

## DOSSIER de RECUPERACIÓ: 1a AVALUACIÓ

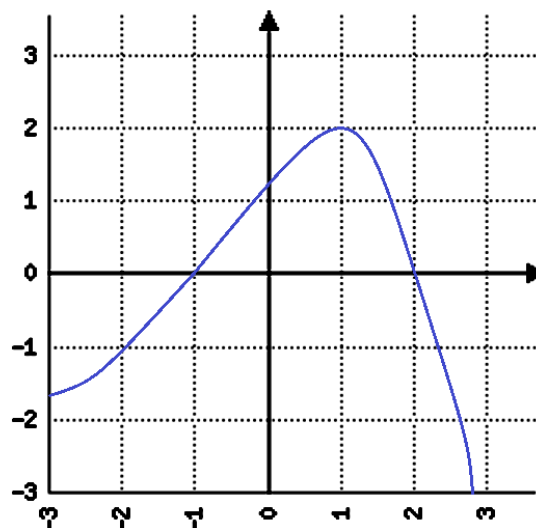
Data de lliurament: dimecres 20 de gener de 2016

Condicions:

- i) El no lliurament del present dossier (completament resolt per l'alumne de manera raonable) comportarà la pèrdua del dret a l'examen de recuperació de la matèria corresponent a la 1a avaluació.
- ii) La data de l'examen de recuperació és: divendres, 22 de gener 2016.
- iii) L'alumne recuperarà la matèria de la 1a avaluació si obté una qualificació igual o superior a cinc (sobre deu) en l'examen. En tal cas, la nota amb la que aquesta matèria quedarà recuperada a efectes de càlcul de nota mitjana en l'assignatura serà de cinc (sobre deu), amb independència de la qualificació concreta obtinguda en l'examen.

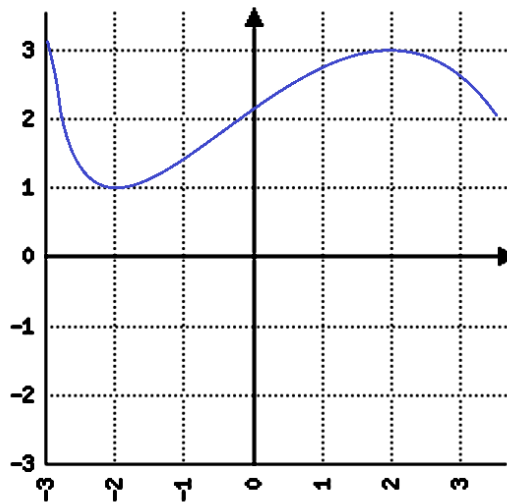
### 1. Problemes d'interpretació de gràfiques:

A.- Considera la següent gràfica de la derivada d'una certa funció  $f$ :



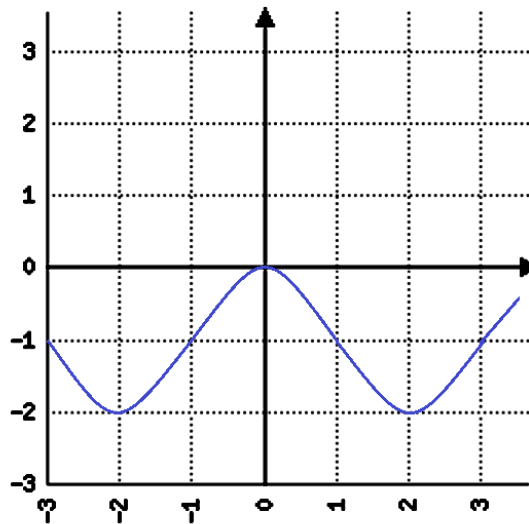
- a) Digues les abscisses de tots els punts d'inflexió de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3,3)$ . Justifica-ho adientment.
- b) Digues les abscisses de tots els extrems de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3,3)$ . Classifica justificadament aquests extrems.

B.- Considera la següent gràfica de la derivada d'una certa funció  $f$ :



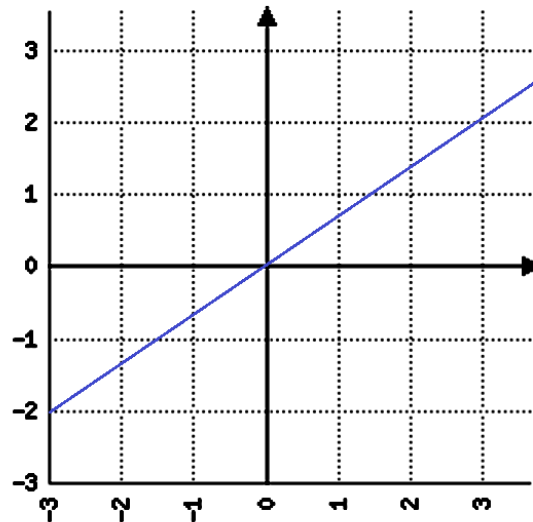
- Digues justificadament les abscisses de cada mínim, màxim i punt d'inflexió de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3, 3)$ .
- Sabem que la gràfica de la funció  $f$  passa pel punt  $(-2, 6)$ . Troba l'equació de la recta tangent a la gràfica d' $f$  en aquest punt.

C.- Considera la següent gràfica de la derivada d'una certa funció  $f$ :



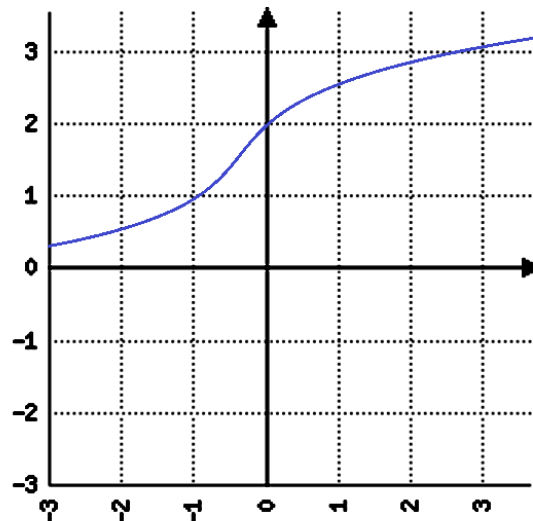
- Digues les abscisses de cada màxim, mínim i punt d'inflexió de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3, 3)$ . Justifica-ho adientment.
- Fes les taula de creixement/decreixement i de concavitat/convexitat de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3, 3)$ .

D.- Considera la següent gràfica de la derivada d'una certa funció  $f$ :



- Digues les abscisses de cada màxim, mínim i punt d'inflexió de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3,3)$ . Justifica-ho adientment.
- Fes les taula de creixement/decreixement i de concavitat/convexitat de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3,3)$ .

E.- Considera la següent gràfica de la derivada d'una certa funció  $f$ :



- Digues les abscisses de cada màxim, mínim i punt d'inflexió de la funció  $f$  en la regió  $x \in (-3,3)$ . Justifica-ho adientment.
- Sabem que la gràfica de la funció  $f$  passa per l'origen. Troba l'equació de la recta tangent a la gràfica d'  $f$  en aquest punt.

## 2. Problemes analítics de rectes tangents:

**F.-** Sigui la funció  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 9$ .

- a) Troba l'equació de la seva recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 1$ .
- b) Troba l'equació de la seva recta tangent en el punt d'abscissa  $x = -1$ .

**G.-** Sigui la funció  $f(x) = 2e^x$ .

- a) Troba l'equació de la seva recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 0$ .
- b) Troba l'equació de la seva recta tangent en el punt d'abscissa  $x = 1$ .

**H.-** Sigui la funció  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

- a) Troba tots els punts on la recta tangent a la seva gràfica sigui paral·lela a la recta  $r: y = 5 - x$ .
- b) Troba les equacions de les rectes tangents a la gràfica d'  $f$  en cadascun d'aquests punts.

**I.-** Considera les funcions  $f(x) = \sqrt{x}$  i  $g(x) = x^2$ .

- a) Troba el punt on la recta tangent a  $f$  té el mateix pendent que la recta tangent a  $g$  en  $x = 1/2$ .
- b) Troba l'equació de la recta tangent a  $f$  en tal punt.

**J.-** Considera la funció  $f(x) = x^2 - x + 5$ .

- a) Troba tots els punts on les rectes tangent a la gràfica d'  $f$  són paral·leles a la recta  $r: y = 6 + x$ .
- b) Troba les equacions de les rectes tangents a la gràfica d'  $f$  en cadascun d'aquests punts.

**3.** Representa gràficament les següents funcions polinòmiques, havent dut a terme prèviament l'anàlisi de: 1) punt de tall amb l'eix Y; 2) punts de tall amb l'eix X; 3) taula de creixement/decreixement i extrems; 4) taula de concavitat/convexitat i punts d'inflexió; 5) límits quan  $x \rightarrow +\infty$  i quan  $x \rightarrow -\infty$ .

a)  $f(x) = 1 + x^2$

b)  $f(x) = -4x^2 + 8x + 12$

c)  $f(x) = x(x - 3)(x + 3)$

d)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

e)  $f(x) = -x^3$

f)  $f(x) = 1 - x^5$

4. Troba la derivada de les següents funcions, i simplifica adientment el resultat.

a)  $f(x) = -x + 4$

b)  $f(x) = x^{104} + 5$

c)  $f(x) = x^{1/6} - \sqrt{\pi} + x + x^{-4/3}$

d)  $f(x) = \frac{x^2-1}{(1-x)(x+1)}$

e)  $f(x) = \frac{9x^2-x^3}{(3x-x^2)^2}$

f)  $f(x) = (5x - 5)^5$

g)  $f(x) = -\frac{61}{x^2}$

h)  $f(x) = m \sin(ax + b)$

i)  $y = \sin^{-1} x$

j)  $y = \operatorname{tg}^{-3} x$

k)  $y = 45 \sin^3 x$

l)  $y = \frac{2}{4 \sin^2 4x}$

m)  $y = \sqrt{x} - x^2$

n)  $y = \sqrt{6}$

o)  $y = \sqrt{\operatorname{tg} 6x}$

p)  $y = -\frac{1}{\sqrt{-x}}$

q)  $y = 8 \ln x$

r)  $y = \ln^{10} x$

s)  $y = \sqrt{\ln x - 4}$

t)  $y = e^{11-x}$

u)  $y = -\frac{1}{\sqrt{e^{4x}}}$

v)  $y = \frac{1}{\sqrt{2-7x}} + \sqrt{2-7x}$

w)  $y = \frac{4 \ln 4x}{4x^3+4}$

x)  $y = \ln 4x \cdot \ln 3x$

y)  $y = -4 \operatorname{tg}^3 \sqrt{2x}$

z)  $y = \operatorname{tg}(x^m - x^n)$

5. Troba justificadament tots els mínims, màxims i punts d'inflexió d'aquestes funcions.

a)  $f(x) = x^3 - 4x^2$

b)  $f(x) = 4x^4$

c)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

d)  $f(x) = 4 + \sqrt{x^2 + 1}$

e)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

f)  $f(x) = 20e^{(x-5)^2}$

## 6. Problemes d'optimització.

**K.-** Volem construir un rectangle, de base  $x$  i altura  $y$ , que tingui un perímetre de  $P = 256$  m.

- Troba les dimensions —base i altura— d'aquell que té l'àrea màxima. (Comprova que realment és un màxim).
- Quin nom rep aquest tipus de rectangles? (Justifica la resposta). Troba el valor de l'àrea màxima.

**L.-** Volem construir un rectangle, de base  $x$  i altura  $y$ , que tingui un àrea de  $A = 121$  cm.

- Troba les dimensions —base i altura— d'aquell que té el perímetre mínim. (Comprova que realment és un mínim).
- Quin nom rep aquest tipus de rectangles? (Justifica la resposta). Troba el valor del perímetre mínim.

**M.-** De tots els rectangles de perímetre 36 m, volem saber quin és el que té la diagonal més petita.

- Troba les dimensions —base i altura— de tal rectangle. (No cal que comprovis que el candidat és realment un extrem).
- Quin nom rep aquest tipus de rectangles? (Justifica la resposta). Troba el valor de la diagonal.

**N.-** Siguin  $x$  i  $y$  les mesures dels costats d'un rectangle inscrit en una circumferència de diàmetre 2.

- Feu un esquema de la situació, incloent-hi clarament la circumferència, el rectangle i el diàmetre de la circumferència, i designant-hi adientment amb lletres les quantitats més importants implicades. Tenint com a referència el dibuix que heu fet, demostreu que la superfície del rectangle, en funció de  $x$ , és donada per l'expressió  $S(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}$ .
- Calculeu els valors de les mesures  $x$  i  $y$  per als quals la superfície del rectangle és màxima, i calculeu el valor d'aquesta superfície màxima.

**O.-** Volem construir un prisma recte de base quadrada amb un volum de  $V = 64$  m<sup>2</sup>. Anomenarem  $x$  el costat de la base del prisma i  $y$  la seva altura.

- Trobeu l'expressió del volum i de l'àrea total del prisma en funció de les variables  $x$  i  $y$ .
- Justifiqueu que el que té àrea total mínima és en realitat un cub. Calculeu el valor de la seva àrea total.