DOSSIER de RECUPERACIÓ: 2a AVALUACIÓ

Data de lliurament: divendres 8 d'abril de 2016

Condicions:

i) El no lliurament del present dossier (**completament resolt** per l'alumne de manera raonable) comportarà la pèrdua del dret a l'examen de recuperació de la matèria corresponent a la 2a avaluació.

ii) La data de l'examen de recuperació és: **dijous, 21 d'abril de 2016**.

iii) L'alumne recuperarà la matèria de la 2a avaluació si obté una qualificació igual o superior a cinc (sobre deu) en l'examen. En tal cas, la nota amb la que aquesta matèria quedarà recuperada a efectes de càlcul de nota mitjana en l'assignatura serà de cinc (sobre deu), amb independència de la qualificació concreta obtinguda en l'examen.

1. Problemes de rectes tangents (amb paràmetres):

A.- Sigui la funció $f(x) = ax^2 + x + 2$.

a) Troba el valor del paràmetre a si en el punt d'abscissa $x = -2$ la recta tangent a la gràfica d' f és paral·lela a la recta r: $y = 9x - 9$.

b) Troba l'equació de la recta tangent a la gràfica d' f en el punt d'abscissa $x = -2$.

B.- Sigui la funció $f(x) = ax^2 - 5x + b$.

a) Troba el valor del paràmetre a per a que la recta tangent a la gràfica d' f en el punt d'abscissa $x = -1$ sigui paral·lela a la recta r: $y = -3x + 3$.

b) Troba els valors dels paràmetres a i b per a que la recta tangent a la gràfica d' f en el punt d'abscissa $x = -1$ sigui la recta t: $y = -3x$.

C.- Siguin la funció $f(x) = ax^3 - bx + 6$ i la recta r: $y = 22 - 2x$.

a) Troba els valors dels paràmetres a i b si en el punt d'abscissa $x = 2$ la recta tangent a la gràfica d' f és r.

b) Si existeixen valors d' x on la recta tangent a la gràfica de la funció f sigui paral·lela a r, troba'ls, i troba també en cadascun l'equació de la recta tangent.

D.- Sigui la funció $f(x) = b + \text{tg}(ax)$.

a) Troba el valor del paràmetre a per a que la recta tangent a la gràfica d' f en el punt d'abscissa $x = 0$ sigui paral·lela a la recta r: $y = 2x - 4$.

b) Troba els valors dels paràmetres a i b per a que la recta tangent a la gràfica d' f en el punt d'abscissa $x = 0$ sigui la recta t: $y = 2x + 3$.

E.- Siguin la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ i la recta r: $y = 4x - 5$.

a) Troba els valors dels paràmetres a, b i c si en el punt d'abscissa $x = 2$ la recta tangent a la gràfica d' f és r i en el punt d'abscissa $x = -2$ la recta tangent a la gràfica d' f és paral·lela a r.

b) Troba l'equació de la recta tangent a la gràfica d' f en el punt d'abscissa $x = -2$.

2. Troba la derivada de les següents funcions, i simplifica adientment el resultat.

a) $f(x) = \frac{\sin 5x + e^{3x} - \ln^2 x}{3}$

b) $f(x) = -\frac{7}{(2-x)^5}$

c) $f(x) = -\ln\sqrt{\ln x}$

d) $f(x) = \frac{(3+x)\cdot\ln x}{\sqrt{x+1}}$

e) $f(x) = \log_3\sqrt{\frac{x^2}{x^2-7}}$

f) $f(x) = \sin\sqrt{1 - x^2}$

g) $f(x) = \text{tg}^4\sqrt{1 + x^2}$

h) $f(x) = \left[1 - \sin^2(2x - 1)\right]^3$

i) $y = \cos^4[\ln(5 + x^3)]$

j) $y = \frac{4}{\cos 3x}$

k) $y = \frac{1}{\cos^2(x^3-2)}$

l) $y = \frac{1}{\sin^4 x}$

m) $y = e^{\text{tg}\, 6x} \cdot \sqrt[7]{x^2 + 1}$

n) $y = -11\,\text{arctg}\, 3x$

o) $y = \text{arctg}\frac{2x+9}{3}$

p) $y = -\arcsin\frac{\sqrt{2x}}{3}$

q) $y = 8^{\text{arctg}\, x} \cdot \sqrt{x^2 - 7x}$

r) $y = 2x^x$

s) $y = x^{\sin x}$

t) $y = (3x)^{\cos x}$

u) $y = (1 - x^2)^{1-x}$

v) $y = \frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$

w) $y = \log_{\sin x}(\cos x)$

x) $y = M\log_b(ax^2 - c)$

y) $f(x) = t \cdot \sin x$

z) $f(t) = t \cdot \sin x$

3. Resol <u>justificadament</u> els següents límits (no s'admeten justificacions numèriques, és a dir, amb taules):

$\boldsymbol{a})\ \lim_{x\to 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ $\boldsymbol{b})\ \lim_{x\to 0^+} (10+x)^{\frac{1}{x}}$ $\boldsymbol{c})\ \lim_{x\to 0^+} x\ln 5x$

$\boldsymbol{d})\ \lim_{x\to 0} \frac{2}{x}(e^x-1)$ $\boldsymbol{e})\ \lim_{x\to\infty} \frac{3x^5-x^4}{7x^2-x^3}$ $\boldsymbol{f})\ \lim_{x\to 0} \frac{3x^5-x^4}{7x^2-x^3}$

$\boldsymbol{g})\ \lim_{x\to -\infty} \frac{3x^5-x^4}{7x^2-x^3}$ $\boldsymbol{h})\ \lim_{x\to\infty} \frac{3^x}{x-1}$

$\boldsymbol{i})\ \lim_{x\to\infty} x^{1/x}$ $\boldsymbol{j})\ \lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{1/x}$

4. Representa gràficament les següents funcions, havent-ne dut a terme prèviament l'estudi complet, que ha d'incloure: 1) simetries i periodicitat; 2) domini i continuïtat; 3) asímptotes 4) taula de creixement/decreixement i extrems; 5) taula de concavitat/convexitat i punts d'inflexió; 6) punts de tall.

a) $f(x) = 3x - 1 + \frac{2}{x}$ **b)** $f(x) = -x + 2 + \frac{1}{x-2}$

c) $f(x) = \frac{1}{x} - 1$ **d)** $f(x) = x \cdot e^{-x}$

e) $f(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$ **f)** $f(x) = 5e^{-x^2/6}$

5. Integrals indefinides:

a) $\int \frac{\ln^7 x}{x}\,dx$ **b)** $\int 4x\cos x^2\,dx$ **c)** $\int \frac{x^3}{5x^4+7}\,dx$

d) $\int (x+1)\,dx$ **e)** $\int x^2\,dx$ **f)** $\int \frac{2x^2}{\sqrt{1-x^3}}\,dx$

g) $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$ **h)** $\int \frac{5}{x}\,dx$ **i)** $\int 7\sin 2x\,dx$

j) $\int 2\cos 2x\,dx$ **k)** $\int (-\cos x)\,dx$ **l)** $\int \frac{3}{\sqrt[5]{x^{11}}}\,dx$

m) $\int \frac{\sqrt[5]{x}}{x^4}\,dx$ **n)** $\int \frac{6x^2-3+\sqrt[3]{x}}{x^5}\,dx$ **o)** $\int \left(4\sqrt{x} - x^3 + \frac{7}{x^5}\right)dx$

p) $\int \left(\frac{2}{x} - e^x + \frac{1}{2}\right)dx$ **q)** $\int Ae^{mx}\,dx$ **r)** $\int x\sqrt{6x^2-3}\,dx$

s) $\int 2\cos^2 x\,dx$ **t)** $\int 3\ln x\,dx$ **u)** $\int x^3 e^x\,dx$

v) $\int e^x \sin x\,dx$ **w)** $\int \frac{6}{1+(x-1)^2}\,dx$ **x)** $\int (x-3)^5\,dx$

y) $\int x(4x^2-2)^5\,dx$ **z)** $\int (ax^5 - bx^2 + c)\,dx$

6. Problemes d'integral definida. Nota: els càlculs d'àrees s'han de fer utilitzant els mètodes del càlcul integral. Les fórmules que coneixem d'àrees de figures planes només es poden fer servir com a eventual comprovació del resultat.

F.- Sigui la funció $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$.

a) Volem calcular l'àrea entre la gràfica d' f i l'eix d'abscisses a la regió $x \in [4, 8]$. Fes un esbós d'aquesta regió, i després calcula la seva àrea.

b) Fes-ne ara el corresponent esbós a la regió $x \in [0, 4]$, i calcula l'àrea compresa entre la gràfica d' f i l'eix d'abscisses en aquesta regió.

G.- Sigui la funció $f(x) = 4 - x^2$.

a) Fes un esbós del recinte tancat per la gràfica d' f i els dos eixos cartesians al primer quadrant.

b) Calcula l'àrea d'aquest recinte.

H.- Sigui la funció $f(x) = x^2 - 1$.

a) Fes un esbós del recinte tancat per la gràfica d' f i l'eix X.

b) Calcula l'àrea d'aquest recinte.

I.- Sigui la funció $f(x) = -2x + 4$. Volem estudiar l'àrea compresa entre la gràfica d' f i l'eix X a la regió $x \in [-1, 3]$.

a) Representa gràficament $f(x)$ en aquesta regió.

b) Ombreja l'àrea que volem estudiar a la teva representació gràfica, i després troba el seu valor.

J.- Calcula l'àrea sota la gràfica de la funció $f(x)$ entre $x = 0$ i $x = 3$, sent-hi

$$f(x) = \begin{cases} 4 & x < 1 \\ x^2 + 6 & x \geq 1 \end{cases}$$

K.- Siguin la funció $f(x) = 12 - 3x^2$ i les rectes r: $x = k$ i s: $x = -k$, sent-hi $k \in (0, 2)$.

a) Fes un esbós del recinte limitat per les dues rectes, l'eix X i la gràfica d' f.

b) Troba el valor del paràmetre k que fa que l'àrea d'aquest recinte sigui 22.

L.- Siguin la funció $f(x) = \ln x$ i la recta r: $y = k$, amb $k > 0$.

a) Fes un esbós del recinte tancat entre la gràfica d' f, la recta r, l'eix X i l'eix Y.

b) Calcula el valor de k que fa que l'àrea d'aquest recinte sigui igual a 1.

M.- Siguin la funció $f(x) = \sin x$ i la recta r: $y = 1/2$.

a) Fes un esbós de la regió compresa entre la gràfica d' f i la recta r en l'interval $x \in [0, 2\pi]$.

b) Calcula l'àrea d'aquesta regió.

N.- Un objecte fa un desplaçament de 10 m al llarg de l'eix X. Durant aquest desplaçament hi actua la força $\vec{\mathrm{F}}$, paral·lela a l'eix. L'única component no nul·la d' $\vec{\mathrm{F}}$ té el següent valor, expressat en N, en funció de la posició:

$$F(x) = \begin{cases} 8x^3 & x \in [0,1) \text{ m} \\ 8 & x \in [1,9) \text{ m} \\ -8x + 80 & x \in [9,10] \text{ m} \end{cases}$$

Calcula el treball que fa aquesta força al llarg de tot el trajecte.

NOTA: recorda que

$$W_F^{A\to B} = \int_{x_A}^{x_B} F(x)dx$$