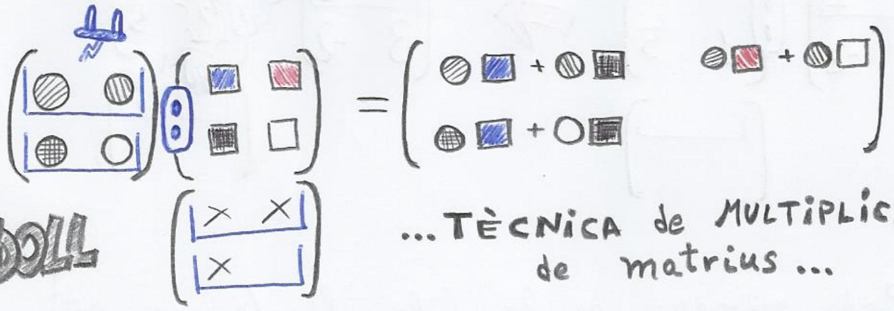
M2 - soci

RESUM:
«Mètode de l'ENDOLL
(MULTIPLICACIÓ de MATRIUS)»

L'ENDOLL



...TÈCNICA de MULTIPLICACIÓ de matrius...

> Volem multiplicar, posem per cas, les matrius
> $$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$ en l'ordre $A \cdot B$.

1r: Les escrivim l'una al costat de l'altra, i a sota de la segona (B) hi preparem la "matriu auxiliar", que ens ajudarà a portar el compte dels càlculs:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} =$$

"matriu auxiliar" → $\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

2n: El producte de matrius es fa fila a fila ("pis a pis"): comencem dibuixant ⊔ per a seleccionar-ne la primera (el "pis més alt") en la primera matriu (A). També dibuixem ⊔ en el pis més alt de la matriu auxiliar (que encara està buida):

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

3r: Ara imaginem que agafem aquesta fila com si fos un endoll mascle , i l'"endollem" en la primera columna de la matriu B:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ^{2\cdot}0 & -1 \\ ^{1\cdot}1 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \; \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \; \end{pmatrix}$$

PUM!!

PUM!!

4t: Cada número de la fila li fa un petó al número de la columna on l'endollem, és a dir: es multipliquen. Després del petó, es "relaxen" i cauen tots plegats al primer lloc buit que troben per sota a la matriu auxiliar: això representa una suma

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ^{2\cdot}0 & -1 \\ ^{1\cdot}1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 0 + 1\cdot 1 & \\ & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X & \\ & \end{pmatrix}$$

hi fem una creueta, volent dir que aquesta posició ja està ocupada, i apuntem el resultat de l'operació en la matriu producte, a la dreta del signe igual.

5è: Després continuem endollant la primera fila de la matriu A en totes les columnes de la B, repetint les operacions del petó i la caiguda (multiplicar i sumar, respectivament), apuntant al final la creueta en l'auxiliar i el resultat en la de la dreta:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 0 + 1\cdot 1 & 2\cdot(-1) + 1\cdot 5 \\ & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X & X \\ & \end{pmatrix}$$

E. RiA SABADELL

[dc; 9-IV-14]

M2 - soci

RESUM: « Mètode de l'ENDOLL (MULTIPLICACIÓ de MATRIUS) »

WSWXt'14

ii/ii

6è: Finalment, fem la marca $\sqcup$ en la segona fila de A i l'auxiliar, i repetim el procediment:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 0 + 1\cdot 1 & 2\cdot(-1) + 1\cdot 5 \\ 3\cdot 0 + (-2)\cdot 1 & \end{pmatrix} ;$$

$$\begin{pmatrix} \times & \times \\ \times & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 0 + 1\cdot 1 & 2\cdot(-1) + 1\cdot 5 \\ 3\cdot 0 + (-2)\cdot 1 & 3\cdot(-1) + (-2)\cdot 5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \times & \times \\ \times & \times \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -13 \end{pmatrix} \blacksquare$$

COMENTARIS:

- **Cal fer ampla la matriu producte**, per a que hi càpiguen totes les operacions: ( ) = ( ) no ×

  ( ) = (   ) sí ✓

- Hom diu que una matriu té **dimensió** $(m \times n)$ quan té m **files** (pisos) i n **columnes**; per exemple:

2 files $\left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{2 columnes}} \right.$ $\rightsquigarrow$ matriu (2×2)

2 files $\left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}}_{\text{3 columnes}} \right.$ $\rightsquigarrow$ matriu (2×3)

$\left. \underbrace{\begin{pmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}}_{\text{3 columnes}} \right\}$ 3 files $\rightarrow$ matriu 3×3

1 fila $\underbrace{\begin{pmatrix} 6 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}}_{\text{4 columnes}}$ $\rightsquigarrow$ matriu (1×4)

▸ Hem explicat la tècnica de l'endoll amb un exemple de matrius 2×2; el resultat era una altra matriu 2×2. Es poden multiplicar matrius d'unes altres dimensions, però no totes les combinacions són possibles: cal que la primera matriu s'endolli bé amb la segona:

$$\underbrace{\underset{3\times 2}{\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}} \quad \underset{2\times 3}{\begin{pmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}}}_{\text{aquestes s'endollen bé !!}} \qquad\qquad \underbrace{\underset{3\times 2}{\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}} \quad \underset{3\times 2}{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}}}_{\text{aquestes no poden endollar-se.}}$$

En general, el nombre de columnes de la 1a matriu ha de ser igual al nombre de files de la 2a:

$$(m\times s)\cdot(s\times n)$$

▸ La tècnica de l'endoll també ens permet veure ràpidament la dimensió del resultat: tindrà, clarament, el mateix nombre de files (de "pisos") que la primera, i serà igual d'ampla (nombre de files) que la segona:

$$\begin{pmatrix} \bigcirc & \bigcirc \\ \bigcirc & \bigcirc \\ \bigcirc & \bigcirc \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) \\ (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) \\ (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) & (\bigcirc\square+\bigcirc\square) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \end{pmatrix}$$

La matriu auxiliar ha de ser necessàriament igual d'ampla que la que té per sobre.

En dimensions, aquest producte seria: $\boxed{(3\times 2)\cdot(2\times 4)=(3\times 4)}$

aquests números, que és per on les matrius "s'endollen", han de ser iguals, i desapareixen en la matriu producte

▸ Simbòlicament, podem dir que en general les dimensions d'un producte de matrius $A\cdot B = M$ seran:

$$\boxed{(m\times s)\cdot(s\times n)=(m\times n)}$$

A.- Què és "TRIANGULAR UNA MATRIU"

▶ La diagonal principal d'una matriu: Si imaginem que ens situem sobre el primer element de la f_1 d'una matriu, i anem baixant cap a la dreta com si es tractés d'una escala, reconeixem el que es coneix com la "diagonal principal":

$$\underset{2\times 2}{\begin{pmatrix} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{pmatrix}}, \quad \underset{3\times 3}{\begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}}, \quad \underset{2\times 3}{\begin{bmatrix} \triangle & \triangle & \triangle \\ \triangle & \triangle & \triangle \end{bmatrix}} \ldots$$

(La definició rigorosa és que es tracta del conjunt de tots els elements de la matriu tals que el nombre de la fila que ocupen és el mateix que el de la columna).

▶ "Triangular una matriu": és aplicar sobre una matriu una sèrie d'operacions (per exemple, les del "mètode de Gauss"), de manera que la matriu resultant per sota de la diagonal principal només tingui zeros:

Dimensió	MATRIUS sense triangular		MATRIUS triangulades
2×2	$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$	$\Rightarrow$	$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$
3×3	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$	$\Rightarrow$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -15 \end{pmatrix}$
2×3	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -7 \end{pmatrix}$	$\Rightarrow$	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & -7 \\ 0 & -14 & 23 \end{pmatrix}$

B.- Mètode de Gauss

El mètode de Gauss és un conjunt d'operacions que podem aplicar a qualsevol matriu per a triangular-la, així com una estratègia concreta per a dur a terme aquesta triangulació.

▶ Les operacions vàlides:

a) Intercanviar dues files.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 3 & 0 & 7 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix} \xrightarrow{f_1 \leftrightarrow f_2} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix}$$

la nova f_1 és l'antiga f_2, i la nova f_2 és l'antiga f_1.

b) Multiplicar una fila per un número que no sigui zero.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 3 & 0 & 7 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix} \xrightarrow{f_1 \to 2 \cdot f_1} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 16 \\ 3 & 0 & 7 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix}$$

la nova f_1 és l'antiga multiplicada per 2.

c) Sumar-li o restar-li a una fila qualsevol de les altres.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 3 & 0 & 7 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix} \xrightarrow{f_2 \to f_1 + f_2} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 5 & 1 & 15 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix}$$

la nova f_2 és l'antiga f_2 a la que li hem sumat la f_1.

d) Combinació de (b) i (c): multipliquem una fila per un número i li'n ~~resta~~ sumem o restem una altra multiplicada per un altre número.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 3 & 0 & 7 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix} \xrightarrow{f_2 \to 2f_2 - 3f_1} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & -10 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{matrix}$$

la nova f_2 és l'antiga multiplicada per 2, i a la qual li hem restat f_1 multiplicada per 3.

podem fer el càlcul apart, per a no equivocar-nos:

$$\begin{array}{rrrr} -3 \cdot f_1: & -6 & -3 & -24 \\ 2 \cdot f_2: & 6 & 0 & 14 \\ \hline & 0 & -3 & -10 \end{array}$$

E. PiA SABADELL

dj ; 10-IV-14

M2 - soci

RESUM: « Mètode de Gauss per a TRIANGULAR MATRIUS »

ii / ii

L'estratègia de triangulació:

Produirem els zeros sota la diagonal aplicant les darreres operacions de manera ordenada:

- **Primerament**, farem zeros sota el 1r element de la diagonal : Ho aconseguirem aplicant l'operació (d) amb f_1 i cadascuna de les altres files.

  Exemple: sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$, que hem de triangular. Començarem fent un zero al primer element de la segona fila :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_2 \to f_2 - 2f_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 8 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rrrr} -2f_1: & -2 & -4 & 2 \\ f_2: & 2 & 3 & 6 \\ \hline & 0 & -1 & 8 \end{array}$$

  Ara, fem un altre zero en el primer element de la tercera fila :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 8 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3 \to f_3 - 3f_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rrrr} -3f_1: & -3 & -6 & 3 \\ f_3: & 3 & 4 & -2 \\ \hline & 0 & -2 & 1 \end{array}$$

- **A continuació**, fem zeros sota el segon element de la diagonal seguint el mateix procediment que abans: ara, aplicarem l'operació (d) amb la f_2 i les files que li queden per sota.

En el nostre exemple, com que la matriu que estem triangulant és 3×3, tan sols ens caldrà fer un zero en el 2n element de la f_3, i haurem acabat la triangulació:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_3 \to f_3 - 2f_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 2 & -16 \\ 0 & -2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & -15 \end{array}$$

- **Comentaris:**

1.- Triangular matrius serveix, entre altres coses, per a resoldre sistemes d'equacions. Això ens permet entendre que, de la mateixa forma que hi ha moltes maneres diferents de resoldre un sistema, totes vàlides, el procés de triangular una mateixa matriu no té un únic resultat possible.

2.- Molt sovint, abans de fer zeros amb (d), ens resultarà interessant intercanviar dues files. Per exemple, si tenim un zero al primer element de f_1, no podem triangular, i per això intercanviarem f_1 amb alguna altra fila:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 7 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 9 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_1 \leftrightarrow f_2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

així no es pot començar a triangular!

així ja podem ☺

3.- De vegades, també multiplicarem (o dividirem) tota una fila per un número, per a facilitar els càlculs.

Per exemple:

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 7 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_1 \to \frac{1}{3} \cdot f_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 7 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

així, fer zeros a la primera columna serà molt més senzill.

E. PiA SABADELL

dj; 10 - IV - 14

M2 - soci

« PROPIETATS d'algunes OPERACIONS amb MATRIUS vistes a classe. »

$k \cdot A = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$

i/ii

---

① MULTIPLICACIÓ (o "producte") de MATRIUS:

$$\begin{bmatrix} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} (\circ\square + \circ\square) & (\circ\square + \circ\square) \\ (\circ\square + \circ\square) & (\circ\square + \circ\square) \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix}$$

▶ La definició del producte de dues matrius A $(m \times s)$ i B $(s \times n)$ — necessitem que A tingui el mateix nombre de columnes que B de files, altrament el producte no està definit — es pot fer amb la tècnica de l'endoll, que ja coneixem.

▶ Equivalentment, hi ha una definició més formal (no és necessari aprendre-la per a l'examen):

1r, definim així el producte d'una fila per una columna:

$$(a_1, a_2, \ldots, a_s) \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_s \end{bmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_s b_s$$

que dóna un escalar (un número).

2n, direm que el producte AB donarà una matriu M $(m \times n)$ tal que l'element de la seva fila i-èsima i columna j-èsima es calcula fent el producte de la fila i-èsima de A per la columna j-èsima de B.

▶ PROPIETATS del producte de matrius:

nota: sempre que les dimensions de les matrius implicades permetin "endollar-les"

i) associativa: $\boxed{(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)}$

ii) no és commutativa: no sempre serà veritat que $A \cdot B$ doni el mateix que $B \cdot A$.

iii) distributiva respecte de la suma de matrius:

- a esquerra: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
- a dreta: $(B + C) \cdot A = B \cdot A + C \cdot A$

iv) element neutre: la matriu I ("identitat") deixa intacta una altra matriu quan la multiplica: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

② PRODUCTE D'ESCALARS per MATRIUS

o sigui: nombres reals

kA - fé para todos!!

Signi $k \in \mathbb{R}$ i A una matriu qualsevol. Llavors, el producte kA dóna una altra matriu, cadascun dels elements de la qual són els que hi havia en A, però multiplicats per k:

$$k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}.$$

▶ PROPIETATS:

i) distributiva respecte de la suma de matrius:

$$\boxed{k(A+B) = kA + kB} \qquad (A \text{ i } B \text{ són matrius})$$

ii) distributiva respecte de la suma de nombres:

$$\boxed{(k+p)A = kA + pA} \qquad (k \text{ i } p \text{ són nombres})$$

③ LA SUMA (i RESTA) de MATRIUS

Dues matrius A i B es poden sumar si tenen la mateixa dimensió, $(m \times n)$, i es sumen component a component, donant com a resultat una altra matriu $(m \times n)$. Això és: el 1r element de la 1a fila del resultat es calcula sumant el 1r element de la 1a fila de A amb el 1r element de la 1a fila de B; el 2n de la 1a, sumant el 2n de la 1a de A amb el 2n de la 1a de B, etc:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m & n \\ s & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a+m) & (b+n) \\ (c+s) & (d+t) \end{pmatrix}.$$

▶ PROPIETATS:

i) commutativa: $\boxed{A+B = B+A}$

ii) associativa: $\boxed{A+(B+C) = (A+B)+C}$

iii) element neutre: la matriu "nul·la", 0, que té tots els seus elements iguals a zero: $A + 0 = A$

iv) element oposat: si multipliquem A per -1, trobem la matriu "oposada" de A, $\boxed{-A = (-1)\cdot A}$. Verifica que:

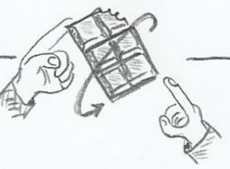
$A + (-A) = 0$. ⇐ això permet definir la resta de matrius: $A - B = A + (-B)$.

E. PIA SABADELL

[dj; 10 - IV - 14]

M2 - soci

«PROPIETATS d'algunes OPERACIONS amb MATRIUS vistes a classe»



4 TRANSPOSICIÓ de MATRIUS

▶ Quan transposem una matriu qualsevol $(m \times n)$ —per exemple, una 3×2: $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$—, n'obtenim una altra de dimensió $(n \times m)$ —en l'exemple, seria: $\boxed{\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}}$—.

▶ Per a definir l'operació de transposar una matriu, podem imaginar-nos que aquesta és una tauleta de xocolata i l'agafem entre les puntes dels nostres dits índexs, que fiquem al vèrtex superior esquerre i inferior dret, els quals queden fixats: $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Longrightarrow$  $\Longrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 7 & 6 & 1 \end{bmatrix}_c$

... després, la fem girar, i ens preguntem on ha anat a parar cada element.

▶ Formalment, la definició diu que l'element de la fila i-èsima i la columna j-èsima de la matriu A original passa a trobar-se a la fila j-èsima i la fila i-èsima en la matriu transposada, A^t. (Per a l'examen no cal aquesta definició).

▶ Propietats:

i) la transposada de la matriu transposada és la matriu original: $\boxed{(A^t)^t = A}$

ii) la transposada de la suma és la suma de les transposades: $\boxed{(A+B)^t = A^t + B^t}$

iii) compte amb la transposada del producte!!: $\boxed{(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t}$ ← canvia l'ordre!!

▶ Alguns exemples:

$$(1\ 2\ 3\ 4)^t = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 2 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \\ 7 & 9 & 5 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 1 & 6 & 9 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$