

I. E. S. JÚLIA MINGUELL 2n Batxillerat	dj, 1 d'octubre 2015	Nota (sobre 10)
Matemàtiques Model d'examen: «Derivades i Polinomis»	Alumne:	
	nº MÀXIM DE PUNTS: vuit (8)	

1. Realitza amb el següent polinomi les operacions indicades:

$$P(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8$$

- 1.a)** Divideix-lo entre $(x - 3)$ i expressa el resultat en forma $D = Q \cdot d + R$.
1.b) Factoritza'l.

[2 punts: 1 per cada apartat]

2. Calcula la derivada de les següents funcions [2 punts: 0,5 per cada derivada]:

- 2.a)** $y = 11x^3 + x^2 - 12$ **2.b)** $y = -\frac{9}{x^3}$
2.c) $y = 4 \cos(10 - x)$ **2.d)** $y = \sqrt[5]{x} + 8 \sin 2x$

3. Representa gràficament la paràbola següent [2 punts]:

$$y = -x^2 + 6x - 8$$

4. La següent funció representa l'energia cinètica en un moviment harmònic en funció de la posició:

$$y = 16 - 2x^2$$

sent-hi y l'energia cinètica en joules (J) i x la posició en metres (m).

- 4.a)** La funció té un únic extrem. És màxim o mínim? Justifica-ho adientment.
4.b) Troba l'energia cinètica corresponent a l'extrem, i digues també en quina posició s'assoleix.

[2 punts: 1 per cada apartat]

[Pg. 1-8-15] RESOLUCIÓ MODEL D'EXAMEN "Derivades i Polinomis"

1

$P(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8$

[2p.]

1.a
1p.

	2	-6	0	8
3		6	0	0
	2	0	0	8

PROCEDIMENT: 0,5 p.

RESULTAT: 0,5 p. (si no hi ha procediment, no punts)

$2x^3 - 6x^2 + 8 = 2x^2 \cdot (x-3) + 8$

1.b Els candidats a arrel són els divisors enters de 8 (terme independent de P(x)): $\{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8\}$

1p.

	2	-6	0	8
2		4	-4	-8
	2	-2	-4	0
2		4	4	
	2	2	0	
-1		-2		
	2	0		

$D = Q \cdot d + R$
 $P(x) = (x-2) \cdot (2x^2 - 2x - 4)$
 $\quad \quad \quad (x-2) \cdot (2x+2)$
 $\quad \quad \quad (x+1) \cdot 2$

$P(x) = 2(x-2)^2(x+1)$

CADA ARREL: 0,2 p.

(si no està justificada, no punts)

FACTORITZACIÓ: 0,4 p.

- sense procediment, no punts.
- si falta factor 2: 0,2 p.
- no s'amossega penalització per ometre si factorització ben raonada.

2

[2p.]

PUNTUACIÓ: tot o res (si el resultat és incorrecte, no puntua)

2.a / (0.5p) $y = 11x^3 + x^2 - 12 \rightarrow y' = 33x^2 + 2x$ ■

2.b / (0.5p) $y = -\frac{9}{x^3} = -9x^{-3} \rightarrow y' = +3 \cdot 9x^{-4} = \frac{27}{x^4}$ ■

2.c / (0.5p) $y = 4 \cos(10-x) \rightarrow y' = +4 \sin(10-x)$ ■

2.d / (0.5p) $y = \sqrt[5]{x} + 8 \sin 2x =$
 $= x^{1/5} + 8 \sin 2x \rightarrow y' = \frac{1}{5} x^{(1/5-1)} + 2 \cdot 8 \cos 2x =$
 $= \frac{1}{5} x^{-4/5} + 16 \cos 2x \Leftrightarrow y' = \frac{1}{5 \sqrt[5]{x^4}} + 16 \cos 2x$ ■

3

[2p.]

(0.4p.) $y = -x^2 + 6x - 8$ 1.- TALL Y: $x=0 \rightarrow y=-8 \Rightarrow A(0, -8)$ ■

2.- TALL X: $y=0 \rightarrow -x^2 + 6x - 8 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot (-8)}}{2 \cdot (-1)} = \begin{cases} \uparrow = 4 \Rightarrow B(4, 0) \\ \downarrow = 2 \Rightarrow C(2, 0) \end{cases}$ (0.2p.) ■

3.- "BANYES": $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ (extrem: màxim) ■
 LIMIT: 0.2p. CONCLUSIÓ: 0.2p.

4.- EXTREM: $y' = -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6}{-2} = 3 ; y = -3^2 + 6 \cdot 3 - 8 = 1$
 DERIVADA: 0.2p. $\Rightarrow D(3, 1)$ (0.2p.) ■

\rightarrow on hi ha els ■

- Les conclusions només puntuen si s'han justificat
- A més a més, els punts A, B, C : D no puntuen si els valors trobats d' x, y són incorrectes o un dels dos falta.

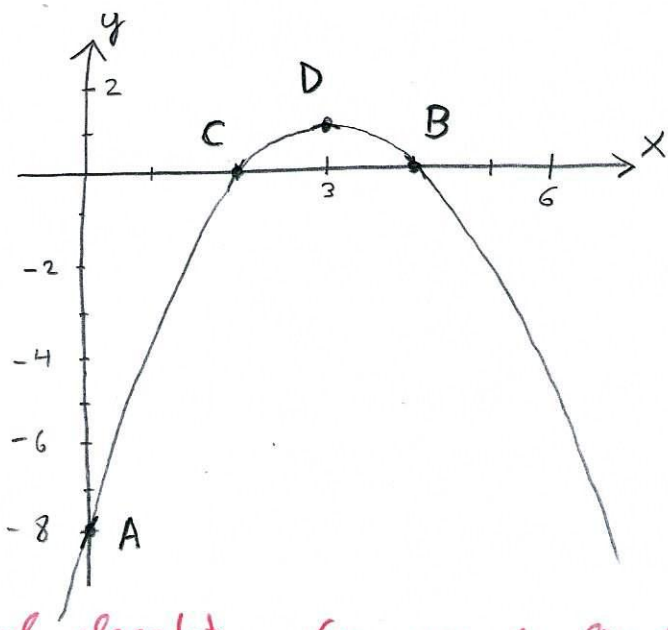
[Ji; 1-8-15] RESOLUCIÓ MODEL D'EXAMEN

Derivades
& Polinomis →

(3 - CONTINUACIÓ)

GRÀFICA:

0,4p.



- Els errors en el càlcul dels punts A, B, C i D no omossequen penalització aquí, però la gràfica ha de ser consistent amb els valors trobats, que s'han d'indicar amb claredat (per exemple ficant les coordenades al costat de cada punt, $(3,1)$, o amb lletres, D).
- Un error descomptarà 0,2 p.; dos o més errors descompten 0,4 p.

4

$$y = 16 - 2x^2$$

$y \rightsquigarrow E_c$ (J)
 $x \rightsquigarrow$ posició (m)

2p.

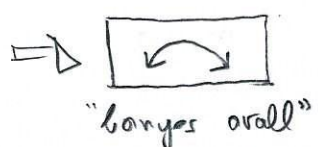
4.a

1p.

La funció és una paràbola, estudiem el

límit: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (16 - 2x^2) = -\infty \Rightarrow$

← LÍMIT: 0,5p.



\Rightarrow l'extrem és un màxim. ■

← CONCLUSIÓ: 0,5p.

Sense el límit, conclusió no puntua; límit mal però conclusió coherent: 0,5p., però cal dir la paraula!!

4.b

1p.

$y' = -4x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-4} = 0 \text{ m}$

← posició del MÀXIM. 0,4p.

DERIVADA: 0,2p.

$\Rightarrow y = 16 - 2 \cdot 0^2 = 16 \text{ J}$

← ENERGIA CINÈTICA MÀXIMA. 0,4p.

"màxim" o "mínim"

• sense procediment, $x=0$ i/o $y=16$ no puntuen; no s'amossequen penalitzacions