ESCOLA PIA SABADELL	Data: *dm, 1-IV-2014*	Puntuació
Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials Prova: «Progr. Lineal & Stmes Ineqs. Lineals»	Alumne: Curs: *2n Batxillerat*	

A. Construïm en el pla el triangle de vèrtexs $A(-2,1)$, $B(2,2)$, $C(-1,3)$.

A1. Representa'l en el diagrama cartesià de la pàgina següent. [*1 punt*]

A2. Aquest triangle, juntament amb l'àrea que conté, constitueix una regió del pla que és la solució d'un sistema d'inequacions lineals. Troba raonadament aquest sistema. [*3 punts*]

A3. Siguin els punts $P(-1,2)$ i $Q(2,3)$. Clarament, cap d'ells és vèrtex del nostre triangle, però podrien ser interiors, exteriors o "de vora" (si pertanyen a un costat). Digues quin tipus de punt és cadascun, i justifica-ho adientment amb el sistema d'inequacions que has trobat en la pregunta anterior. [*1 punt*]

A4. Sigui la funció objectiu $f(x,y) = -4x + 2y$.

a) Quin és el seu valor màxim a la regió factible definida pel nostre triangle? [0,5 *punts*].

b) Digues en quin punt o punts de la regió factible s'assoleix aquest màxim. [0,5 *punts*]

B. La primera gira de *Polp i Talp* ha estat un èxit i els ajuntaments dels pobles **1** i **2** volen tornar a contractar-los per a fer més actuacions.

Recordem que cada vegada que actuaven al poble **1**, gastaven ½ litres de benzina amb la moto, i cada vegada que anaven al **2** en gastaven 1. Ara, però, compten amb una garrafa de 6 litres per a tota la gira.

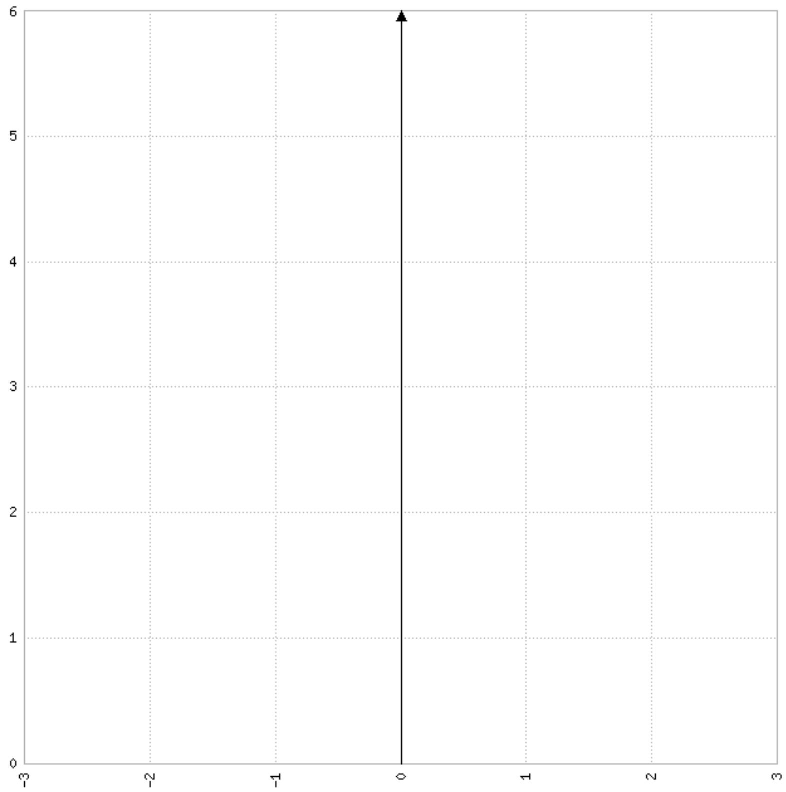
A més a més, cada vegada que actuen al poble **1** inverteixen dos dies de viatge, i quan van al **2** n'inverteixen un. En aquesta ocasió, però, disposen de 12 dies tot plegat per a organitzar l'agenda d'actuacions de la nova gira.

Finalment, ara l'ajuntament del poble **1** els pagarà 400 € per actuació, mentre que el del poble **2** els pagarà 410 €.

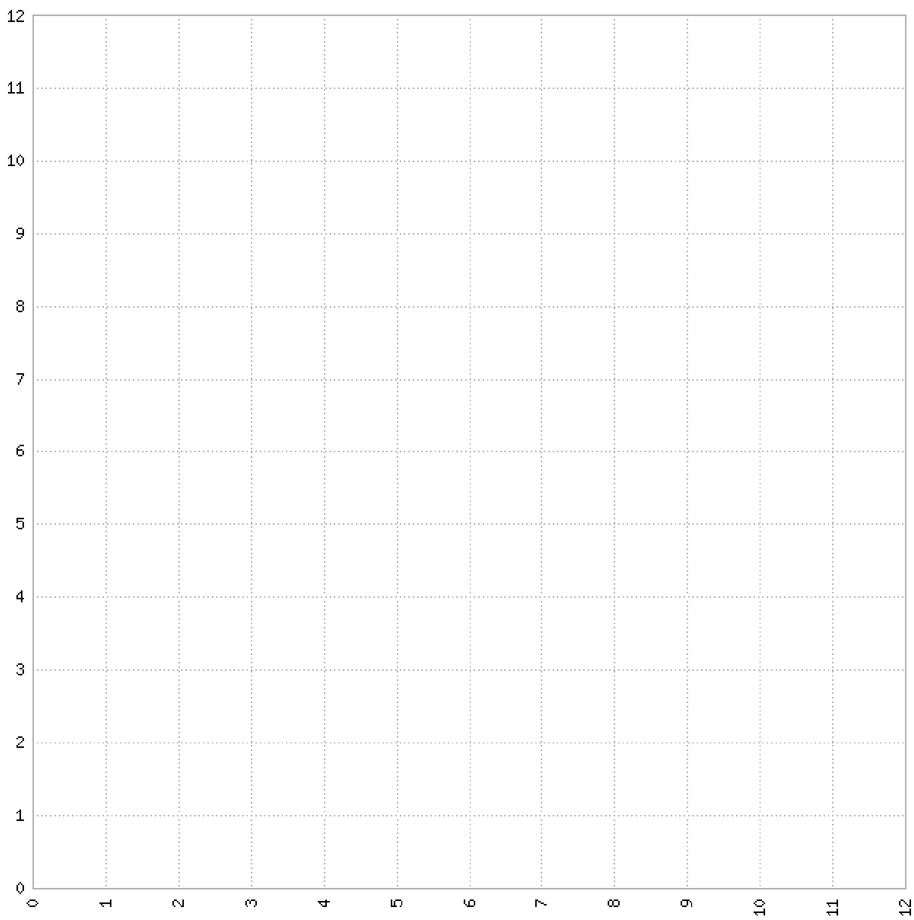
Quina és la combinació de nombre de visites al poble **1** i al poble **2** que els permet obtenir el màxim benefici en aquesta gira? Quin és aquest benefici màxim?

[*Puntuació:* *1 punt:* *escriure la f. objectiu + totes les restriccions.*
1,5 punts: *representació gràfica regió factible + coordenades dels vèrtexs (pots fer la gràfica en el diagrama de pàg. següent).*
1,5 punts: *solucionar el problema de maximització.*]

A-bis. Diagrama cartesià on pots fer la representació (només aquí sí està permés el llapis!):



B-bis. Diagrama cartesià on pots fer la representació (només aquí sí està permés el llapis!):



E. PIA SABADELL

[30 de març de 2014; dg]

M2 - Soci

WSWR+'14

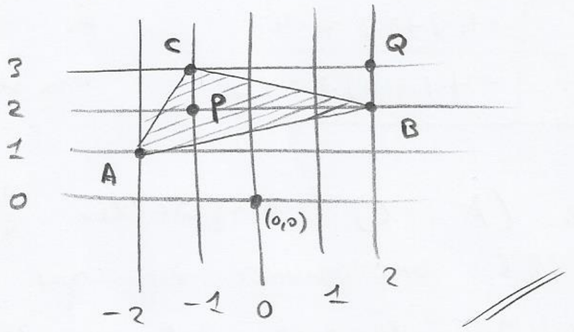
i/i

RESOLUCIÓ examen $\boxed{T5}$ i $\boxed{T6}$:
- Programació Lineal.
- Sistemes d'Inegs. Lineals.

$\boxed{A.}$ triangle

A $(-2, 1)$
B $(2, 2)$
C $(-1, 3)$

A.1/ Representació:



P $(-1,2)$
Q $(2,3)$

A.2/ Sistema d'inequacions:

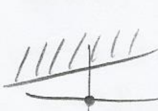
- **AC**: $m=2$, $1 = 2\cdot(-2)+n \to n = 5 \to \boxed{y = 2x+5}$

(0,0) per sota ✓:
$$\left.\begin{array}{l} y \;\square\; 2x+5 \\ 0 \;\boxed{\le}\; 0+5 = 5 \end{array}\right\} \to \boxed{y \le 2x+5}$$
inequació ① (AC)

- **CB**: $m = -\frac{1}{3}$, $2 = -\frac{1}{3}\cdot 2 + n \to n = 2 + \frac{2}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{8}{3} \to \boxed{y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}}$

(0,0) per sota ✓:
$$\left.\begin{array}{l} y \;\square\; -\frac{1}{3}x+\frac{8}{3} \\ y \;\boxed{\le}\; 0+\frac{8}{3} = \frac{8}{3} \end{array}\right\} \to \boxed{y \le -\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}}$$
ineq. ② (CB)

- **AB**: $m = \frac{1}{4}$, $2 = \frac{1}{4}\cdot 2 + n \to n = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \to \boxed{y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}}$



(0,0) per sota ✗ ⇒
⇒ li farem "la contra":
$$\left\{\begin{array}{l} y \;\square\; \frac{1}{4}x+\frac{3}{2} \\ 0 \;\boxed{\le}\; 0+\frac{3}{2} = \frac{3}{2} \\ \quad\downarrow \\ \boxed{\ge} ✓ \end{array}\right\} \to \boxed{y \ge \frac{1}{4}x+\frac{3}{2}}$$
ineq. ③ (AB)

L'àrea definida pel triangle estudiat és solució del sistema:
$$\begin{cases} y \le 2x + 5 \\ y \le -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3} \\ y \ge \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

A.3/ punts P i Q:

- $P(-1,2)$ és interior, doncs verifica sense fer $\boxed{=}$ totes les inegs.:
$$\begin{cases} ① : & 2 \le 2\cdot(-1)+5 = 3 ✓ \\ ② : & 2 \le -\frac{1}{3}\cdot(-1)+\frac{8}{3} = 3 ✓ \\ ③ : & 2 \ge \frac{1}{4}\cdot(-1)+\frac{3}{2} = 1{,}25 ✓ \end{cases}$$

- $Q(2,3)$ és exterior, doncs ...

↘ ... donc no verifica una de les inegs.: ②: $\boxed{3 \underset{③}{\leq} -\frac{1}{3}\cdot 2+\frac{8}{3}=2}$ FALS!!

A.4/ $f(x,y) = -4x+2y$

vèrtex	$f(x,y)$
A $(-2,1)$	$-4\cdot(-2)+2=10$
B $(2,2)$	$-4\cdot 2+2\cdot 2=-4$
C $(-1,3)$	$-4\cdot(-1)+2\cdot 3=10$

a/ segons el teorema de P&C per a regions factibles acotades, podem dir que el valor màxim és $f=10$ (donc és el més alt assolit als vèrtexs).

b/ dos vèrtexs (A i C) comparteixen $f=10$. Per tant, el teorema de P&C ens permet dir que el màxim de $f(x,y)$ s'assoleix en tots els punts del segment que té A i C per extrems.

B.

POLP i TALP

x: visites poble 1
y: " " 2

	x	y	límit
benzina:	$\frac{1}{2}$ l	1 l	6 l
dies:	2	1	12
benefici:	400 €	410 €	

$\Rightarrow$

funció objectiu: $f(x,y) = 400x+410y$

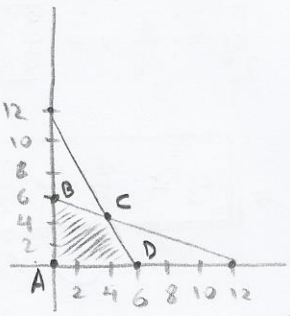
restriccions:

$\frac{1}{2}x+y\leq 6 \longrightarrow$ p. tall: $(0,6)$, $(12,0)$: (0,0) sí ✓ $0+0\leq 6$

$2x+y\leq 12 \longrightarrow$ p. tall: $(0,12)$, $(6,0)$: (0,0) sí ✓ $0+0\leq 12$

$x\geq 0;\ y\geq 0 \longrightarrow$ eixos; 1r quadrant

• REGIÓ FACTIBLE, coordenades dels vèrtexs:



vèrtex	$f(x,y)$ = benefici (€)
A $(0,0)$	0
B $(0,6)$	$6\cdot 410 = 2460$
C $(4,4)$	$4\cdot 400+4\cdot 410 = 3\,240$
D $(6,0)$	$6\cdot 400 = 2\,400$

El teorema de P&C ens permet afirmar que el valor màxim del benefici seran 3 240 €, i s'assolirà quan Polp i Talp facin 4 visites a cada poble.

Solució del sistema:

$\frac{1}{2}x+y=6 \rightarrow \boxed{y=6-\frac{1}{2}x} = 6-\frac{1}{2}\cdot 4 = \boxed{4}$

$2x+y=12 \rightarrow 2x+6-\frac{1}{2}x=12 \rightarrow$

$\rightarrow \frac{3}{2}x=6 \rightarrow \boxed{x=\frac{12}{3}=4}$