1 ECUACIONES CON LOGARITMOS (Ejercicios básicos)

1.a) $e^x = 6$ **1.b)** $2e^x = 6$ **1.c)** $2e^{-x} = 6$

1.d) $7e^{-4x} = 5$ **1.e)** $4e^{5x} - 3e^{2x} = 0$ **1.f)** $e^{2x} = 3e^x - 2$

1.g) $e^x = -3$ **1.h)** $\ln x = 2$ **1.i)** $6 \ln x = 1$

1.j) $\ln(x+1) = 60$ **1.k)** $\ln x^3 = 1$ **1.l)** $\ln(x^2 - 1) = 2$

1.m) $\ln x + \ln 3x = 4$ **1.n)** $\frac{\ln 2x^2}{\ln 5x} = 1$

2 LEY EXPONENCIAL de DESINTEGRACIÓN (Ejercicios básicos)

2.a) Tenemos inicialmente 2 kg de una substancia radiactiva de $\lambda = 40\ \text{días}^{-1}$.
(i) ¿Cuánto tiempo tarda en reducirse a la mitad?
(ii) ¿Qué cantidad nos queda una hora después del inicio del experimento?
[R.: i) 0,017 días ii) 0,378 kg]

2.b) Tenemos una substancia con $\lambda = 65\ \text{s}^{-1}$. ¿En cuánto tiempo su población se reduce a la mitad? [R.: $1{,}07 \cdot 10^{-2}$ s]

2.c) Tenemos 10^{20} núcleos de una substancia radiactiva, y en 6 años nos quedan 10^{18} núcleos. **(i)** ¿Cuánto vale λ? **(ii)** ¿Cuál es la vida media de un núcleo? [R.: i) $\lambda = 0{,}768\ \text{años}^{-1}$ ii) $\tau = 476\ \text{días}$]

2.d) Tenemos una substancia que en 50 días reduce su población inicial a la quinta parte. ¿Cuál es su periodo *T*? [R.: 21,5 días]

2.e) Una substancia de $M = 4\ \text{u}$ se desintegra con una vida media de 6 años. Si inicialmente tenemos 4 kg, ¿cuántos átomos tenemos en dos semanas?
[R.: $5{,}984 \cdot 10^{26}$ átomos]

2.f) Sabemos que en una muestra de una substancia radiactiva el 23º día queda tres veces menos cantidad que el segundo. ¿Cuál es su λ ?
[R.: $0{,}0523\ \text{días}^{-1}$]

2.g) Tenemos un mol de una substancia de $\lambda = 2\ \text{horas}^{-1}$. ¿Cuál es su actividad? ¿Y cuando han pasado 0,347 s?
[R.: $A_0 = 3{,}3456 \cdot 10^{20}$ Bq; $A = 3{,}3449 \cdot 10^{20}$ Bq]

2.h) La actividad actual de una muestra es la quinta parte que cuando empezó el experimento. ¿Cuántos días hace que empezó si sabemos que $\lambda = 3{,}10 \cdot 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$? [R.: 6,01 días]

2.i) Una substancia se desintegra a $6 \cdot 10^{15}$ Bq. Si tenemos 5 moles de partida, ¿cuántos nos quedarán en 2 años? ¿Y cuántos núcleos nos quedarán? [R.: 4,41 moles; $2{,}77 \cdot 10^{24}$ núcleos]

2.j) Tenemos 3 moles de una substancia radiactiva *a* de periodo $T = 15$ días. Por cada átomo de *a* que se desintegra, aparece uno de la substancia *b*.
(i) ¿Cuántos moles de *b* tendremos en 30 días? **(ii)** ¿A qué ritmo aparecen los átomos de *b* al principio del experimento? ¿Y el 10º día?
[R.: i) 2,25 moles ii) 1º día: $9{,}66 \cdot 10^{17}$ átomos/s; 10º día: $6{,}09 \cdot 10^{17}$ átomos/s]

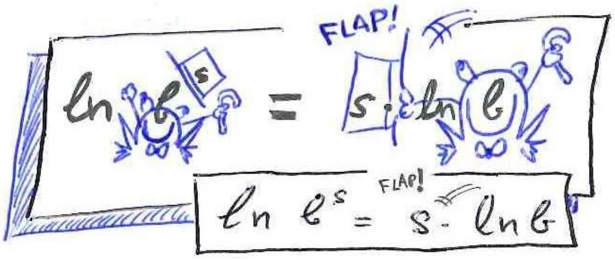
LOGARITME NEPERIÀ:

1) $e^x = a \longleftrightarrow x = \ln a$

2) $\ln b^s = s \cdot \ln b$

3) $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$

(**PROPIETATS** més importants)



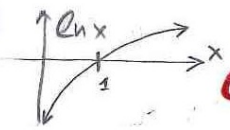
– Algunes altres propietats:

iv) $\ln \sqrt[m]{a} = \frac{1}{m} \ln a$

v) $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

vi) $\ln 1 = 0$ vii) $\ln e = 1$ viii) $e^{\ln a} = a$

ix) $-\ln a = \ln \frac{1}{a}$ x) $\ln a = \ln b \rightarrow a = b$

xi) 

⚠: $\nexists \ln x$ si $x \leq 0$

▶ **RESOLUCIONS:** **1.a/** $e^x = 6 \rightarrow x = \ln 6 = 1{,}79$; **1.b/** $2e^x = 6 \rightarrow$ $\rightarrow e^x = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow x = \ln 3 = 1{,}10$; **1.c/** $2e^{-x} = 6 \rightarrow e^{-x} = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow$ $\rightarrow \frac{1}{e^x} = 3 \rightarrow e^x = \frac{1}{3} \rightarrow x = \ln \frac{1}{3} = -1{,}10$; **1.d/** $7e^{-4x} = 5 \rightarrow \frac{7}{5} = e^{4x} \rightarrow$ $\rightarrow 4x = \ln \frac{7}{5} \rightarrow x = \frac{1}{4} \ln \frac{7}{5} = 0{,}084$; **1.e/** $4e^{5x} - 3e^{2x} = 0 \rightarrow$ $\rightarrow 4e^{5x} = +3e^{2x} \rightarrow \frac{e^{5x}}{e^{2x}} = +\frac{3}{4} \rightarrow e^{(5-2)x} = \frac{3}{4} \rightarrow 3x = \ln \frac{3}{4} \rightarrow x = \frac{1}{3} \ln \frac{3}{4} =$ $= -0{,}096$; **1.f/** $e^{2x} = 3e^x - 2 \rightarrow e^{2x} - 3\underbrace{e^x}_{=y} + 2 = 0 \rightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} y_1 = \frac{3+1}{2} = 2 = e^{x_1} \rightarrow x_1 = \ln 2 = 0{,}69 \\ y_2 = \frac{3-1}{2} = 1 = e^{x_2} \rightarrow x_2 = \ln 1 = 0 \end{cases};$$

1.g/ $e^x = -3 \rightarrow x = \ln(-3)$: $\nexists$ solució; **1.h/** $\ln x = 2 \rightarrow x = e^2 = 7{,}39$;

1.i/ $6 \ln x = 1 \rightarrow \ln x = 1/6 \rightarrow x = e^{1/6} = 1{,}18$; **1.j/** $\ln(x+1) = 60 \rightarrow$ $\rightarrow x + 1 = e^{60} \rightarrow x = e^{60} - 1 = 1{,}14 \cdot 10^{28}$; **1.k/** $\ln x^3 = 1 \rightarrow 3 \ln x = 1$ $\rightarrow \ln x = 1/3 \rightarrow x = e^{1/3} = 1{,}40$; **1.l/** $\ln(x^2 - 1) = 2 \rightarrow x^2 = 1 + e^2 \rightarrow$ $\rightarrow x = \pm\sqrt{1 + e^2} = \pm 2{,}90$; **1.m/** $\ln x + \ln 3x = 4 \rightarrow \ln(x \cdot 3x) = 4$ $\rightarrow \ln(3x^2) = 4 \rightarrow \ln 3 + \ln x^2 = 4 \rightarrow 2 \ln x = 4 - \ln 3 \rightarrow$ $\rightarrow x = e^{(2 - \frac{1}{2}\ln 3)} = e^2 e^{-\frac{1}{2}\ln 3} = e^2 e^{\ln \frac{1}{\sqrt{3}}} = e^2 \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{e^2}{\sqrt{3}} = 4{,}27$;

1.n/ $\frac{\ln 2x^2}{\ln 5x} = 1 \rightarrow \ln 2x^2 = \ln 5x \rightarrow \ln 2x^2 - \ln 5x = 0 \rightarrow$ $\rightarrow \ln\left(\frac{2}{5} \frac{x^2}{x}\right) = 0 \rightarrow \ln \frac{2}{5} + \ln \frac{x^2}{x} = 0 \rightarrow \ln x = -\ln \frac{2}{5} = \ln \frac{5}{2} \rightarrow$ $\rightarrow x = \frac{5}{2}$.