I. E. S. JÚLIA MINGUELL 2n Batxillerat	dv, 29 de gener 2016
Matemàtiques — Avaluació Continuada 2.2 FUNCIONS: «Continuïtat i representació» (I)	Alumne: LLIURAMENT: dm, 2 de febrer 2016

Fes l'estudi (sense *domini*, *continuïtat*, *periodicitat* ni *simetries*) i representa:

$$f(x) = 1 - x - \frac{1}{x+1}$$

MÈTODE (ABREUJAT) per a representar funcions:

1.- ASÍMPTOTES:

AV: candidats són els valors d'x on: «$\text{denominador} = 0 \quad \text{ó} \quad \log 0$»;
—> hi fem límits laterals.

AH: dreta, si $\lim_{x\to\infty} f(x)$ existeix i és finit; esquerra, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

AO: només si algun dels límits de les AH ens ha donat $\pm\infty$:

$$r\!: \; y = mx + n \quad \text{és AOd si existeixen i són finits els límits:}$$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x\to\infty} (f(x) - mx)$$

$$s\!: \; y = Mx + N \quad \text{és AOe si existeixen i són finits els límits:}$$

$$M = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$N = \lim_{x\to-\infty} (f(x) - Mx)$$

2.- EXTREMS i TAULA CR/DECR:

Igual que amb polinomis, però ara les fronteres dels intervals de la taula no només són els candidats a extrem, sinó també els valors d'x que provoquin: «$\text{denominador} = 0 \quad \text{ó} \quad \log 0$» en 1a derivada $f'(x)$.

3.- INFLEXIONS i TAULA DE CURVATURA:

Igual que amb polinomis, però ara les fronteres dels intervals de la taula no només són els candidats a p. inf., sinó també els valors d'x que provoquin: «$\text{denominador} = 0 \quad \text{ó} \quad \log 0$» en 2a derivada $f''(x)$.

4.- PUNTS de TALL: x = 0 —> tall amb eix Y
y = 0 —> tall(s) amb eix X

5.- REPRESENTACIÓ GRÀFICA:

$\boxed{1r}$: Asímptotes i/o comportament en $\pm\infty$
(mirem taula CC/CV per a ficar les fletxetes)

$\boxed{2n}$: Extrems, talls, inflexions i més punts d'ajuda si cal
(mirem taula CR/DECR per a ficar els segments-guia)

$\boxed{3r}$: Traçat de la corba:
passant suaument pels punts i respectant curvatura.

PEPE RÓDENAS BORJA
[dll; 1-II-16]
INS JÚLIA MINGUELL

MATES (2n BAT.)

resolució

TASCA CONTINUADA [22] (I)

▶ FER ESTUDI sense domini, continuïtat, periodicitat ni simetries, i després fer la representació gràfica, de la funció:

$$\boxed{f(x) = 1 - x - \frac{1}{x+1}} = \frac{1 - x^2 - 1}{x+1} = \boxed{-\frac{x^2}{x+1}}$$

COMENTARI: encara que no es demana, és fàcil veure que f no és periòdica ni senar ni parella; el seu domini és $D[f] = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$, doncs en $x = -1$ un denominador s'anul·la; i és derivable i contínua en tot el seu domini, per ser un quocient de dos polinomis.

1 ASIMPTOTES:

AV: $d = 0 \rightarrow x + 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1}$ candidat

$$\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1^-} \left(-\frac{x^2}{x+1}\right) = -\frac{(-1)^2}{0^-} = -\frac{1}{0^-} = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -1^+} \left(-\frac{x^2}{x+1}\right) = -\frac{(-1)^2}{0^+} = -\frac{1}{0^+} = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\boxed{x = -1} \text{ és AV.}}$$

AH: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(-\frac{x^2}{x+1}\right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(-\frac{x^2}{x}\right) = \lim\limits_{x \to \pm\infty} (-x) = \mp\infty$

$\Rightarrow \boxed{\nexists \text{ AH}}$

AO :

$$\boxed{m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\left(-\frac{x}{x+1}\right) = \lim_{x\to\pm\infty}\left(-\frac{x}{x}\right) = -1}$$

$$\boxed{n = \lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x) - m\right)} = \lim_{x\to\pm\infty}\left(1 - x - \frac{1}{x+1} + 1\cdot x\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{\pm\infty} = 1 + 0 = \boxed{1} \Rightarrow \boxed{\boxed{y = -x+1} \text{ és AO e fd}}$$

2 EXTREMS i CR/DECR.

$$\boxed{f'(x) = -1 + \frac{1}{(x+1)^2}} = 0$$

$d = 0 \rightarrow \boxed{x = -1}$: 1 discontinuïtat.

$$\frac{1}{(x+1)^2} = 1 \Rightarrow (x+1) = \pm\sqrt{1}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 1 - 1 = 0} \\ \boxed{x = -1 - 1 = -2} \end{array} \right\} : 2 \text{ candidats.}$$

Fem la taula :

	$x <$	-2	$< x <$	-1	$< x <$	0	$< x$
f':	$-$	0	$+$	$\nexists$	$+$	0	$-$
f:	↘	∪	↗	$\nexists$	↗	∩	↘

$$f'(9) = -1 + \frac{1}{100} \simeq -1 = -$$

$$f'(-0{,}9) = -1 + \frac{1}{(0{,}1)^2} = -1 + \frac{1}{0{,}01} = -1 + 100 = +$$

$$f'(-1{,}5) = -1 + \frac{1}{(-\frac{1}{2})^2} = -1 + \frac{1}{1/4} = -1 + 4 = 3 = +$$

$$f'(-11) = -1 + \frac{1}{(-10)^2} = -1 + \frac{1}{100} = -1 + 0{,}01 = -$$

PEPE RÓDENAS BORJA
[dll; 1-II-16]
INS JÚLIA MINGUELL

MATES (2n BAT.)

resolució

TASCA CONTINUADA [2.2] (I)

$\Longrightarrow$ $x=-2 \rightarrow y=f(-2)=-\dfrac{4}{-2+1}=4 \Longrightarrow$ $\boxed{A(-2,4)\ \text{mínim}}$

$x=0 \rightarrow y=f(0)=-\dfrac{0^2}{0+1}=0 \Longrightarrow$ $\boxed{B(0,0)\ \text{màxim.}}$

3 CURVATURA i INFLEXIÓ:

$\boxed{f''(x)=-\dfrac{2}{(x+1)^3}}=0$ $\rightarrow d=0 \rightarrow \boxed{x=-1}$: 1 dis cont.

$\Longrightarrow -2=0$ ($x\neq-1$) ABSURD: $\nexists$ solució $\Rightarrow$ $\nexists$ candidats $\Rightarrow$ $\boxed{\nexists\ \text{P. d'INF.}}$

Fem la taula:

	x <	-1	< x
f''	⊕	∄	⊖
f	∪ cc	∄	∩ cv

$f''(0)=-\dfrac{2}{1^3}=\ominus$

$f''(-11)=-\dfrac{2}{(-10)^3}=-\dfrac{2}{-1000}=\oplus$

4 PUNTS de TALL:

$x=0 \rightarrow y=f(0)=-\dfrac{0^2}{1}=0$: $\boxed{B\ \text{tall}\ X,Y}$

$y=0 \rightarrow -\dfrac{x^2}{x+1}=0 \Longrightarrow$ ($x\neq-1$) $-x^2=0 \rightarrow x=0$ ✓

5 REPRESENTACIÓ GRÀFICA:

A $(-2, 4)$ mín.

B $(0, 0)$ màx, tall X Y

AV: $\boxed{x = -1}$

curvatura: -1

∪ ∄ ∩

AO: $\boxed{y = -x + 1}$ → talls: $(0, 1)$, $(1, 0)$