 1,01 \cdot 10^{-2} \ \sin(50\pi t) \text{ V } \boxed{\textbf{0.2}}$$



$\boxed{\textbf{0.3}}$

b) L'expressió que lliga les voltes del primari i el secundari amb les seves respectives diferencies de potencial és:

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} \ = \ \frac{N_p}{N_s} \ \boxed{\textbf{0.2}} \ \Rightarrow \ N_s \ = \ \frac{N_p \ \varepsilon_s}{\varepsilon_P} \ = \ \frac{10 \cdot 2,5}{0,05} \ = \ 500 \text{ voltes } \boxed{\textbf{0.3}}$$

Per altre banda la potència transmesa en el primari ha de ser igual a la obtinguda al secundari, per tant:

$$\varepsilon_p \ \mathrm{i}_p \ = \ \varepsilon_s \ \mathrm{i}_s \ \boxed{\textbf{0.2}} \ \Rightarrow \ \mathrm{i}_p \ = \ \frac{\mathrm{i}_s \cdot \varepsilon_s}{\varepsilon_p} \ = \ \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5}{0,05} \ = \ 1,0 \text{ A } \boxed{\textbf{0.3}}$$

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

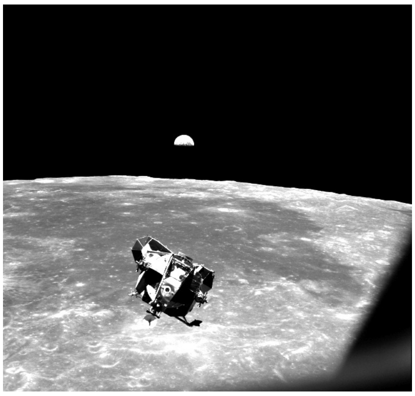
Sèrie 1

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) L'any 1969, el mòdul de comandament *Columbia*, de la missió Apollo 11, tripulada per l'astronauta Michael Collins, orbitava a 100 km d'altura sobre la superfície de la Lluna amb un període de 118 minuts. Mentrestant, Neil Armstrong i Edwin Aldrin, els altres dos tripulants, caminaven sobre la Lluna. Calculeu:

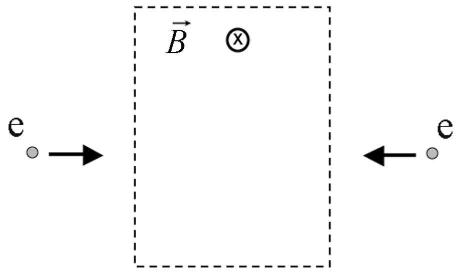


***a*)** La massa de la Lluna i la intensitat del camp gravitatori a la superfície lunar.

***b*)** La velocitat d'escapament des de la superfície lunar.

DADES: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
$R_{\text{Lluna}} = 1{,}74 \times 10^{3}\ \mathrm{km}$

P2) En una regió de l'espai hi ha un camp magnètic constant dirigit cap a l'interior del paper. En aquesta regió entren dos electrons amb la mateixa rapidesa i la mateixa direcció, però movent-se en sentits contraris, tal com indica la figura.



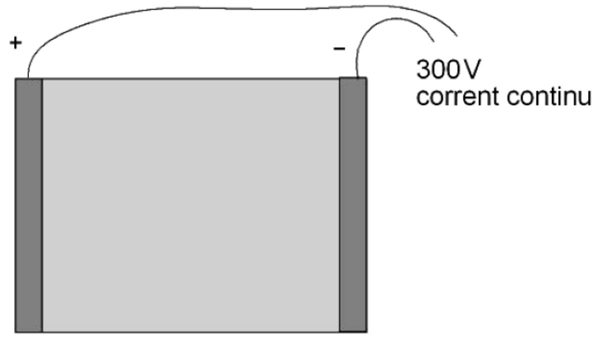
***a*)** Dibuixeu la força magnètica que actua sobre cada electró quan entra en la regió on hi ha el camp magnètic. Justifiqueu i dibuixeu les trajectòries dels dos electrons i indiqueu el sentit de gir.

***b*)** Eliminem aquest camp magnètic i el substituïm per un altre camp magnètic, de manera que els electrons no es desvien quan entren en aquesta regió. Dibuixeu com hauria de ser aquest nou camp magnètic. Justifiqueu la resposta.

NOTA: No és vàlida la resposta $\vec{B} = 0$.

OPCIÓ A

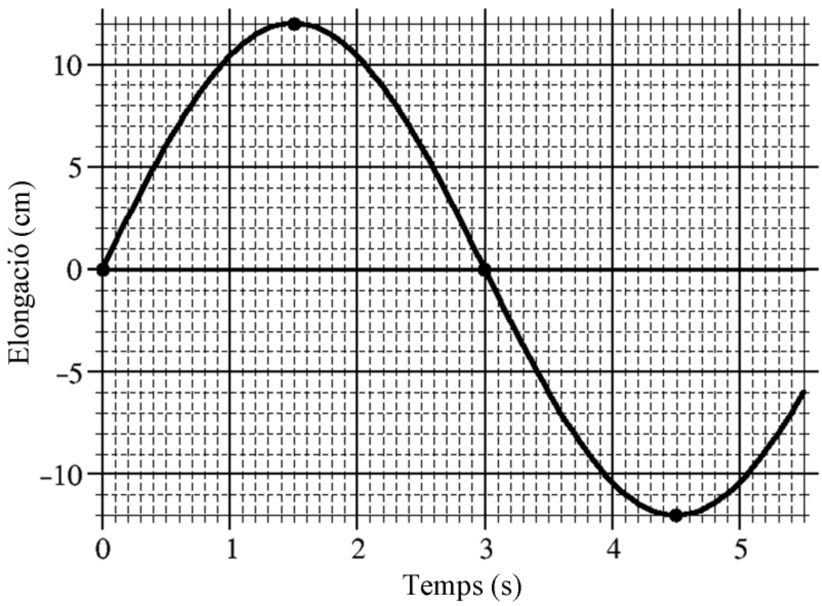
P3) L'electroforesi és un mètode per a analitzar mescles. Disposem una mostra entre dos elèctrodes connectats a una diferència de potencial de 300 V. La distància entre els elèctrodes és de 20,0 cm.



***a*)** Dibuixeu les línies del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes i les diferents superfícies equipotencials. Indiqueu el potencial de cada una de les superfícies. Calculeu el valor del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes, i indiqueu la direcció i el sentit de les partícules positives i les negatives.

***b*)** En les condicions adequades, les molècules adquireixen càrrega elèctrica i es desplacen en l'aparell d'electroforesi amb un moviment rectilini lent i uniforme. Calculeu la força elèctrica i la força de fricció que actuen sobre una molècula de timina amb una càrrega de $-1,60 \times 10^{-19}$ C.

P4) La gràfica següent representa el moviment d'un cos de 250 g de massa que oscil·la, sense fregament, unit a una molla.

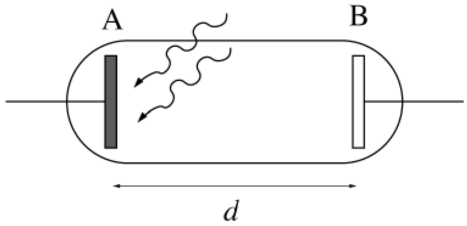


***a*)** Calculeu l'amplitud, la freqüència angular, el període i la fase inicial d'aquest moviment.

***b*)** Escriviu l'equació del moviment i calculeu l'energia mecànica total del sistema.

P5) Disposem d'un tub de buit com el de la figura. L'elèctrode A és fet de potassi, que té $W_0 = 2{,}29$ eV com a valor de treball d'extracció.

***a*)** Determineu la velocitat amb què surten els electrons arrancats de l'elèctrode A quan l'il·luminem amb llum de color violat de 400 nm de longitud d'ona.



***b*)** A continuació canviem l'elèctrode A per un altre que és fet d'un material desconegut. Per tal de determinar de quin material es tracta, l'il·luminem un altre cop amb la mateixa llum d'abans, i determinem que el potencial de frenada dels electrons de l'elèctrode A és $V_f = 0{,}17$ V. Determineu el treball d'extracció del material i indiqueu de quin element és fet a partir de la taula de valors següent:

Element	Ba	Li	Mg	As	Al	Bi	Cr	Ag	Be
W_0(eV)	2,70	2,93	3,66	3,75	4,08	4,34	4,50	4,73	4,98

DADES: Massa de l'electró, $m_{electró} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
Constant de Planck, $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s
Velocitat de la llum, $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m s^{-1}
1 eV = $1{,}60 \times 10^{-19}$ J

OPCIÓ B

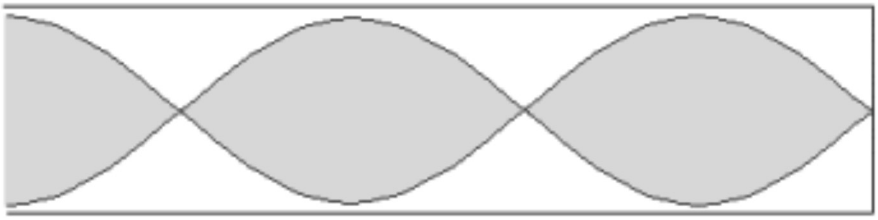
P3) El iode pot ser un radiofàrmac. L'isòtop $^{123}_{53}I$ és una font de raigs gamma. S'injecta al pacient per poder obtenir imatges gammagràfiques. Aquest radioisòtop té un període de semidesintegració de 13,2 h.

***a*)** Quina fracció de $^{123}_{53}I$ resta al cos 24,0 hores després d'injectar el fàrmac?

***b*)** En un altre procés, el $^{123}_{53}I$ també pot produir $^{131}_{54}Xe$. Escriviu l'esquema del procés nuclear. Quina partícula s'emet?

Exemple de gammagrafia

P4) El clarinet és un instrument de fusta en forma de tub en el qual es generen ones estacionàries. L'instrument es pot assimilar a un tub ple d'aire obert per un extrem i tancat per l'altre. La figura mostra el mode tercer harmònic, on l'aire vibra amb una freqüència de 637 Hz.



a) Quina és la llargària del clarinet?

b) Si la nota es toca amb una intensitat d'$1{,}00 \times 10^{-5}$ W m^{-2} i produeix una intensitat sonora determinada a dos metres de distància, en quants decibels augmenta el nivell de sensació sonora a la mateixa distància si la intensitat es duplica?

DADA: $v_{so} = 340$ m s^{-1}

P5) Quatre càrregues elèctriques positives, d'$1{,}00 \times 10^{-5}$ C cadascuna, es troben als vèrtexs respectius d'un quadrat de $\sqrt{2}$ m de costat. Calculeu:

a) L'energia necessària per a la formació del sistema de càrregues.

b) El valor de la càrrega elèctrica negativa que hem de situar al centre del quadrat perquè la força electrostàtica sobre cadascuna de les càrregues sigui nul·la.

DADA: $k = 9{,}00 \times 10^{9}$ N m^2 C^{-2}

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Física curs 2012-2013

Sèrie 1

P1)

a)

$$G\frac{M_L}{(R_L+h)^2} = (R_L+h)\,\omega^2 \ \boxed{\mathbf{0.4}} \ \Rightarrow M_L = \frac{(R_L+h)^3}{G}\,\omega^2 \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$M_L = \frac{\left(1.74\times10^6+10^5\right)^3}{6,67\times10^{-11}}\left(\frac{2\pi}{1,18\times10^2\cdot 60}\right)^2 = 7,36\times10^{22}\ \text{kg}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$g_L = G\frac{M_L}{R_L^2} = 1,62\ \text{m/s}^2\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

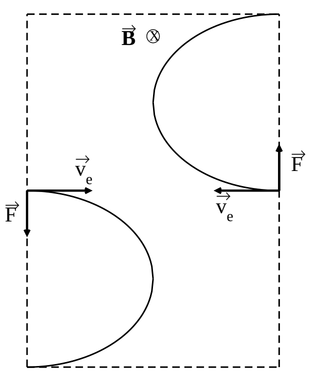
b)

$$E_{mec\grave{a}nica\,superf\acute{i}cie\,Lluna} = -G\,\frac{M_L\,m}{R_L} + \frac{1}{2}m\,v^2\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

Un objecte es podrà escapar de la superfície de la Lluna si la seva energia mecànica és zero $\boxed{\mathbf{0.25}}$ $\Rightarrow$

$$-G\,\frac{M_L\,\cancel{m}}{R_L} + \frac{1}{2}\,\cancel{m}\,v^2 = 0 \ \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2G\,M_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2\times6.67\times10^{-11}\ 7,36\times10^{22}}{1,74\times10^6}} = 2,38\times10^3\ \text{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.25}}$$

P2)

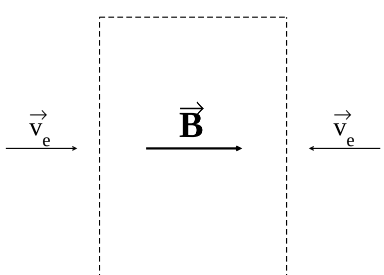


a) $\boxed{\mathbf{0.2}} + \boxed{\mathbf{0.2}}$

Els dos electrons segueixen una trajectòria circular, ja que la força que hi actua és perpendicular a la seva velocitat, $\boxed{\mathbf{0.2}}$ els dos electrons gira'n en sentit horari $\boxed{\mathbf{0.1}}$

$$q\ v\ B = m\ \frac{v^2}{R}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Els electrons descriuen circumferències del mateix radi, ja que les forçes tenen el mateix mòdul i els dos electrons tenen la mateixa massa i porten la mateixa velocitat. $\boxed{\mathbf{0.1}}$

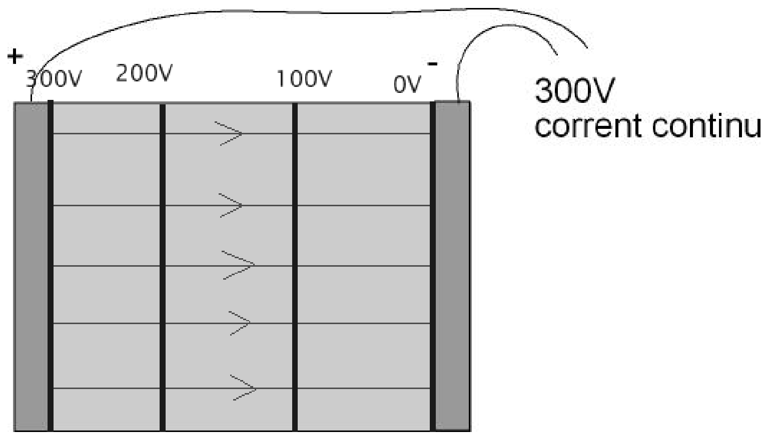


b) $\boxed{\mathbf{0.4}}$

(el camp magnètic també pot anar en sentit contrari). $\vec{B}$ ha de ser paral·lel a la velocitat dels electrons $\boxed{\mathbf{0.4}}$, ja que la força serà: $|\vec{F}| = qvB\sin(\phi)$ com que $\phi = 0 \rightarrow \vec{F} = 0$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Opció A
P3)

a) És important que les línies de camp indiquin el sentit $\boxed{\textbf{0.2}}$ i que les superfícies equipotencials indiquin els valors dels seus potencials. [**0.2**] No és necessari que el 0 correspongui a l'elèctrode negatiu.



$\boxed{\textbf{0.2}}$

El valor del camp serà:

$$E = \frac{\Delta V}{x} = \frac{300V}{0,2m} = 1,50 \times 10^3 \text{V/m } \acute{o}\ 1,50 \times 10^3 \text{N/C} \boxed{\textbf{0.2}}$$

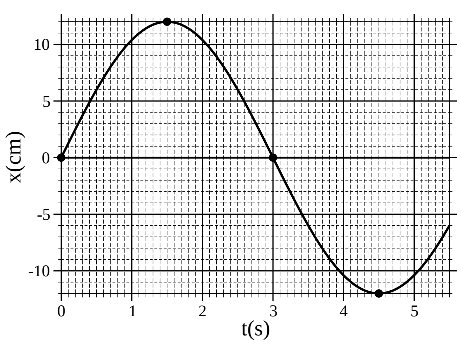
Les partícules negatives dipositades es mouran cap al pol positiu i les positives cap al pol negatiu. $\boxed{\textbf{0.2}}$

b) La força elèctrica ha de ser: $\vec{F} = q\,\vec{E} = -1,6 \times 10^{-19} C\ 1500 N/C\,\vec{i} = -2,40 \times 10^{-16} N\,\vec{i}$ o bé $2,40 \times 10^{-16} N\,\vec{i}$ si el signe de la càrrega és positiu. $\boxed{\textbf{0.5}}$

Com que es mou amb un moviment rectilini i uniforme $\Rightarrow \Sigma\vec{F} = 0$, per tant la força de fricció ha de ser igual i de sentit contrari a la força elèctrica, o sigui el seu modul val: $2,40 \times 10^{-16} N$ $\boxed{\textbf{0.5}}$.

P4)

a) A partir de la gràfica:



es pot concloure que:

1- L'amplitud és: $A = 12$ cm $\boxed{\textbf{0.2}}$

2- El període és: $T = 2 \times 3 = 6,0$ s $\boxed{\textbf{0.2}}$
i la freqüència angular és: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} = 1.0$ rad/s $\boxed{\textbf{0.2}}$

3- La fase inicial és:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi_0) \Rightarrow 0 = 12\sin(\phi_0) \Rightarrow \sin(\phi_0) = 0.0 \Rightarrow \phi_0 = 0.0 \boxed{\textbf{0.4}}$$

(en el cas que facin servir la funció cosinus, la fase inicial ha de ser: $\frac{\pi}{2}$)

b) L'equació del moviment serà:

$$x(t) \;=\; 12 \,\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)\;\text{cm}\,\boxed{\mathbf{0.4}}\;(\text{ó } x(t) \;=\; 12\;\cos(\frac{\pi}{3}t \;+\; \frac{\pi}{2}))$$

La constant de la molla ve donada per l'expressió:

$$K \;=\; m\,\omega^2 \;=\; 0.25 \times \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \;=\; 2,7 \cdot 10^{-1}\,\text{N/m}\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

L'energia mecànica del cos és:

$$E \;=\; \frac{1}{2}\,K\,A^2 \;=\; 1.9 \times 10^{-3}\;\text{J}\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

P5)

a) A partir de $\lambda = 400\,\text{nm}$ obtenim la freqüència dels fotons incidents

$$\lambda = \frac{c}{f}\ \boxed{\textbf{0.1}} \quad \to \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot 10^{8}}{4\cdot 10^{-7}} = 7.50\cdot 10^{14}\,\text{Hz}\,\boxed{\textbf{0.2}}$$

i la seva energia

$$h\,f\ \boxed{\textbf{0.1}} = (6.63\cdot 10^{-34})(7.5\cdot 10^{14}) \equiv 4.97\cdot 10^{-19}\,\text{J}\,\boxed{\textbf{0.2}}.$$

El treball d'extracció del Potassi és

$$2.29\,\text{eV}\,\frac{1.60\cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\,\text{eV}} = 3.66\cdot 10^{-19}\,\text{J}\ .$$

i la energia cinètica amb la que surten els electrons arrancats de l'elèctrode A és per tant

$$E_c^A = h\,f - W_0 = 4.97\cdot 10^{-19} - 3.66\cdot 10^{-19} = 1.31\cdot 10^{-19}\,\text{J}\,\boxed{\textbf{0.2}}.$$

Finalment, com que $E_c = mv^2/2$, obtenim

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\,(1.31\cdot 10^{-19})}{9.11\cdot 10^{-31}}} = 5.36\cdot 10^{5}\,\text{m/s}\,\boxed{\textbf{0.2}}.$$

b) El potencial de frenada és el valor mínim de tensió que fa que els electrons que surten d'un dels elèctrodes no arribin a l'altre. Per tal d'aconseguir això, l'elèctrode B ha d'estar a un potencial menor que l'elèctrode A. Així doncs, quan incideixen fotons de freqüència f sobre A, s'arranquen electrons amb energia cinètica E_c^A d'acord a l'expressió

$$h\,f = W_0 + E_c^A\ ,\ \boxed{\textbf{0.2}}$$

mentre que l'equació del balanç d'energia dels electrons que surten de A i van a B ens diu que

$$E_c^A + E_p^A = E_c^B + E_p^B\,\boxed{\textbf{0.2}}$$

sent E_c i E_p les energies cinètica i potencial elèctrica, respectivament. En el nostre cas haurà de ser $E_c^B = 0$ i per tant

$$E_c^A = E_p^B - E_p^A = q(V_B - V_A) \equiv -q\,V_f\,\boxed{\textbf{0.1}}$$

on, al ser $q < 0$, veiem que $V_A > V_B$ com era d'esperar. A l'anterior expressió, V_f és el valor del potencial de frenada. Juntant les expressions anteriors trobem

$$h\,f - W_0 = -q\,V_f\,\boxed{\textbf{0.1}}$$

i per tant

$$W_0 = h\,f + q\,V_f\ .$$

A partir dels resultat d'abans per a la llum de longitud d'ona $\lambda = 400\,\text{nm}$ obtinguts abans

$$h\,f = 4.97\cdot 10^{-19}\text{J}\,\frac{1\,\text{eV}}{1.60\cdot 10^{-19}\,\text{J}} = 3.11\,\text{eV}\ .$$

obtenim

$$W_0 = h\,f + q\,V_f = 3.11 - 0.17 = 2.94\ \text{eV}\,\boxed{\textbf{0.2}}$$

de forma que el material desconegut és Liti. $\boxed{\textbf{0.2}}$

Opció B

P3)

a)

$$N(t) \;=\; N_0 \; \mathrm{e}^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} \; \boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$N(t = 24\mathrm{h}) \;=\; N_0 \; \mathrm{e}^{-\frac{24\mathrm{h} \ln 2}{13.2\mathrm{h}}} \; \boxed{\mathbf{0.2}}$$

La fracció restant serà:

$$\frac{N(t = 24\mathrm{h})}{N_0} \;=\; \mathrm{e}^{-\frac{24\mathrm{h} \ln 2}{13.2\mathrm{h}}} \;=\; 0.28 \text{ ó } 28\% \; \boxed{\mathbf{0.4}}$$

b) La reacció serà la següent:

$$^{131}_{53}\mathbf{I} \;\rightarrow\; ^{\;\;0}_{-1}\beta \;+\; ^{131}_{54}\mathbf{Xe} \; \boxed{\mathbf{0.5}}$$

Veiem que es tracta d'una partícula β (o electró) $\boxed{\mathbf{0.5}}$

P4)

a) De l'esquema veiem que la llargada del clarinet (L) és:

$$L \;=\; \lambda_3 \;+\; \frac{\lambda_3}{4} \;=\; \frac{5\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 \;=\; \frac{4L}{5} \; \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Per altre banda:

$$v_{so} \;=\; \lambda_3 \; \nu_3 \;=\; \boxed{\mathbf{0.2}} \; \frac{4L}{5} \; \nu_3$$

Per tan:

$$L \;=\; \frac{5 v_{so}}{4\nu_3} \;=\; \frac{5 \;.\; 340}{4 \;.\; 637} \;=\; 6,67 \cdot 10^{-1} \text{ m} \; \boxed{\mathbf{0.4}}$$

b) Si la intensitat del so augmenta el doble: $I_1 \;\rightarrow 2\; I_1$ Nivell de sensació sonor inicial:

$$\beta_1 \;=\; 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \; dB \; \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Nou nivell de sensació sonor, al augmentar la intensitat en un factor 2:

$$\beta_2 \;=\; 10 \log \left(\frac{2I_1}{I_0} \right) \;=\; 10 \log 2 \;+\; 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \;= 10 \log 2 + \beta_1 \; \boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$\Delta\beta \;= \beta_2 \;-\; \beta_1 \;=\; 10 \log 2 = \; 3.01 \; dB$$

Per tan el nivell de sensació sonor augmenta en $3,01 \; dB$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P5)

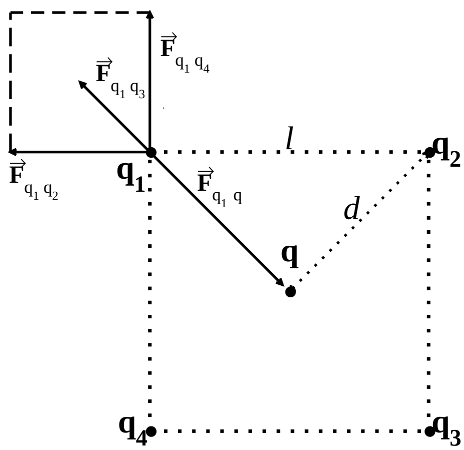
a) L'energia de formació del sistema de càrregues la podem obtenir a partir de l'energia potencial de les diferents parelles presents. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$E_{formació} = K\left\{\frac{q_1\ q_2}{r_{12}} + \frac{q_1\ q_3}{r_{13}} + \frac{q_1\ q_4}{r_{14}} + \frac{q_2\ q_3}{r_{23}} + \frac{q_2\ q_4}{r_{2_4}} + \frac{q_3\ q_4}{r_{34}}\right\} \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Per altre banda: $r_{12} = r_{14} = r_{23} = r_{34} = \sqrt{2}$ m i $r_{13} = r_{24} = 2$ m; per tan:

$$E_{formació} = 9\times10^9\cdot10^{-10}\left\{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right\} = 0.9\left\{\frac{4}{\sqrt{2}} + 1\right\} = 3,45\ \text{J}\ \boxed{\mathbf{0.4}}$$

b) Les quatre càrregues son iguals, per tant si trobem la càrrega que compensi la força d'una de les càrregues, per raons de simetria, quedaran compensades totes les forces del reste de càrregues. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ Ho farem per la càrrega q_1:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

A partir del gràfic veiem que, $l = \sqrt{2}$ m i $d = 1$ m i que:

$$\vec{F}_{q_1q_2} + \vec{F}_{q_1q_3} + \vec{F}_{q_1q_4} = \vec{F}_{q_1q}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Igualem les diferents components dels vectors i tindrem:

$$|\vec{F}_{q_1q_4}| + |\vec{F}_{q_1q_3}|\ \cos(45^o) = |\vec{F}_{q_1q}|\ \cos(45^o) \text{ o també } |\vec{F}_{q_1q_2}| + |\vec{F}_{q_1q_3}|\ \sin(45^o) = |\vec{F}_{q_1q}|\ \sin(45^o)\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

per tan:

$$K\frac{10^{-10}}{2} + K\frac{10^{-10}}{4}\ \frac{1}{\sqrt{2}} = K\frac{|q|\cdot10^{-5}}{1}\ \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$|q| = 10^{-5}\ \sqrt{2}\ \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{4\sqrt{2}}\right\} = 9.57\times10^{-6}\ \text{C} = 9.57\mu C\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Física

Sèrie 3

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) El *Meteosat* és un satèl·lit meteorològic llançat per l'Agència Espacial Europea (ESA) que proporciona informació meteorològica d'Àfrica i Europa. Com que l'objectiu del *Meteosat* és oferir imatges d'una mateixa zona del planeta, el satèl·lit segueix una òrbita geostacionària: gira en el pla equatorial a la mateixa velocitat angular que la Terra.

***a*)** A quina distància de la superfície terrestre es troba el *Meteosat*?

***b*)** Quina és l'energia cinètica del *Meteosat*? Quina energia mínima caldria proporcionar-li perquè s'allunyés indefinidament de la Terra?

DADES: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}$
$R_{\mathrm{Terra}} = 6\,370\ \mathrm{km}$
$M_{\mathrm{Terra}} = 5{,}97 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$
$m_{Meteosat} = 2{,}00 \times 10^{3}\ \mathrm{kg}$

P2) Una càrrega puntual $Q_1 = +1{,}00 \times 10^{-8}$ C està situada a l'origen de coordenades. Una altra càrrega puntual $Q_2 = -2{,}00 \times 10^{-8}$ C està situada en el semieix Y positiu, a 3,00 m de l'origen. Calculeu:

***a*)** El camp i el potencial electrostàtic en un punt A situat en el semieix X positiu, a 4,00 m de l'origen. Dibuixeu un esquema de tots els camps elèctrics que intervenen en el problema.

***b*)** El treball fet pel camp elèctric en traslladar una càrrega puntual d'1,00 C des del punt A a un punt B de coordenades (4,00 , 3,00) m.

DADA: $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 8{,}99 \times 10^{9}\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}$

OPCIÓ A

P3) A l'espectroscòpia de fotoemissió ultraviolada (UV), il·luminem les mostres amb un feix de radiació UV i analitzem l'energia dels electrons emesos.

a) Hem il·luminat una mostra amb radiació de longitud d'ona $\lambda = 23{,}7$ nm i els fotoelectrons analitzats tenen una energia cinètica màxima de 47,7 eV. Calculeu la funció de treball del material analitzat en J i en eV.

b) Determineu el llindar de longitud d'ona per a aquest material. Com canviaria aquest llindar de longitud d'ona si es dupliqués la potència del feix de radiació UV?

DADES: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s
$1 \text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J
$c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m s^{-1}

P4) Trobem una aplicació de la inducció electromagnètica en els aparells de soldadura elèctrica. En un d'aquests aparells desmuntat veiem dues bobines com les d'un transformador.

La bobina primària té 1 000 espires i la secundària en té 20. En la bobina secundària, feta d'un fil molt més gruixut, és on va connectat l'elèctrode per a fer la soldadura.

Sabem, per les especificacions tècniques impreses en la màquina, que pel circuit secundari circula una intensitat de corrent de 100 A. Determineu:

a) La tensió del circuit secundari quan es connecta la màquina, és a dir, quan es connecta el circuit primari a una tensió alterna de 220 V.

b) La intensitat que circula pel circuit primari i la potència consumida per la màquina.

NOTA: Negligiu qualsevol tipus de dissipació d'energia.

P5) D'una manera molt simplificada, podem dir que la trompeta és un instrument musical de vent en què les diferents notes són produïdes aplicant aire per un extrem (que es considera tancat a causa de la presència dels llavis del músic) i que s'emeten per l'altre, considerat obert.

Les notes produïdes corresponen a determinats harmònics associats a les ones estacionàries que s'originen a l'instrument. La trompeta consta també de tres pistons que, quan es premen, augmenten de manera efectiva la longitud i canvien les notes emeses.

a) Si la longitud total del tub que representa la trompeta és $l_0 = 0{,}975$ m, indiqueu quina és la longitud d'ona i la freqüència dels tres primers modes de vibració estacionaris que es poden generar a la trompeta.

b) Quan el músic fa sonar l'instrument mentre prem el segon pistó, produeix la nota *si* de la tercera octava, de freqüència $f = 247$ Hz. Sabent que aquesta nota correspon al segon mode de vibració permès a la cavitat de l'instrument, quina és ara la longitud efectiva de la cavitat? Quin és el recorregut extra Δl que fa l'aire dins de la trompeta quan es prem aquest pistó?

DADA: Velocitat del so en l'aire, 340 m s^{-1}

OPCIÓ B

P3) En un jaciment arqueològic es troben unes restes òssies antigues d'animals. Un gram d'aquestes restes conté $9{,}5 \times 10^8$ àtoms de carboni 14. L'anàlisi d'una mostra actual, de la mateixa massa i de característiques similars, revela que, en el moment de la mort dels animals, els ossos tenien $6{,}9 \times 10^9$ àtoms de C-14/gram.

a) Determineu l'antiguitat de les restes si sabem que el període de semidesintegració del C-14 és de 5 760 anys.

b) Escriviu l'equació nuclear de la desintegració (amb emissió de β^-) del C-14 i incloeu-hi els antineutrins. Calculeu el defecte de massa per nucleó de C-14.

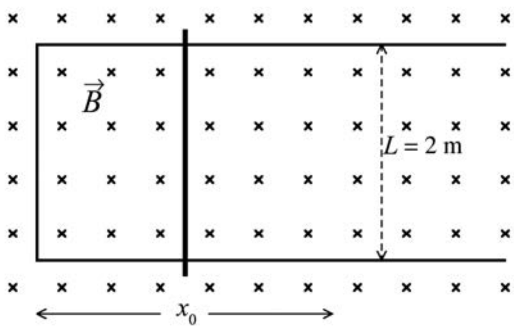
DADES: $c = 3{,}00 \times 10^8$ m s^{-1}
Nombres atòmics: Be, 4; B, 5; C, 6; N, 7; O, 8; F, 9

Masses:

Partícula	*Massa (kg)*	*Partícula*	*Massa (kg)*
protó	$1{,}672\,6 \times 10^{-27}$	electró	$9{,}109\,3 \times 10^{-31}$
neutró	$1{,}674\,9 \times 10^{-27}$	àtom de C-14	$2{,}325\,3 \times 10^{-26}$

P4) Sobre una forca conductora com la de la figura adjunta, llisca una barra metàl·lica amb un moviment vibratori harmònic simple al voltant de la posició d'equilibri $x_0 = 1$ m, segons l'equació de moviment següent (totes les magnituds estan expressades en el sistema internacional, SI):

$$x(t) = x_0 - 0{,}3 \sin(32t)$$



Tot el conjunt es troba dins un camp magnètic uniforme, perpendicular al pla de la forca i en el sentit d'entrada al pla del paper, de mòdul $B = 0{,}5$ T.

a) Quin valor té el flux de camp magnètic a través de la superfície compresa entre la barra metàl·lica i la part tancada de la forca en l'instant $t = 0$? Quina és l'expressió d'aquest flux en funció del temps?

b) Determineu la força electromotriu del corrent induït en funció del temps. Obteniu-ne el valor màxim.

P5) El timbre que sona en una escola a l'hora del pati perquè els alumnes tornin a classe és molt fort. Per tal de saber fins on el sentiran, en cas de no haver-hi edificis ni cap mena de pèrdua d'energia, mesurem amb el telèfon intel·ligent (*smartphone*) el nivell d'intensitat sonora a 7,0 m de distància del timbre i obtenim un valor de 50 dB. Calculeu:

***a*)** La intensitat del so en el lloc on fem la mesura.

***b*)** La potència del timbre. A partir de quina distància del timbre els alumnes deixaran de sentir el so?

DADA: Les persones no poden percebre els sons que tenen una intensitat inferior a $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}\ \mathrm{W\,m^{-2}}$. Suposeu que el timbre és un emissor de so puntual que emet en totes les direccions.

SÈRIE 3

P1)

a)

$$m\omega^2(R_T+d) = \frac{GM_Tm}{(R_T+d)^2}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow (R_T+d)^3 = \frac{GM_TT^2}{4\pi^2} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{GM_TT^2}{4\pi^2}} - R_T\ \boxed{\mathbf{0.6}} = 3,59\cdot 10^4 km\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Si deixen de restar el radi de la Terra se'ls resta **0.2** punts

b)

$$E_c = \frac{1}{2}m\omega^2(R_T+d)^2 = \frac{1}{2}\frac{GM_Tm}{R_T+d} = 9,42\cdot 10^9\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

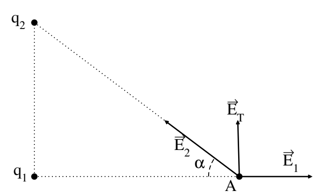
Per tal que el satèl · lit s'allunyi de l'atracció de la Terra, la seva energia mecànica ha de ser 0 $\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$

$$E_m = E_c + E_p = -\frac{1}{2}\frac{GM_Tm}{R_T+d} = -E_c\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant caldrà subministrar-li una energia igual a $E_c = 9,42\cdot 10^9\mathrm{J}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P2)

a)

Esquema dels camps elèctrics: 

$\boxed{\mathbf{0.1}}$

$$d(q_1,A) = 4\,\mathrm{m},\quad d(q_2,A) = \sqrt{3^2+4^4} = 5\,\mathrm{m}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{5},\quad \sin(\alpha) = \frac{3}{5}$$

Calculem el camp elèctric:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1|}{d(q_1,A)^2}\vec{i}\ \boxed{0.1} = 5,62\,\vec{i}\,\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_2|}{d(q_2,A)^2} = 7.19\,\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$\vec{E}_2 = |\vec{E}_2|(-\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j})\ \boxed{0.1} = 7,19\,(-\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}) = (-5.75\vec{i} + 4,31\vec{j})\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$\vec{E}_T = (-0,14\vec{i} + 4,31\vec{j})\,\mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Ara calculem el potencial elèctric:

$$V_A = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{q_1}{d(q_1,A)} + \frac{q_2}{d(q_2,A)}\right\}\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 8,99\cdot 10^9\left\{\frac{1\cdot 10^{-8}}{4} + \frac{-2\cdot 10^{-8}}{5}\right\} = -13,5\,\mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

b) Calculem el potencial en el punt B:

$$d(q_1,B) = \sqrt{3^2+4^4} = 5\,\mathrm{m},\quad d(q_2,B) = 4\,\mathrm{m}$$

$$V_B = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{q_1}{d(q_1,B)} + \frac{q_2}{d(q_2,B)}\right\}\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 8,99\cdot 10^9\left\{\frac{1\cdot 10^{-8}}{5} + \frac{-2\cdot 10^{-8}}{4}\right\} = -27\,\mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

El treball fet pel camp serà:

$$W = -(V_B - V_A)q\ \boxed{\mathbf{0.5}} = -(-27+13,5)1 = 13,5\,\mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Opció A

P3)

a) En el balanç energètic de l'efecte fotoelèctric tenim:

$$h\frac{c}{\lambda} - W = E_C \boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow$$

$$W = h\frac{c}{\lambda} - E_c = 6,63\cdot 10^{-34}\frac{3\cdot 10^8}{23,7\cdot 10^{-9}} - 47,7\frac{1,6\cdot 10^{-19}}{1\text{eV}} = 7,60\cdot 10^{-19}\,\text{J}\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,75\,\text{eV}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) La longitud d'ona llindar la obtindrem fent que l'energia cinètica dels electrons emesos sigui zero. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\lambda_L = h\frac{c}{W} = 2,62\cdot 10^{-7}\,\text{m}\boxed{\mathbf{0.5}}$$

La longitud d'ona llindar no depèn de la potencia de la radiació incident, per tant si dupliquem aquesta potència la longitud d'ona llindar no variarà $\boxed{\mathbf{0.3}}$

P4)

a) Si analitzem la tensió de les bobines del primari i del secundari tindrem:

$$\left.\begin{array}{ll} V_p & = N_p\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \\ V_s & = N_s\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\end{array}\right\}\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}\boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow$$

$$V_s = 4,4\,\text{V}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) La relació de potències la podem escriure com:

$$P = P_p = I_p\,V_p = I_s\,V_s\boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow$$

$$I_p = I_s\frac{V_s}{V_p} = 2\text{A}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

$$P = I_p\,V_p = 2\text{A}\times 220\,\text{V} = 440\,\text{W}\boxed{\mathbf{0.3}}$$

P5)

a) Com que la trompeta conté un extrem tancat i un altre obert, la condició per les possibles ones estacionàries dins de la seva cavitat és

$$l_0 = \frac{\lambda_n}{4} + \frac{\lambda_n}{2} n = \frac{\lambda_n}{4}(2n+1) \;\; n = 0, 1, 2, 3, \ldots \; \boxed{\mathbf{0.2}}$$

D'aquesta relació obtenim que les possibles ones estacionaries a la trompeta tenen longituds d'ona

$$\lambda_n = \frac{4l_0}{2n+1} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Tanmateix, essent $\lambda = v/f$ on v és la velocitat del so al medi i f la freqüència de l'ona, resulta

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l_0}(2n+1) \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Això doncs, amb n=0, 1 i 2 obtenim els valors

$$\left.\begin{array}{c} n=0 \\ \lambda_0 = \frac{4\times 0{,}975}{1} = 3,90\,\mathrm{m} \\ f_0 = \frac{340}{4\times 0{,}975} = 87.2\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}} \quad \left.\begin{array}{c} n=1 \\ \lambda_1 = \frac{4\times 0{,}975}{3} = 1,30\,\mathrm{m} \\ f_1 = \frac{340}{4\times 0{,}975}3 = 262\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}} \quad \left.\begin{array}{c} n=2 \\ \lambda_2 = \frac{4\times 0{,}975}{5} = 0,78\,\mathrm{m} \\ f_2 = \frac{340}{4\times 0{,}975}5 = 436\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}}$$

b) L'ona ressonant dins de la cavitat de la trompeta correspon al segon mode de vibració, es a dir, al mode $n = 1$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ de les expressions anteriors. Això doncs hauria de ser $l = 3\lambda/4$. Com que $\lambda = v/f$, resulta

$$l = \frac{3}{4}\lambda = \frac{3}{4}\left(\frac{v}{f}\right) = \frac{3 \times 340}{4 \times 247} = 1,03\,\mathrm{m}\,. \boxed{\mathbf{0.4}}$$

La variació en la longitud de la cavitat recorreguda per l'aire quan es prem el segon pistó és, per tant,

$$l_1 = l - l_0 = 1,03 - 0,975 = 5,5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Opció B

P3)

a)

$$N(t) = N_0\, e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} = \boxed{\mathbf{0.4}} \Rightarrow t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N(t)}{N_0} \boxed{\mathbf{0.4}} = -\frac{5760}{\ln 2} \ln \frac{9,5 \cdot 10^8}{6,9 \cdot 10^9} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ anys} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$^{14}_{6}C \to \beta^- + ^{14}_{a}X + ^{0}_{0}\overline{\nu} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow a = 7 \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Per tant $^{14}_{a}X = ^{14}_{7}N$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Si es deixen l'antineutrí i/o el col·loquen malament, descomptarem **0.1** punts.

$$|\Delta m| = |m(^{14}_{6}C) - 8\, m(^{1}_{0}n) - 6\, m(^{1}_{1}p) - 6\, m(e^-)| \boxed{\mathbf{0.2}} = 1.873 \cdot 10^{-28}\, \text{kg} \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow$$

$$\text{Defecte de massa del } ^{14}_{6}\text{C} = \frac{|\Delta m|}{14} = 1.338 \cdot 10^{-29}\, \text{kg} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

P4)

a) Al ser el camp magnètic perpendicular al pla de la forca tindrem:

$$\Phi(t=0) = B\, \grave{A}rea(t=0) = B\, x_0\, L \boxed{\mathbf{0.3}} = 0,5\,\text{T} \times 1\text{m} \times 2\text{m} = 1\text{Wb} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\grave{A}rea(t) = L\, x(t) = L\,(x_0 - 0,3 \sin(32\, t)) \Rightarrow \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\Phi(t) = B\, L\,(x_0 - 0.3 \sin(32\, t)) = 0,5 \times 2 \times (1 - 0,3 \sin(32\, t))\, \text{Wb} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

b)

$$\varepsilon = |\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}| \boxed{\mathbf{0.2}} = 0,5 \times 2 \times 0,3 \times 32 \cos(32\, t) = 9,6 \cos(32t)\, \text{V} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

El seu valor màxim serà:

$$\varepsilon_{m\grave{a}xim} = 9,6\, \text{V} \boxed{\mathbf{0.5}}$$

P5)

a) El nivell d'intensitat β mesurat en dB es defineix com:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^5 \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow I = 10^{-7}\, \text{W/m}^2 \boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) La intensitat en funció de la potència ve donada per l'expressió:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow P = 10^{-7}\, 4\pi\, 7^2 = 6,2 \cdot 10^{-5}\text{W} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Deixàrem de percebre el so quan la seva intensitat sigui igual a la del llindar:

$$I = I_0 \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \frac{6,2 \cdot 10^{-5}}{4\pi r^2} = 10^{-12} \Rightarrow r = 2,2 \cdot 10^3\text{m}$$

Per tant deixarem de percebre el so a partir d'una distància de $2,2 \cdot 10^3$ m $\boxed{\mathbf{0.2}}$

SÈRIE 4

P1)

a) La força gravitatòria és conservativa, per tant l'energia total d'un cos es conserva al llarg de la seva trajectòria: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_0^2 - G\,\frac{\cancel{m}M_L}{h_0+R_L} = \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_1^2 - G\,\frac{\cancel{m}M_l}{R_L}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \frac{1}{2}\,v_1^2 = \frac{1}{2}\,v_0^2 + G\,M_L\left\{\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L+h_0}\right\} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2GM_L\,\frac{h_0}{R_L(R_L+h_0)}}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,71\cdot 10^3\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) L'energia mecànica del meteorit serà:

$$E_m = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 - G\,\frac{mM_L}{R_L+h_0}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 3.31\cdot 10^9\,\mathrm{J}\,\boxed{0.2}$$

Per un cos de la mateixa massa, però en òrbita a la mateixa distància, l'energia mecànica és:

$$E_o = -\,\frac{1}{2}\,G\,\frac{mM_L}{R_L+h_0}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = -8,35\cdot 10^7\,\mathrm{J}\,\boxed{0.2}$$

Com es pot comprovar: $E_m > E_o$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P2)

a) El treball fet per la força provinent del camp elèctric serà igual a la variació de l'energia cinètica dels ions de Xe^+ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ $\Rightarrow$

$$F\,d = E\,q\,d = \frac{1}{2}\,m\,v^2\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$F = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{d} = m\,a \Rightarrow a = \frac{1}{2}\,\frac{v^2}{d} = 4,5\cdot 10^{11}\,\mathrm{m/s^2}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$E = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{qd}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = \frac{1}{2}\,132\,\mathrm{u}\times\frac{1,66\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}{1u}\times\frac{(3\cdot 10^5)^2\,\mathrm{m^2/s^2}}{1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\times 0,1\,\mathrm{m}} = 6,16\cdot 10^5\,\mathrm{N/C}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

Al ser un camp elèctric constant tindrem:

$$E = -\,\frac{\Delta V}{\Delta x}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \Delta V = -\,\Delta x\,E = -\,\frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{q}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow V_+ - V_- = \frac{1}{2}\,\frac{mv^2}{q} = 6,16\cdot 10^4\,\mathrm{V}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Si la velocitat de sortida dels ions és la mateixa encara que la separació entre plaques sigui més petita, de la última expressió veiem que la diferència de potencial entre les plaques és independent de la seva separació, per tant la diferència de potencial serà la mateixa tant si $d = 10\,\mathrm{cm}$ com si és $d = 6\,\mathrm{cm}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Opció A
P3)

a) Podem plantejar l'equació de la desintegració del poloni-210 com:

$$ {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{x}_{82}\mathrm{Pb}\ \boxed{\mathbf{0.5}} \Rightarrow $$

$$ x + 4 = 210\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow x = 206\ \boxed{0.2} $$

b)

$$ m = m_0\, \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2\, t}{t_{1/2}}}\ \boxed{0.5} \Rightarrow m = (5\,\mathrm{mg})\, \mathrm{e}^{-\frac{(\ln 2)\, 20\,\mathrm{dies}}{37\,\mathrm{dies}}} = 3,4\,\mathrm{mg}\ \boxed{0.5} $$

P4)

a) L'àrea del circuit tancat que formen la forca i la vareta en funció del temps és:

$$ \text{Àrea} = L\, v\, t\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

El flux del camp magnètic que passa per aquesta àrea serà:

$$ \Phi = B\, L\, v\, t\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

La força electromotriu generada en el circuït serà:

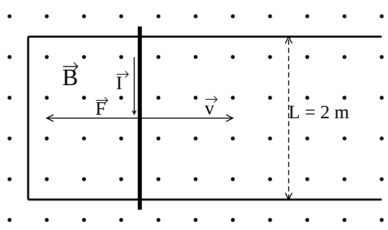
$$ \epsilon = \left| \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \right| = B\, L\, v\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 3\,\mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

El sentit de la circulació del corrent serà el contrari que tindria si el mateix corrent hagués de crear el camp magnètic, per tant serà en sentit horari $\boxed{\mathbf{0.2}}$

b) A partir de la llei de Ohm tindrem:

$$ I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{3\mathrm{V}}{30\Omega} = 0,1\,\mathrm{A}\ \boxed{0.2} $$

La força que fa el camp magnètic sobre la vareta serà:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$ \vec{F} = L\, \vec{I} \wedge \vec{B}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow |\vec{F}| = L\, I\, B = 0.05\,\mathrm{N}\ \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per tant, per tal que la vareta segueixi amb velocitat constant, haurem de fer una força igual i de sentit contrari a la trobada anteriorment. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

P5)

a) Per fer cada punt la màquina de cosir ha de fer una oscil·lació completa, per tant tindrem:

$$\nu = \frac{1800\text{punts}}{60\text{s}} = 30\,\text{Hz}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Dues vegades l'amplitud del moviment serà igual a 20 mm $\Rightarrow$ A = 10 mm = 0,01 m $\boxed{\mathbf{0.3}}$ L'equació del moviment serà:

$$y(t) = A\cos(2\pi\nu t)\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 0.01\cos(1,88\cdot 10^2 t)\,\text{m}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

En el cas de que fessin servir la funció sinus enlloc del cosinus haurien de posar-hi una fase addicional de $\frac{\pi}{2}$

b)

$$v_y(t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t)\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow v_y(\text{màxima}) = 2\pi\nu A = 1,88\,\text{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$a_y(t) = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -4\pi^2\nu^2 A\cos(2\pi\nu t)\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow a_y(\text{màxima}) = 4\pi^2\nu^2 A = 3,55\cdot 10^2\,\text{m/s}^2\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Opció B
P3)

a)

$$E_c = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} - W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \times 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{850 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} - 1,2\,\mathrm{eV}\,\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1\mathrm{eV}} = 4,2 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{J}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

$$\left.\begin{array}{rl} \lambda_e = & \frac{h}{mv} \\ v = & \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_e = \frac{\mathrm{h}}{\sqrt{2mE_c}} = 2,40 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}\,\boxed{\mathbf{0.5}}$$

b)

$$\lambda = \frac{\mathrm{hc}}{E_c + W}\,\boxed{\mathbf{0.4}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s} \times 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{2 \times 4,2 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{J} + 1,2\,\mathrm{eV}\,\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{eV}}}\,\boxed{\mathbf{0.4}} = 7,21 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P4)

a)

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{6} \times 0,5\,(\vec{i} \wedge \vec{j})\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 1,6 \cdot 10^{-13}\,\vec{k}\,\mathrm{N}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant la força va dirigida en sentit vertical $\boxed{\mathbf{0.2}}$

En el cas en que no donin correctament la direcció de la força, restarem **0.2** punts.

b)

Al ser la força perpendicular a la velocitat, el moviment serà el d'un moviment circular uniforme $\boxed{\mathbf{0.2}}$

La força que fa el camp magnètic sobre els protons es la que proporciona l'acceleració centrípeta que farà girar els protons, per trobar el radi de la trajectòria circular tindrem:

$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{r}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow r = \frac{m\,v}{q\,B}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 4,18 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Els protons no impactaran ningú, ja que només d'entrar l'aula fan la trajectòria circular de radi $4.18{\cdot}10^{-2}$ m $\boxed{\mathbf{0.1}}$

P5)

a) La relació entre la longitud d'ona dels harmònics d'una corda i la longitud d'aquesta ve donada per l'expressió:

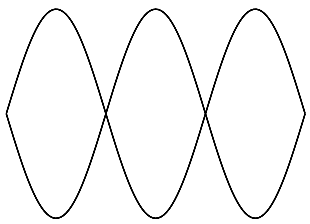
$$n\,\frac{\lambda}{2} \;=\; L\,(n = 1, 2, 3...)\,\boxed{\mathbf{0.2}} \;\Rightarrow$$

El node fonamental el tindrem per $n = 1$, per tant: $\lambda \;=\; 2\,L \;=\; 64\text{cm}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$. Els ventres estaran just al mig i els nodes un a cada extrem $\boxed{\mathbf{0.2}}$

La velocitat de propagació serà:

$$v_p \;=\; \lambda\,\nu\,\boxed{\mathbf{0.2}} \;=\; 0,64\,\text{m}\,196\,\text{Hz} \;=\; 125\text{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

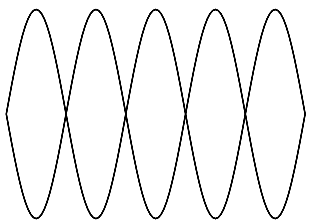
b) Tercer harmònic:



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_3 \;=\; \frac{2}{3}\,L\,\boxed{\mathbf{0.1}} \;=\; 21,3\,\text{cm} \;\Rightarrow\; \nu_3 \;=\; \frac{v_p}{\lambda_3} \;=\; 587\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

Cinqué harmònic:



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_5 \;=\; \frac{2}{5}\,L\,\boxed{\mathbf{0.1}} \;=\; 12,8\,\text{cm} \;\Rightarrow\; \nu_5 \;=\; \frac{v_p}{\lambda_5} \;=\; 977\,\text{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.1}}$$

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Física

Sèrie 5

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les dues opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.
Cada problema val 2 punts.

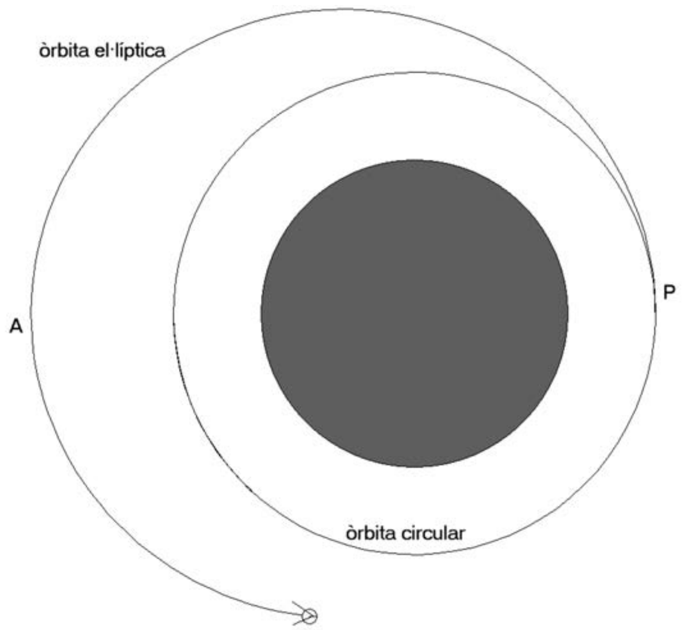
PART COMUNA

P1) Un satèl·lit de 2 000 kg de massa gira en una òrbita circular a una altura de 3 630 km sobre la superfície de la Terra.

a) Calculeu el període d'aquesta òrbita circular i la velocitat del satèl·lit.

En passar pel punt P, el satèl·lit augmenta la velocitat fins a $7{,}00 \times 10^{3}$ m s^{-1} i passa a descriure una òrbita el·líptica amb una altura màxima (apogeu) en el punt A de 9 530 km.

b) Calculeu l'energia cinètica, l'energia potencial gravitatòria i l'energia mecànica total en els punts P i A en la nova òrbita el·líptica.



DADES: $M_{\text{Terra}} = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^{2} kg^{-2}
$R_{\text{Terra}} = 6\,370$ km

P2) L'any 2013 es va celebrar el centenari del model atòmic proposat per Niels Bohr. Segons aquest model, l'àtom de ^{1}H té un protó en el nucli i un electró que descriu una òrbita circular estable al seu voltant. El radi mínim que pot tenir aquesta òrbita, segons el model de Bohr, és de $5{,}29 \times 10^{-11}$ m. Per a aquesta òrbita calculeu:

a) La força elèctrica que actua sobre l'electró i la freqüència de gir que té.

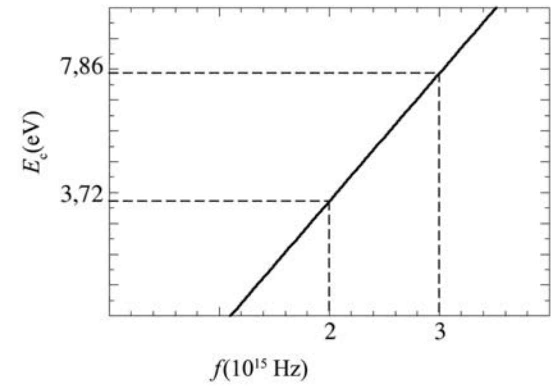
b) L'energia mecànica de l'electró en l'òrbita que descriu al voltant del protó. Considereu negligible l'energia potencial gravitatòria.

Niels Bohr

Dades: $k = 8{,}99 \times 10^{9}\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}$
$Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
$Q_{\text{protó}} = -Q_{\text{electró}}$
$m_{\text{protó}} = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg

OPCIÓ A

P3) Il·luminem una superfície de coure amb llum de diverses freqüències i quan s'alliberen electrons del metall, en mesurem l'energia cinètica. Amb les dades obtingudes de l'experiment dibuixem la gràfica següent:



a) Expliqueu breument què és el *llindar de freqüència* de l'efecte fotoelèctric i calculeu quin valor té en aquest cas.

b) Calculeu el valor de la constant de Planck i la velocitat que assoleixen els electrons emesos quan la longitud d'ona de la llum incident és $1{,}2 \times 10^{-7}$ m.

Dades: $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg
$1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

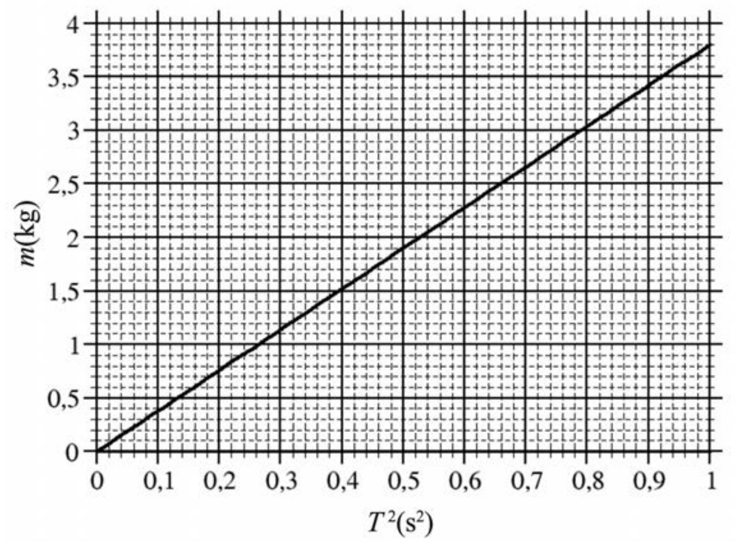
P4) Un fil conductor rectilini de longitud $l = 5$ m i massa $m = 100$ g es troba situat paral·lelament al terra (pla xy), sobre l'eix x, i sota l'acció d'un camp magnètic uniforme.

a) Determineu el mòdul, la direcció i el sentit del camp magnètic que fa que es mantingui suspès en l'aire quan un corrent $I = 0{,}3$ A circula pel fil des de les x negatives cap a les x positives.

b) Si ara enrotllem el fil per a crear una espira circular i la situem de manera que el seu pla sigui paral·lel al pla xy, calculeu la FEM que indueix sobre l'espira un camp magnètic variable $\vec{B} = 0{,}1[\cos(10\pi t)\vec{i} + \cos(10\pi t)\vec{j}]$. Justifiqueu la resposta.

Dada: L'acceleració de la gravetat és $9{,}8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$

P5) Una manera d'obtenir la constant elàstica d'una molla és penjar-hi una massa i mesurar-ne el període de les petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri. En la gràfica següent hi ha representada la relació entre la massa penjada de la molla i el quadrat del període de les oscil·lacions:

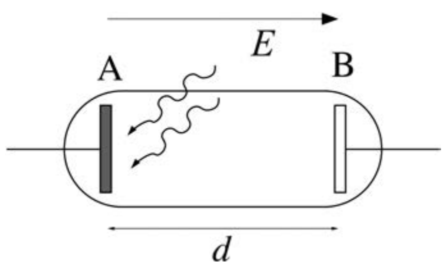


a) A partir de la gràfica, calculeu la constant elàstica de la molla. Si l'amplitud de les oscil·lacions fos de 0,10 m, quina seria l'energia cinètica màxima assolida per la massa en l'oscil·lació?

b) Suposem que la constant elàstica de la molla és de 150 N m^{-1}, hi pengem una massa d'1,5 kg i la fem oscil·lar amb una amplitud de 0,20 m. Quina és l'acceleració màxima que assoleix? Si submergim tot el conjunt en un recipient ple d'aigua de manera que la massa oscil·la fins a aturar-se a causa del fregament, quin és el treball fet per la força de fregament que ha aturat l'oscil·lació?

OPCIÓ B

P3) Un tub de buit com el de la figura adjunta té l'ànode A fet de coure i la distància entre els elèctrodes és $d = 30$ cm. Establim un camp elèctric uniforme de A a B que genera una diferència de potencial de 3 V i il·luminem l'ànode amb radiacions que tenen fotons incidents amb una energia de 10 eV. Observem que al càtode B arriben electrons amb una energia cinètica de 2,3 eV.

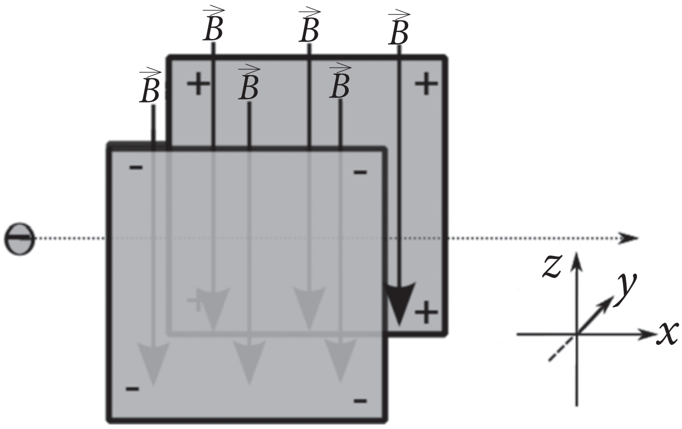


a) Quina és la freqüència i la longitud d'ona de la radiació incident (expressada en nm)? Quin és el valor del camp elèctric *E*?

b) Amb quina energia cinètica surten emesos els electrons arrencats de l'ànode A? Quin és el treball d'extracció del coure en eV?

DADES: $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J s
$Q_{\text{electró}} = -1{,}602 \times 10^{-19}$ C
$c = 3 \times 10^{8}$ m s^{-1}
1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J

P4) Uns electrons que es mouen horitzontalment travessen un selector de velocitats format per un camp magnètic de 0,040 T dirigit cap avall i un camp elèctric de 250 V/m perpendicular al camp magnètic i a la direcció de moviment dels electrons.



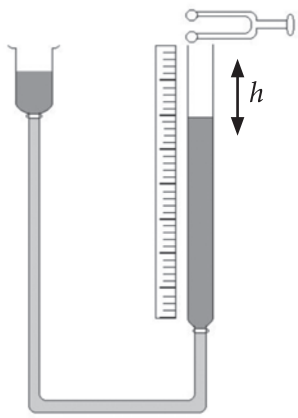
a) Dibuixeu i anomeneu les forces que actuen damunt l'electró quan és dins del selector de velocitats. Calculeu la velocitat dels electrons que travessaran el selector sense desviar-se.

b) Dins del selector un electró té una velocitat $\vec{v} = 1{,}25 \times 10^4 \vec{i}$ m s^{-1} en el moment en què es desactiva el camp elèctric sense modificar el camp magnètic. Indiqueu la freqüència de rotació, el radi, el pla de gir i el sentit de gir del moviment circular uniforme d'aquest electró.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C
$m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg

NOTA: Considereu negligible l'efecte de la força gravitatòria.

P5) Per a mesurar la velocitat del so en l'aire podem fer servir un tub de ressonància. Regulant el nivell de l'aigua, es poden produir situacions de ressonància quan l'ona estacionària té un ventre a l'extrem obert del tub. Quan el diapasó vibra amb una freqüència de 440 Hz, fem baixar el nivell de l'aigua fins que observem la primera situació de ressonància per a $h = 19$ cm, que es reconeix perquè es produeix una intensificació nítida del so, i també observem una segona situació de ressonància per a $h = 57$ cm.



a) Dibuixeu l'esquema de l'ona estacionària per a cadascuna de les situacions de ressonància descrites i determineu la velocitat del so en l'aire.

b) Si el diapasó emet ones sonores amb una potència de 0,01 W, calculeu els decibels que percebrà una persona situada a 3 m.

DADA: Intensitat del llindar d'audició: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}

Institut d'Estudis Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

SÈRIE 5

P1)

a)

$$\frac{mv^2}{R_T+h} = G\frac{M_T m}{(R_T+h)^2}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}} = 6,31\cdot 10^3\ \mathrm{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$v = \omega\,(R_T+h) = \frac{2\pi}{T}\,(R_T+h)\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T+h)}{v}\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 9,96\cdot 10^3\ \mathrm{s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) En el punt P tindrem:

$$\left.\begin{array}{lll} E_c & = \frac{1}{2}mv^2 & = 4,9\cdot 10^{10}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.1}} \\ E_p & = -\frac{GM_T m}{R_T+h_P} & = -7,96\cdot 10^{10}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \end{array}\right\} E_T = E_c + E_p = -3,06\cdot 10^{10}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

En el punt A, degut a que l'energia total es conserva al llarg de la trajectòria, tindrem:

$$\left.\begin{array}{lll} E_T & & = -3,06\cdot 10^{10}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \\ E_p & = -\frac{GM_T m}{R_T+h_A} & = -5,01\cdot 10^{10}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \end{array}\right\} E_c = E_T - E_p = 1,95\cdot 10^{10}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

P2)

a)

$$|\vec{F}_E| = k\frac{q_e^2}{r^2} = 8,99\cdot 10^9\,\frac{(1,6\cdot 10^{-19})^2}{(5,29\cdot 10^{-11})^2} = 8,22\cdot 10^{-8}\ \mathrm{N}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

Al ser un moviment circular uniforme, aquesta força elèctrica es la que proporciona l'acceleració centrípeta:

$$ma_n = m\omega^2 r = m4\pi^2\,\nu^2\,r = F_E \Rightarrow \nu = \sqrt{\frac{F_E}{m4\pi^2 r}} == 6,57\cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

b)

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - k\frac{q_e^2}{r} = \frac{1}{2}k\frac{q_e^2}{r} - k\frac{q_e^2}{r} = -\frac{1}{2}k\frac{q_e^2}{r}\ \boxed{\mathbf{0.5}} = -2,18\cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

Opció A

P3)

a) La freqüència llindar d'un metall és la freqüència mínima que ha de tenir una radiació electromagnètica, per a què els seus fotons puguin arrencar electrons d'aquest metall, per efecte fotoelèctric. $\boxed{\mathbf{0.2}}$

A partir de la gràfica veiem que l'energia cinètica en funció de la freqüència ve donada per la recta:

$$E_c = 3,72 + \frac{7,86 - 3,72}{3-2}\left(\frac{f}{10^{15}} - 2\right) \text{eV} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

A partir de l'expressió anterior obtindrem la freqüència llindar fent que l'energia cinètica sigui zero: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$0 = 3,72 + 4,14\left(\frac{f_{llindar}}{10^{15}} - 2\right) \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow f_{llindar} = \left(-\frac{3.72}{4,14} + 2\right) \cdot 10^{15} = 1,10 \cdot 10^{15}\,\text{Hz} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La constant de Planck la podem trobar a partir del pendent de la recta representada: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$h = \frac{(7,86 - 3,72)\,\text{eV}}{(3-2)\,\text{s}^{-1}} \times \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1\text{eV}} = 6,62 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{hc}{\lambda} - h f_{llindar} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}\left\{\frac{hc}{\lambda} - h f_{llindar}\right\}} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{9,11 \cdot 10^{-31}\text{kg}}\left\{\frac{6,62 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s} \times 3 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}{1,2 \cdot 10^{-7}\,\text{m}} - 4,56\,\text{eV}\frac{1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}}\right\}} = 1,43 \cdot 10^{6}\,\text{m/s} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

P4)

a) Per tal que el fil es trobi suspés a l'aire, cal que hi hagi una força que compensi la força de gravetat. Per tant, el camp magnètic ha de fer una força sobre el fil cap amunt, és a dir, en la direcció positiva de l'eix Z. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ Partint de l'expressió $\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ amb $\vec{F}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ apuntant cap a les z's positives, i el vector $\vec{L}$ cap a les x's positives, el camp $\vec{B}$ necessàriament ha d'apuntar en la direcció positiva de l'eix Y.

Pel que fa al seu mòdul, cal que compensi el de la força de gravetat, i per tant

$$ILB = mg \boxed{\mathbf{0.2}}$$

d'on resulta

$$B = \frac{mg}{IL} = \frac{0,1 \times 9,8}{0,3 \times 5} = 0,65\,\text{T} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) Amb el fil rectilini fem una espira circular que situem al pla XY, i el camp magnètic també es troba situat al pla XY, de forma que el flux del camp és $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 0$, en cada instant, ja que els vectors camp magnètic i superfície de l'espira són perpendiculars. $\boxed{\mathbf{1}}$

P5)

a) El període d'oscil·lació d'una molla ve donat per l'expressió:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow m = \frac{k}{4\pi^2} T^2 \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant si llegim un valor de m i el seu valor corresponent de T^2 sobre la recta, obtindrem el valor de k:

$$k = \frac{4\pi^2 \, 1,9\,\mathrm{kg}}{0,5\,\mathrm{s}^2} = 150\,\mathrm{N/m} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

L'energia total és:

$$E_T = \frac{1}{2} k A^2 \boxed{\mathbf{0.2}} = 0,75\,\mathrm{J}$$

L'energia cinètica màxima l'obtindrem quan la seva energia potencial sigui zero i en aquest cas serà igual a l'energia total: $\Rightarrow$

$$E_{c_{màxima}} = 0,75\,\mathrm{J} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{150}{1,5}} = 10\,\mathrm{rad/s} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$a_{maàxima} = A\,\omega^2 = 20\,\mathrm{m/s^2} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

En aquest cas l'energia total de la oscil·lació és:

$$E_T = \frac{1}{2} k A^2 = 3\,\mathrm{J} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per parar la oscil·lació la força de fregament farà un treball igual a l'energia total de la oscil·lació:

$$W_{fregament} = 3\,\mathrm{J} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Opció B
P3)

a) Calculem la freqüència:

$$f = \frac{E}{h}\boxed{\mathbf{0.2}} = 10\,\mathrm{eV}\,\frac{1.602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{eV}} \times \frac{1}{6,626\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}}\boxed{\mathbf{0.1}} = 2,418\cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}\boxed{\mathbf{0.1}}$$

La longitud d'ona serà:

$$\lambda = \frac{\mathrm{c}}{f}\boxed{\mathbf{0.2}} = 1,241\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}\times\frac{1\mathrm{nm}}{10^{-9}\mathrm{m}} = 124,1\,\mathrm{nm}\boxed{\mathbf{0.1}}$$

Com que el camp elèctric és constant tindrem:

$$E = \frac{\Delta\mathrm{V}}{d}\boxed{\mathbf{0.2}} = 10\,\mathrm{N/C}\boxed{\mathbf{0.1}}$$

b) Per trobar l'energia cinètica amb què surten els electrons des de l'ànode A, farem servir el principi de conservació de l'energia total:

$$E_c^A + E_p^A = E_c^B + E_p^B\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

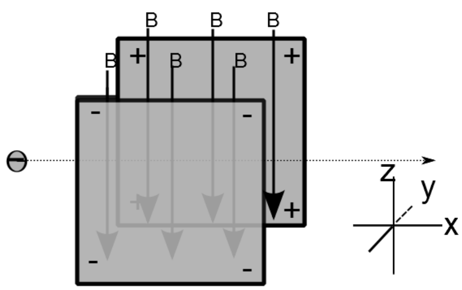
$$E_c^A = E_c^B + E_p^B - E_p^A = E_c^B + q_e(V_B - V_A)\boxed{\mathbf{0.2}} = 2.3\,\mathrm{eV} - 1\mathrm{e}\,(-3\mathrm{V})\boxed{\mathbf{0.2}} = 5,3\,\mathrm{eV}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

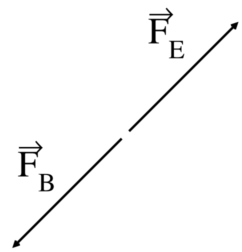
Per trobar el treball d'extracció només caldrà que restem a l'energia dels fotons, la energia cinètica dels electrons emesos:

$$W = hf - E_c = 10 - 5.3 = 4.7\,\mathrm{eV}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P4)

a) El diagrama de forces serà el següent:





$\boxed{\mathbf{0.3}}$

Per fer el dibuix cal tenir en compte que la càrrega del electró és negativa. $\vec{F}_E$, és la força deguda al camp elèctric i $\vec{F}_B$ és la deguda al camp magnètic.

Per tal que els electrons no es desviïn al travessar aquesta regió les dues forces han de ser iguals:

$$\left.\begin{array}{ll} F_E & = q_e\,E \\ F_B & = v\,q_e\,B \end{array}\right\} \Rightarrow\; q_e\,E \;=\; v\,q_e\,B\,\boxed{\mathbf{0.3}} \;\Rightarrow\; v \;=\; \frac{E}{B}\,\boxed{\mathbf{0.2}} \;=\; \frac{250}{0.04} \;=\; 6,25\cdot 10^3\,\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

Tal com es pot veure del gràfic anterior la força deguda al camp magnètic es paral·lela al pla XY, per tan l'electró farà un moviment circular en un pla paral·lel al XY $\boxed{\mathbf{0.2}}$ i en el sentit horari. $\boxed{\mathbf{0.1}}$

La força $\vec{F}_B$ és la que proporcionarà l'acceleració centrípeta per fer girar l'electró, per trobar el radi de gir tindrem:

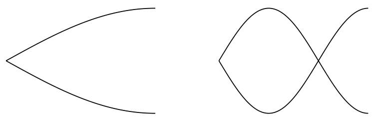
$$m\,\frac{v^2}{r} \;=\; v\,q_e\,B \;\Rightarrow\; r \;=\; \frac{mv}{q_e B} \;=\; 1.78\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

La freqüència angular de rotació és:

$$\omega \;=\; \frac{v}{r} \;=\; \frac{q_e B}{m}\,\boxed{\mathbf{0.3}} \;\Rightarrow\; \nu \;=\; \frac{\omega}{2\pi} \;=\; \frac{q_e B}{2\pi m} \;=\; 1,12\cdot 10^9\,\mathrm{Hz}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

P5)

a) De forma esquemàtica podem representar les situacions de ressonància en les gràfiques següents:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

La relació entre la longitud d'un tub sonor i la longitud d'ona en condició de ressonància és:

$$L_n = \frac{\lambda}{4}(1+2n)\,\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$L_n - L_{n-1} = \frac{\lambda}{4}(1+2n) - \frac{\lambda}{4}\left(1+2(n-1)\right) = \frac{\lambda}{2}\,\boxed{\mathbf{0.2}} = 0,57\,\mathrm{m} - 0,19\,\mathrm{m} = 0,38\,\mathrm{m} \Rightarrow \lambda = 0,76\,\mathrm{m}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

La velocitat del so serà:

$$v_{so} = \lambda\nu = 334\,\mathrm{m/s}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La intensitat de so rebuda serà:

$$I = \frac{P_T}{4\pi d^2}\,\boxed{\mathbf{0.3}} = 8,84\cdot10^{-5}\,\mathrm{W/m^2}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant el nivell de só en dB serà:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = \boxed{\mathbf{0.3}} = 79\,\mathrm{dB}\,\boxed{\mathbf{0.2}}$$