I. E. S. JÚLIA MINGUELL 2n Batxillerat	dj, 22 d'octubre 2015	Nota (*sobre 10*)
Matemàtiques — Model d'examen: «1.2 Interpretació geomètrica de la derivada»	Alumne: nº MÀXIM DE PUNTS: vuit (8)	

1. Considera les funcions $f(x) = x^{11} + 1$ i $g(x) = -4\cos(\pi x)$.

1.a) Troba el punt on la recta tangent a f té el mateix pendent que la recta tangent a g en $x = 2$.

1.b) Troba l'equació de la recta tangent a f en tal punt.

[*2 punts: 1 per cada apartat*]

2. Calcula la derivada de les següents funcions [*3 punts: 0,5 per cada derivada*]:

2.a) $y = -\frac{3}{2}x^7 + x^3 - \frac{12}{x} + \frac{3}{x^5}$

2.b) $y = \sin x \cos x + x$

2.c) $y = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^8\right)\sin x$

2.d) $y = \sin\left(\sqrt{\frac{1}{3}}x - \sqrt[3]{8}\right)$

2.e) $y = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^8\right)^5$

2.f) $y = \sqrt[n]{Ax} \cdot \cos Bx$

3. Representa gràficament la següent funció [*3 punts*]:

$$y = 3x(x+1)^2(x-1)^2$$

PERE RÓDENAS BORJA
(IES JÚLIA MINGUELL)

[dj, 22-X-15] RESOLUCIÓ MODEL D'EXAMEN: 1.2 "Interpretació geomètrica de la derivada".

1

$f(x) = x^{11} + 1 \qquad g(x) = -4\cos(\pi x)$

1.a/ El pendent de la recta tangent és el valor de la derivada: $\boxed{m = g'(2) = 4\pi \sin(2\pi) = 0}$

$g'(x) = 4\pi \sin(\pi x)$

$\Rightarrow$ per tant, exigim: $f'(x) = m = 0 \Rightarrow$

$f'(x) = 11x^{10}$

$\Rightarrow 11x^{10} = 0 \Rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt[10]{0} = 0} \Rightarrow$

$\Rightarrow y = f(0) = 0^{11} + 1 = 1 \Rightarrow$ El punt és $(0,1)$ ■

1.b/ $t: \; y = mx + n$, amb $y = 1$, $m = 0$, $x = 0$ $\Rightarrow \boxed{1 = n} \Rightarrow \boxed{t: \; y = 1}$ ■

2

2.a/ $y = -\frac{3}{2}x^7 + x^3 - \frac{12}{x} + \frac{3}{x^5} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{y' = -\frac{21}{2}x^6 + 3x^2 + \frac{12}{x^2} - \frac{15}{x^6}}$ ▨

2.b/ $(\sin x \cos x + x)' = \boxed{\cos^2 x - \sin^2 x + 1}$ ▨

2.c/ $y = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^8\right)\sin x \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{y' = (x^2 - x^7)\sin x + \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^8\right)\cos x}$ ▨

2.d/ $y = \sin\left(\sqrt{\frac{1}{3}}x - \sqrt[3]{8}\right) \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{y' = \sqrt{\frac{1}{3}}\cos\left(\sqrt{\frac{1}{3}}x - \sqrt[3]{8}\right)}$ ▨

2.e/ $y = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^8\right)^5 \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{y' = 5\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{8}x^8\right)^4 \cdot (x^2 - x^7)}$ ▨

2.f/ $\left(\sqrt[n]{Ax}\cos Bx\right)' = \left(\sqrt[n]{A}\, x^{\frac{1}{n}}\right)'\cos Bx +$

$+ \sqrt[n]{Ax}\,(\cos Bx)' = \sqrt[n]{A}\,\frac{1}{n}\,x^{\frac{1}{n}-1}\cos Bx - B\sqrt[n]{Ax}\sin Bx =$

$= \boxed{\frac{1}{n}\sqrt[n]{\frac{A}{x^{n-1}}}\cos Bx - B\sqrt[n]{Ax}\sin Bx}$ ▨

PEPE RÓDENAS BORJA
(IES JÚLIA MINGUELL)

[dj; 22-X-15] Resolució model d'examen: 1.2. « Interpretació geom. de la derivada »

---

3 $y = 3x(x+1)^2(x-1)^2$

1.- TALL Y: $x=0 \to y=0 \Rightarrow \boxed{A(0,0)}$

2.- TALL X: $y=0 \to 3x(x+1)^2(x-1)^2=0$

$\Rightarrow$ solucions: $\{x=-1,\ x=0,\ x=1\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ punts de tall: $\boxed{B(-1,0);\ A;\ C(1,0)}$

3.- CREIXEMENT/DECREIXEMENT, EXTREMS:

$y'=0 \to 0 = \left(3x(x+1)^2(x-1)^2\right)' = \left[3x\left((x+1)(x-1)\right)^2\right]' =$

(suma x diferència = diferència de quadrats)

$= \left[3x(x^2-1)^2\right]' = (3x)'(x^2-1)^2 + 3x\left((x^2-1)^2\right)' =$

$= 3(x^2-1)^2 + 3x\cdot 2(x^2-1)\cdot 2x = 3(x^2-1)\cdot(x^2-1+4x^2) =$

f. comú $3(x^2-1)$

$= 3(x^2-1)\cdot(5x^2-1)$

$\Rightarrow \begin{cases} x^2-1=0 \to \boxed{x=\pm 1} \\ 5x^2-1=0 \to \boxed{x=\pm \frac{1}{\sqrt{5}} \simeq \pm 0{,}447} \end{cases}$

quatre CANDIDATS a EXTREM.

- Taula de creixement/decreixement:

	$x<$	-1	$<x<$	$-0{,}4$	$<x<$	$0{,}4$	$<x<$	1	$<x$
f':	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
f:	$\nearrow$	$\frown$	$\searrow$	$\smile$	$\nearrow$	$\frown$	$\searrow$	$\smile$	$\nearrow$

$f'(-2)=171$ $\quad f'(-0{,}5)=-0{,}6 \quad f'(0)=3 \quad f'(0{,}5)=-0{,}6 \quad f'(2)=171$

$\Rightarrow$ EXTREMS: $\begin{cases} \text{màxims: } B;\ D(0'4,\ 0'859) \\ \text{mínims: } E(-0'4,-0'859);\ C \end{cases}$

4.- CONCAVITAT, CONVEXITAT, INFLEXIÓ: $y''=0 \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{0} = \left(3(x^2-1)(5x^2-1)\right)' = 3\cdot 2x(5x^2-1) + 3(x^2-1)\cdot 5\cdot 2x =$ f. comú $3\cdot 2x$

$= 6x\cdot(5x^2-1+5x^2-5) = 6x\cdot(10x^2-6) \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{x=0}$

$\boxed{x=\pm\sqrt{\frac{6}{10}} = \pm 0{,}775}$

$\Rightarrow$ (3 candidats a punts d'inflexió)

- Taula de concavitat/convexitat:

	$x<$	$-0{,}8$	$<x<$	0	$<x<$	$0{,}8$	$<x$
f'':	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
f:	$\frown$	INF	$\smile$	INF	$\frown$	INF	$\smile$

$f''(-1)=-24 \quad f''(-0{,}1)=3{,}5 \quad f''(0{,}1)=-3{,}5 \quad f''(1)=24$

- Punts d'inflexió:

$F(-0'8,-0'4)$; A;

$G(0'8,\ 0'4)$

5.- LÍMITS: $\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty}$

PEPE RÓDENAS BORJA
(IES JÚLIA MINGUELL)

MATEMÀTIQUES (2n BAT.)

pàg. 5 / 5

[dj; 22 - X - 15] Resolució model d'examen: 1.2 «Interpretació geom. de la derivada»

GRÀFICA: