

1.1 Introducció a les derivades

1. Troba la derivada de les següents funcions, tenint en compte que les lletres a, b, c, m, n (siguin majúscules o minúscules) representen constants, és a dir, números fixos:

1) $y = 3x^2 - 7x + 5$

3) $y = 9x^3 - 4x + 2$

5) $y = 40$

7) $y = -x$

9) $y = x^{1/2}$

11) $y = \frac{1}{x^4}$

13) $y = \sqrt{x}$

15) $y = \frac{1}{x} + x + 2 + 5\sqrt{x}$

17) $y = x^{-5}$

19) $y = 3 \sin(4x - 5)$

21) $y = 2 \sin(2x + 3)$

23) $y = 2 \sin(x + 3)$

25) $y = \sin(1 - x)$

27) $y = 2 \sin x$

29) $y = \sqrt{x} - \sin x$

31) $y = \sin 2x - \cos 3x$

33) $y = 4 \cos x - \frac{1}{x^5}$

35) $y = mx^n$

37) $y = 5x^3 - x + \frac{2}{x} - 7\frac{1}{x^3}$

39) $y = x^{5/9} - \sin(5x/9)$

41) $y = ax + b$

43) $y = \sin(-x)$

45) $y = -\sin(-x)$

2) $y = 4x^7$

4) $y = x^7 - x$

6) $y = -\frac{1}{2}x$

8) $y = \frac{5}{3}x^{10} - x + 2 + x^3$

10) $y = \frac{1}{x}$

12) $y = \frac{5}{x^4}$

14) $y = 3\sqrt{x}$

16) $y = -\frac{2}{7}x^3 + x^{5/2}$

18) $y = 5\sqrt[7]{x}$

20) $y = 7 \cos(2x + 1)$

22) $y = 2 \cos(2x + 3)$

24) $y = \cos(x - 1)$

26) $y = \cos x$

28) $y = ax^2 + bx + c$

30) $y = \sqrt{6} \sin(x - 1)$

32) $y = \frac{9}{x} - 2 \sin(9 - \frac{x}{3})$

34) $y = A \sin(mx + n)$

36) $y = \frac{1}{x^m} - \sin Ax$

38) $y = x - \sqrt{x} + \cos(-x)$

40) $y = -\frac{7}{2}x^2 + \frac{2}{7}x^3$

42) $y = \sin x$

44) $y = -\sin(x)$

46) $y = -\cos x$

2. Problemes d'optimització amb paràboles:

A) Si $y = 3 + x - 4,9x^2$ ens diu l'alçada (en m) per a cada instant x (en s) d'una pedra llançada cap a dalt des de 3 m i amb velocitat inicial 1 m/s, **1.-** Quina és l'alçada màxima (i quan s'assoleix)? **2.-** Quan arriba al terra? **3.-** Representa gràficament.

B) Si a dins d'una piscina llancem un suro cap avall des de 4 m de profunditat, i $y = -4 - x + x^2$ ens diu l'alçada (en m) respecte el nivell de l'aigua per a cada instant x (en s), **1.-** Quina és l' y més petita (i quan s'assoleix)? **2.-** Quan arriba a la superfície? **3.-** Representa gràficament.

C) Si $y = x^2 - 50x + 670$ és el preu en € d'un producte en funció del temps, indicant-hi x el dia del mes, **1.-** Quin dia s'assoleix el preu més baix? **2.-** Quin és aquest valor? **3.-** Representa gràficament per a un mes.

D) Si la gràfica de la funció $y = 6x - x^2$ és la trajectòria de la pilota després que un futbolista dispari a porta, representa gràficament aquesta trajectòria i troba l'altura màxima (y, x en metres).

AJUDA (interpretació cinemàtica de les derivades)

Segui la funció $y = f(x)$, i $y' = f'(x)$ la seva funció derivada. Aleshores, si y fos una posició en metres i x el temps en segons, y' seria la velocitat en m/s.

3. Representa gràficament les següents paràboles:

a) $y = -x^2 - x + 4$

b) $y = x^2 - 3x + 2$

c) $y = x^2 - x + 4$

d) $y = 4x^2 - 16$

e) $y = 4x^2$

f) $y = 4(x - 2)^2 - 16$

AJUDA: mètode per a representar paràboles, pas a pas:

1.- fent $x = 0 \Rightarrow$ punt TALL eix Y

2.- fent $y = 0 \Rightarrow$ punts TALL eix X

3.- límit $x \rightarrow +\infty \Rightarrow$ esbrinem si "banyes amunt" ($+\infty$) ó "banyes avall" ($-\infty$)

4.- fent $y' = 0 \Rightarrow$ trobem extrem.