Problemas & Resoluciones de ONDAS

(Física, PAU-UNED 2013 & 14, «ON»)

► **CONTENIDOS:** En la tabla siguiente, los problemas del año *2013* aparecen con los nombres **ON-01** a **ON-19**. Los del *2014* se corresponden con **ON'-20** a **ON'-30**.

La página referida para los problemas del *2013* se refiere al Dossier de la Academia; la de los problemas del *2014* se corresponde al pdf de la web en el cual están todos los enunciados y soluciones de este año ordenados.

El contenido temático de cada problema se especifica en la columna de "Comentarios".

Los años 2013 y 2014 sólo aparecieron 14 tipos diferentes de problema, representados por los que están en negrita en la tabla: **ON-01**, **ON-02**, **ON-04**, etc.

NOMBRE	mod.	op.	probl.	pág.	Comentarios
ON-01	1	A	4	*99*	Difs entre on trans/long; mec/e.m.
ON-02	2	B	3	*102*	$y(0,0)$, sgn[$v(0,0)$] ==> $y(x,t)$
ON-03	3	A	4	*105*	similar al ON-02
ON-04	4	A	3	*108*	$y(0,0)$, sgn[$v(0,0)$] ==> $y(x,t)$
ON-05	5	B	3	*111*	idéntico al ON-01
ON-06	6	A	4	*114*	similar al ON-04
ON-07	7	A	4	*117*	v_p, $y(x,3)$ ==> $y(x,t)$
ON-08	8	B	4	*120*	similar al ON-07
ON-09	9	B	3	*132*	$y(0,t)$, v_p ==> $y(x,t)$
ON-10	10	A	3	*133*	$y(x,t)$ ==> ***v_p***, $y(2,t)$
ON-11	11	B	4	*122*	idéntico al ON-09
ON-12	12	B	3	*124*	$y(0,0)$, sgn[$v(0,0)$] ==> $y(x,t)$
ON-13	13	A	4	*127*	similar al ON-12
ON-14	14	A	4	*129*	$y(x,t)$ ==> $y(0,t)$, $y(3,2)$
ON-15	15	A	4	*137*	ef Doppler
ON-16	16	A	4	*140*	similar al ON-14
ON-17	17	B	2	*142*	similar al ON-15
ON-18	19	A	3	*146*	ondas sonoras (conceptual)
ON-19	20	B	2	*150*	ef Doppler, romper barrera sonido
ON'-20	1	A	3	*2*	Principio de Huygens; ondas planas
ON'-21	8	B	3	*57*	Principio de Huygens; ondas circ
ON'-22	9	B	3	*64*	similar al ON-12
ON'-23	13	B	3	*97*	similar al ON-09

ON'-24	14	B	3	*106*	idéntico al ON'-22
ON'-25	15	A	3	*114*	Ondas estacionarias: teoría
ON'-26	16	A	3	*121*	similar al ON-02
ON'-27	17	B	3	*130*	similar al ON-07
ON'-28	18	A	3	*138*	idéntico al ON'-27
ON'-29	19	B	4	*146*	idéntico al ON'-26
ON'-30	20	B	3	*154*	idéntico al ON'-25

► ON-01 [m01—A4; *pág.99*]

4. Explicar muy brevemente la principal diferencia entre:
- Ondas transversales y ondas longitudinales. (**1 punto**)
- Ondas mecánicas y ondas electromagnéticas. (**1 punto**)

Solución

En las ondas transversales la perturbación que se propaga es perpendicular a la dirección de propagación, mientras que en las ondas longitudinales la perturbación tiene la misma dirección.
Para la propagación de las ondas mecánicas es necesario un medio material, mientras que en el caso de las ondas electromagnéticas no es necesario, estas se propagan en el vacío.

► ON-02 [m02—B3; *pág.102*]

3. Supongamos que hacemos oscilar verticalmente el extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda tensa, situada horizontalmente, realizando un movimiento armónico simple de frecuencia 10 Hz y amplitud 5 cm. En el instante inicial ($t=0$) el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo y se mueve hacia abajo. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada y la velocidad de propagación, sabiendo que la distancia entre dos picos consecutivos es de 20 cm. (**2,5 puntos**)

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx-\omega t+\delta)\,.$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$A = 0{,}05 \text{ m}$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}2}=31{,}4 \text{ rad/m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 62{,}8 \text{ rad/s}$$

δ=0 rad (porque se mueve hacia abajo, velocidad negativa)

por lo que la función de onda será

$$y(x,t)=0{,}05 \text{ sen}(31{,}4x-62{,}8t) \text{ m}\,.$$

La velocidad de propagación será

$$v=\lambda f = 2 \text{ m/s}\,.$$

► ON-03 [m03—A4; *pág.105*] (Nota: parecido al **ON-02**)

4. Supongamos que hacemos oscilar verticalmente el extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda tensa, situada horizontalmente, realizando un movimiento armónico de amplitud 10 cm y 10 oscilaciones por segundo. En el instante inicial ($t=0$) el desplazamiento vertical del extremo que oscila es máximo. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada sabiendo que en 5 s la onda recorre una distancia de 10 m. (**2,5 puntos**)

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta).$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$A = 0,1 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 62,8 \text{ rad/s}$$

$$\delta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Para calcular el número de onda k necesitamos la longitud de onda, dato que podemos calcular a partir de la velocidad de la onda

$$v = \frac{s}{t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}$$

Como $v = \lambda f$ tenemos que

$$\lambda = \frac{v}{f} = 0,2 \text{ m} \quad \rightarrow \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 31,4 \text{ rad/m}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,1 \text{ sen}(31,4x - 62,8t + \frac{\pi}{2}) \text{ m}.$$

► ON-04 [m04—A3; *pág.108*]

3. Supongamos que tensamos una cuerda de masa 200 g y longitud 40 cm sujetando el extremo izquierdo y tirando del extremo derecho con una fuerza de 2 N. Ahora hacemos oscilar verticalmente el extremo izquierdo (origen de coordenadas) con un movimiento armónico simple de periodo 0,1 s y amplitud 5 cm. En el instante inicial ($t = 0$) el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo moviéndose hacia abajo. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada. **(2,5 puntos)**

Datos: La velocidad v de una onda en una cuerda de densidad de masa lineal μ (masa por unidad de longitud) sometida a una tensión F es $v = \sqrt{F/\mu}$.

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta).$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$A = 0,05 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi / 0,1 = 62,8 \text{ rad/s}$$

δ=0 rad (porque se mueve hacia abajo, velocidad negativa)

Para calcular el número de onda k necesitamos la longitud de onda, dato que podemos calcular a partir de la velocidad de la onda

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{LF}{m}} = 2 \text{ m/s}$$

Como $v = \lambda f$ tenemos que

$$\lambda = \frac{v}{f} = 0,2 \text{ m} \quad \rightarrow \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 31,4 \text{ rad/m}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,05 \text{ sen}(31,4x - 62,8t) \text{ m}.$$

► ON-05 [m05—B3; *pág.111*]

El enunciado de este problema es idéntico al del **ON-01**

► ON-06 [m06—A4; *pág.114*] (Nota: parecido al **ON-04**)

4. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda oscila con un movimiento armónico simple de amplitud 20 cm. La cuerda, de masa 400 g y longitud 80 cm, se haya en tensión al tirar del otro extremo un fuerza de 2 N. En el instante inicial ($t = 0$) el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo y se mueve hacia abajo. Sabiendo que la distancia entre dos puntos consecutivos que oscilan en fase es de 20 cm, obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada. (**2,5 puntos**)

Datos: La velocidad v de una onda en una cuerda de densidad de masa lineal μ (masa por unidad de longitud) sometida a una tensión F es $v = \sqrt{F/\mu}$.

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta).$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$A = 0,2 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 31,4 \text{ rad/m}$$

δ=0 rad (porque se mueve hacia abajo, velocidad negativa)

Para calcular la frecuencia angular ω necesitamos el periodo o la frecuencia de la oscilación, dato que podemos calcular a partir de la velocidad de la onda

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{LF}{m}} = 2 \text{ m/s}$$

Como $v = \lambda f$ tenemos que

$$f = \frac{v}{\lambda} = 10 \text{ Hz} \quad \rightarrow \quad \omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 62,8 \text{ rad/s}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,2 \text{ sen}(31,4x - 62,8t) \text{ m}.$$

► ON-07 [m07—A4; *pág.117*]

4. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en tensión en el sentido positivo del eje X a una velocidad de 2 m/s. Si en el instante $t = 3$ s hacemos una foto a la cuerda obtenemos que los desplazamientos de la cuerda están descritos por la función $y(x) = 0,5 \text{ sen}(0,1x + 1,2)$ m. Obtener la ecuación completa de la onda armónica. (**2,5 puntos**)

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)\,.$$

En el tiempo $t = 3$ s tenemos que

$$y(x) = A\mathrm{sen}(kx - 3\omega + \delta)\,.$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 0,5\ \mathrm{m}$$

$$k = 0,1\ \mathrm{rad/m}$$

$$1,2 = -3\omega + \delta$$

Podemos calcular la frecuencia angular a partir de los datos del problema:

$$\omega = kv = 0,2\ \mathrm{rad/s}\,,$$

de modo que

$$\delta = 1,2 + 3\omega = 1,8\ \mathrm{rad}\,.$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 0,5\mathrm{sen}(0,1x - 0,2t + 1,8)\ \mathrm{m}\,.$$

► ON-08 [m08—B4; *pág.120*] (Nota: parecido al **ON-07**)

4. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en tensión en el sentido positivo del eje X a una velocidad de 0,5 m/s. Si en el instante $t = 5$ s hacemos una foto a la cuerda obtenemos que los desplazamientos de la cuerda están descritos por la función $y(x) = 0,2\ \mathrm{sen}(0,16x - 0,3)$ m. Obtener la ecuación completa de la onda armónica. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)\,.$$

En el tiempo $t = 5$ s tenemos que

$$y(x) = A\mathrm{sen}(kx - 5\omega + \delta)\,.$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 0,2\ \mathrm{m}$$

$$k = 0,16\ \mathrm{rad/m}$$

$$-0,3 = -5\omega + \delta$$

Podemos calcular la frecuencia angular a partir de los datos del problema:

$$\omega = kv = 0,08\ \mathrm{rad/s}\,,$$

de modo que

$$\delta = -0,3 + 5\omega = 0,1\ \mathrm{rad}\,.$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 0,2\mathrm{sen}(0,16x - 0,08t + 0,1)\ \mathrm{m}\,.$$

► ON-09 [m09—B3; *pág.132*]

3. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda en tensión situada en el eje X oscila con un movimiento armónico en el que el desplazamiento transversal varía con el tiempo según la ecuación $y(t) = 0,2\,\text{sen}(-\pi t - 2,1)$ m. Esto genera una onda armónica transversal que se propaga por la cuerda en el sentido positivo del eje X a 0,5 m/s. Obtener la ecuación de la onda. (**2,5 puntos**)

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\,\text{sen}(kx - \omega t + \delta)\,.$$

En el origen $x = 0$ tenemos que

$$y(t) = A\,\text{sen}(-\omega t + \delta)\,.$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 0,2 \text{ m}$$

$$\omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$\delta = -2,1 \text{ rad}$$

Podemos calcular el número de onda partir de los datos del problema:

$$k = \frac{\omega}{v} = 2\pi \text{ rad/m}\,,$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 0,2\,\text{sen}(2\pi x - \pi t - 2,1) \text{ m}\,.$$

► ON-10 [m10—A3; *pág.133*]

3. La función de onda de una onda armónica que se propaga en una cuerda situada a lo largo del eje X es $y(x,t) = 0,03\,\text{sen}(2,2x + 3,5t)$, donde todas las magnitudes están en unidades del Sistema Internacional.

- ¿En qué sentido se propaga la onda y cuál es su velocidad? (**1 punto**)
- Determinar el desplazamiento de la cuerda en función del tiempo en un punto situado en a dos metros del origen. (**1 punto**)

Solución

La onda se propaga en el sentido negativo del eje X y su velocidad es

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{3,5}{2,2} = 1,59 \text{ m/s}$$

El desplazamiento será

$$y(x = 2,t) = 0,03\sin(3,5t + 4,4) \text{ m}\,.$$

► ON-11 [m11—B4; *pág.122*]

El enunciado de este problema es idéntico al del **ON-09**

► ON-12 [m12—B3; *pág.124*]

3. Provocamos en una cuerda tensa una onda armónica transversal $y(x,t)$ de 0,2 m de longitud de onda que se propaga en la dirección y sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m/s. En el origen tenemos que $y(0,0)=0,5\times10^{-2}$ m moviéndose hacia abajo. Si el módulo de la velocidad máxima de cualquier partícula de la cuerda es π m/s, determinar la ecuación de la onda. **(2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t)=A\text{sen}(kx-\omega t+\delta)$$

y el módulo de la velocidad máxima de vibración es

$$v_{\max}=\max\left|\frac{dy}{dt}\right|=A\omega$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0,2}=10\pi=31,4\text{ rad/m}$$

$$\omega=kv=100\pi=314,2\text{ rad/s}$$

$$A=\frac{v_{\max}}{\omega}=\frac{\pi}{100\pi}=0,01\text{ m}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t)=0,01\text{ sen}(10\pi x-100\pi t+\delta)\text{ m}.$$

Para calcular la fase sabemos que

$$y(0,0)=10^{-2}\text{sen}(\delta)=0,5\times10^{-2}\text{ m}$$

Despejando obtenemos

$$\delta=\arcsen(0,5)=\frac{\pi}{6}\text{ ó }\frac{5\pi}{6}\text{ rad}.$$

Como sabemos que se mueve hacia abajo tenemos que

$$v(0,0)=\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0,x=0}=-\pi\cos(\delta)<0,$$

Por lo que $\delta=\frac{\pi}{6}$ rad.

La solución es

$$y(x,t)=0,01\text{ sen}(10\pi x-100\pi t+\pi/6)\text{ m}$$
$$=0,01\text{ sen}(31,4x-314,2\pi t+0,52)\text{ m}$$

► ON-13 [m13—A4; *pág.127*] (Nota: parecido al **ON-12**)

4. Por una cuerda tensa se propaga una onda armónica transversal $y(x,t)$ en la dirección y sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m/s. Cada punto de la onda realiza un movimiento armónico simple describiendo 50 ciclos por segundo. Sabiendo que en el origen tenemos que $y(0,0)=0,5\times10^{-2}$ m moviéndose hacia abajo y que el módulo de la aceleración máxima de cualquier partícula de la cuerda es $100\pi^2$ m/s, determinar la ecuación de la onda. **(3 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

y el módulo de la aceleración máxima de vibración es

$$a_{\max} = \max\left|\frac{d^2y}{dt^2}\right| = A\omega^2$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$\omega = 2\pi f = 100\pi = 314,2 \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{\omega}{v} = 10\pi = 31,4 \text{ rad/m}$$

$$A = \frac{a_{\max}}{\omega^2} = \frac{100\pi^2}{100^2\pi^2} = 0,01 \text{ m}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,01 \text{ sen}(10\pi x - 100\pi t + \delta) \text{ m}.$$

Para calcular la fase sabemos que

$$y(0,0) = 10^{-2}\text{sen}(\delta) = 0,5\times 10^{-2} \text{ m}$$

Despejando obtenemos

$$\delta = \text{arcsen}(0,5) = \frac{\pi}{6} \text{ ó } \frac{5\pi}{6} \text{ rad}.$$

Como sabemos que se mueve hacia abajo tenemos que

$$v(0,0) = \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0,x=0} = -\pi\cos(\delta) < 0,$$

Por lo que $\delta = \frac{\pi}{6}$ rad.

La solución es

$$y(x,t) = 0,01 \text{ sen}(10\pi x - 100\pi t + \pi/6) \text{ m}$$
$$= 0,01 \text{ sen}(31,4x - 314,2\pi t + 0,52) \text{ m}$$

► ON-14 [m14—A4; *pág.129*]

4. La función de onda de una onda armónica que se propaga en una cuerda situada a lo largo del eje X es $y(x,t) = 0,03\text{sen}(2,2x + 3,5t)$, donde todas las magnitudes están en unidades del Sistema Internacional.
- Determinar cómo oscila un punto situado en el origen de coordenadas. (**1 punto**)
- Calcular la velocidad que tiene un punto de la cuerda situado en $x = 3$ m cuando $t = 2$ s. (**1 punto**)

Solución

La oscilación en el origen de coordenadas será

$$y(x=0,t)=0,03\text{sen}(3,5t)\text{ m}.$$

La velocidad de cualquier punto de la cuerda será

$$v_y=\frac{dy(x,t)}{dt}=0,105\cos(2,2x+3,5t).$$

En el punto e instante pedidos será

$$v_y(x=3,t=2)=0,105\cos(6,6+7)=0,054\text{ m/s}$$

► ON-15 [m15—A4; *pág.137*]

4. La ecuación del efecto Doppler: $f_r=\dfrac{v\pm u_r}{v\pm u_f}f_f$, relaciona la frecuencia observada por el receptor, f_r, con la frecuencia del foco emisor f_f de una onda que se propaga por un medio en reposo con velocidad v, siendo u_f el módulo de la velocidad del foco emisor con respecto al medio y u_r el módulo de la velocidad del receptor. La elección correcta de los signos depende de si foco y receptor se alejan o se acercan entre sí. Sabiendo en qué consiste el efecto Doppler, responder razonadamente a las siguientes preguntas:

- ¿Qué signo deberá elegirse en el numerador cuando el receptor se mueve hacia el foco? **(1 punto)**
- ¿Qué ocurrirá cuando el foco y el receptor se mueven con la misma velocidad en la misma dirección y sentido? **(1 punto)**

Solución

La elección correcta del signo se determina recordando que la frecuencia tiende a aumentar cuando el foco se mueve hacia el receptor o cuándo éste se mueve hacia el foco. Si el receptor se mueve hacia el foco, en el numerador habrá que elegir el signo positivo, lo cual tiende a aumentar la frecuencia recibida. Cuando $\mathbf{u}_r=\mathbf{u}_f$ tenemos que el signo en el numerador y en el denominador será el mismo, por lo que $f_r=f_f$, es decir, la frecuencia observada es igual a la emitida.

► ON-16 [m16—A4; *pág.140*] (Nota: parecido al **ON-14**)

4. La función de onda de una onda armónica que se propaga en una cuerda situada a lo largo del eje X es $y(x,t)=0,1\text{sen}(2,2x-0,5t-0,21)$, donde todas las magnitudes están en unidades del Sistema Internacional.

- Determinar cómo oscila un punto situado en el origen de coordenadas. (**1 punto)**
- Calcular la aceleración que tiene un punto de la cuerda situado a 5 m del origen cuando $t=1$ s. **(1 punto)**

Solución

La oscilación en el origen de coordenadas será

$$y(x=0,t)=0,1\text{sen}(-0,5t-0,21)\text{ m}.$$

La aceleración de cualquier punto de la cuerda será

$$a_y=\frac{d^2y(x,t)}{dt^2}=-0,1\times0,5^2\text{sen}(2,2x-0,5t-0,21)\text{ m/s}^2.$$

En el punto e instante pedidos será

$$a_y(x=5,t=1)=-0,1\times0,5^2\text{sen}(11-0,5-0,21)=0,019\text{ m/s}^2$$

► ON-17 [m17—B2; *pág.142*] (Nota: parecido al **ON-15**)

2. La ecuación del efecto Doppler: $f_r = \dfrac{v \pm u_r}{v \pm u_f} f_f$, relaciona la frecuencia observada por el receptor, f_r, con la frecuencia del foco emisor f_f de una onda que se propaga por un medio en reposo con velocidad v, siendo u_f el módulo de la velocidad del foco emisor con respecto al medio y u_r el módulo de la velocidad del receptor. La elección correcta de los signos depende de si foco y receptor se alejan o se acercan entre sí. Sabiendo en qué consiste el efecto Doppler, responder razonadamente a las siguientes preguntas:

- ¿Qué signo deberá elegirse en el denominador cuando el foco se aleja del receptor? **(1 punto)**

- ¿Qué ocurrirá cuando el receptor se aleja de un foco emisor estático con una velocidad v? **(1,5 puntos)**

Solución

La elección correcta del signo se determina recordando que la frecuencia tiende a aumentar cuando el foco se mueve hacia el receptor o cuándo éste se mueve hacia el foco. Si el foco se aleja del receptor, en el denominador habrá que elegir el signo positivo, lo cual tiende a disminuir la frecuencia recibida.
Cuando el receptor se aleja de un foco emisor estático con una velocidad v, en el numerador debemos emplear el signo negativo, de modo que

$$f_r = \frac{v - v}{v} f_f = 0 .$$

El resultado es lógico ya que el receptor escapa de la onda al moverse a la misma velocidad.

► ON-18 [m19—A3; *pág.146*]

3. Explicar brevemente cómo se propagan las ondas sonoras, ¿cuál es la perturbación que se propaga? **(2 puntos)**

Solución

Las ondas sonoras se generan mediante una vibración en el medio. La fuente vibrante hace que las moléculas oscilen alrededor de sus posiciones de equilibrio en la dirección de la propagación (ondas longitudinales). Estas moléculas chocan con otras moléculas próximas haciéndolas oscilar y, por lo tanto, propagan la onda sonora. La perturbación que se propaga es, por tanto, el desplazamiento de las moléculas del medio con respecto a su posición de equilibrio a lo largo de la dirección del movimiento de la onda. Estos desplazamientos dan lugar a variaciones en la densidad y por tanto, en la presión en el medio, lo que da lugar a oscilaciones de las mismas. Por esa razón también se puede decir que las ondas sonoras propagan oscilaciones o cambios en la densidad y presión, esto es, son ondas de presión.

► ON-19 [m20—B2; *pág.150*]

2. La ecuación del efecto Doppler: $f_r = \dfrac{v \pm u_r}{v \pm u_f} f_f$, relaciona la frecuencia observada por el receptor, f_r, con la frecuencia del foco emisor f_f de una onda que se propaga por un medio en reposo con velocidad v, siendo u_f el módulo de la velocidad del foco emisor con respecto al medio y u_r el módulo de la velocidad del receptor. La elección correcta de los signos depende de si foco y receptor se alejan o se acercan entre sí. Sabiendo en qué consiste el efecto Doppler, responder razonadamente a las siguientes preguntas:
- ¿Qué signo deberá elegirse en el denominador cuando el foco se acerca al receptor? **(1 punto)**
- ¿En qué condiciones el receptor medirá la máxima frecuencia y cuál es ese valor? **(1,5 puntos)**

Solución

La elección correcta del signo se determina recordando que la frecuencia tiende a aumentar cuando el foco se mueve hacia el receptor o cuándo éste se mueve hacia el foco. Si el foco se acerca al recector, en el denominador habrá que elegir el signo negativo, lo cual tiende a aumentar la frecuencia recibida.

En realidad, de la ecuación se deduce que la frecuencia recibida no está acotada y que se hace tan grande como queramos a medida que la velocidad del foco emisor se aproxima a la velocidad de transmisión de la onda en el medio, v. En este caso el foco emisor debe aproximarse al receptor, que puede ser considerado estático o con una velocidad muy inferior a v, para que se utilice el signo negativo en el denominador:

$$\lim_{u_f \to v} f_r = \lim_{u_f \to v} \frac{v}{v - u_f} = \infty$$

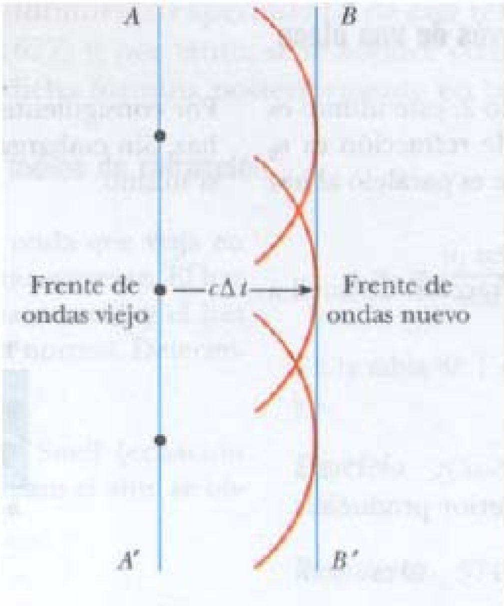
En el caso del sonido, por ejemplo, este límite produce una onda de choque que es percibida por el receptor como un estallido.

► ON’-20 [m01—A3; *pág.2*]

3. - Explicar el principio de Huygens para la propagación de ondas. **(1,5 puntos)**
- Ilustrar con una figura como se aplica este principio para explicar el proceso de propagación de una onda plana. **(1 punto)**

Solución

El principio de Huygens es método geométrico para describir la propagación de una onda cualquiera a través del espacio. Cada punto de un frente de onda primario sirve como foco (o fuente) de ondas esféricas secundarias que avanzan con una velocidad y frecuencia igual a las de la onda primaria. El frente de onda primario al cabo de un cierto tiempo es la envolvente de estas ondas elementales

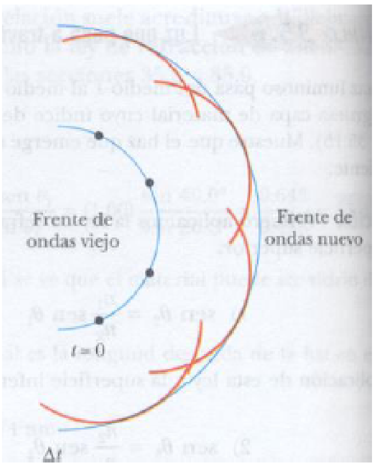


► ON'-21 [m08—B3; *pág.57*]

3. -Explicar el principio de Huygens para la propagación de ondas. **(1,5 puntos)**
- Ilustrar con una figura como se aplica este principio para explicar el proceso de propagación de una onda circular. **(1 punto)**

Solución

El principio de Huygens es método geométrico para describir la propagación de una onda cualquiera a través del espacio. Cada punto de un frente de onda primario sirve como foco (o fuente) de ondas esféricas secundarias que avanzan con una velocidad y frecuencia igual a las de la onda primaria. El frente de onda primario al cabo de un cierto tiempo es la envolvente de estas ondas elementales.



► ON'-22 [m09—B3; *pág.64*] (Nota: parecido al **ON-12**)

3. Una onda armónica transversal $y(x,t)$ se propaga en la dirección y sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m/s. La distancia horizontal entre dos puntos de la onda con la misma fase es de 0,2 m. En el instante inicial, la amplitud del punto situado en el origen es de 0,01 m. Sabiendo que el módulo de la velocidad máxima de cualquier punto de la onda es π m/s, determinar la ecuación de la onda. **(2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\,\text{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

y el módulo de la velocidad máxima de vibración es

$$v_{\max} = \max\left|\frac{dy}{dt}\right| = A\omega$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi = 31,4 \text{ rad/m}$$

$$\omega = kv = 100\pi = 314,2 \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{\pi}{100\pi} = 0,01 \text{ m}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,01\ \text{sen}(10\pi x - 100\pi t + \delta)\ \text{m}\,.$$

Para calcular la fase sabemos que

$$y(0,0) = 10^{-2}\text{sen}(\delta) = 10^{-2}\ \text{m}$$

Despejando obtenemos

$$\delta = \text{arcsen}(1) = \frac{\pi}{2}\,,$$

lo cual es lógico ya que la posición del origen en el instante inicial es la posición de máxima amplitud de la onda.
La solución es

$$y(x,t) = 0,01\ \text{sen}(10\pi x - 100\pi t + \pi/2)\ \text{m}$$
$$= 0,01\ \text{sen}(31,4x - 314,2\pi t + 1,57)\ \text{m}$$

► ON'-23 [m13—B3; *pág.97*] (Nota: parecido al **ON-09**)

3. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda en tensión situada en el eje X oscila con un movimiento armónico en el que el desplazamiento transversal varía con el tiempo según la ecuación $y(t) = 2\text{sen}(-t + \pi/2)\ \text{m}$. Esto genera una onda armónica transversal que se propaga por la cuerda en el sentido positivo del eje X a 2 m/s. Obtener la ecuación de la onda. **(2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\,\text{sen}(kx - \omega t + \delta)\,.$$

En el origen $x = 0$ tenemos que

$$y(x) = A\text{sen}(-\omega t + \delta)\,.$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 2\ \text{m}$$

$$\omega = 1\ \text{rad/s}$$

$$\delta = \pi / 2\ \text{rad}$$

Podemos calcular el número de onda partir de los datos del problema:

$$k = \frac{\omega}{v} = 0,5\ \text{rad/m}\,,$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 2\text{sen}(0,5x - t + \pi / 2)\ \text{m}\,.$$

► ON'-24 [m14—B3; *pág.106*]

El enunciado de este problema es idéntico al del **ON'-22**

► ON'-25 [m15—A3; *pág.114*]

3. Responda razonadamente a las siguientes preguntas sobre las ondas estacionarias (puede utilizar como ejemplo una cuerda tensa de longitud *L* con sus dos extremos fijos):

- ¿Cómo se forman las ondas estacionarias y qué son los modos de vibración? **(1 punto)**
- ¿Vibran todos con los puntos con la misma amplitud máxima y frecuencia? **(1 punto)**
- En el ejemplo de la cuerda, ¿cuál será la longitud de onda del modo fundamental de vibración -o primer armónico? **(0,5 puntos**

Solución

- Las ondas estacionarias son el resultado de la superposición de dos ondas armónicas con la misma amplitud y misma frecuencia, que se mueven en sentido opuesto. En la práctica se obtienen en medios confinados, como el ejemplo de la cuerda tensa fija por sus extremos, haciendo vibrar uno de los extremos con una frecuencia que sea igual a una de las frecuencias naturales de vibración (o frecuencias de resonancia):

$$f_n = n\frac{v}{2L}\,,$$

siendo *v* la velocidad de la onda.

La reflexión en los extremos produce ondas que se mueven en los dos sentidos combinándose de acuerdo con el principio de superposición y dando lugar a un patrón de vibración estacionario (onda estacionaria) que puede tener diferentes formas (modos de vibración) dependiendo de la frecuencia.

- La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición. Hay ciertos puntos de la onda (nodos) cuya amplitud es nula. La frecuencia de vibración es la misma para todos los puntos.
- $\lambda_1 = 2L$

► ON'-26 [m16—A3; *pág.121*] (Nota: parecido al **ON-02**)

3. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda tensa situada en el eje X oscila en el eje Y con un movimiento armónico simple de 10 oscilaciones por segundo y amplitud 1 cm. En el instante inicial ($t = 0$) el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo, moviéndose hacia arriba. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada sabiendo que la longitud de onda es de 10 cm. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta)\,.$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$A = 0,01 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,1} = 62,8 \text{ rad/m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 62,8 \text{ rad/s}$$

$$\delta = \pi \text{ rad (porque se mueve hacia arriba, velocidad positiva)}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,01 \text{ sen}\left[62,8\left(x - t\right) + \pi\right] \text{ m}\,.$$

► ON'-27 [m17—B3; *pág.130*] (Nota: parecido al **ON-07**)

3. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en tensión en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 0,5 m/s. Si en el instante inicial hacemos una foto a la cuerda vemos que los desplazamientos de la cuerda están descritos por la función $y(x) = 2 \text{ sen}(x + \pi) \text{ m}$. Obtener la ecuación completa de la onda armónica. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido negativo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx + \omega t + \delta)\,.$$

En el tiempo $t = 0$ s tenemos que

$$y(x) = A\text{sen}(kx + \delta)\,.$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 2 \text{ m}$$

$$k = 1 \text{ rad/m}$$

$$\delta = \pi \text{ rad}$$

Podemos calcular la frecuencia angular a partir de los datos del problema:

$$\omega = kv = 0,5 \text{ rad/s}\,,$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 2\text{sen}(x + 0,5t + \pi) \text{ m}\,.$$

► **ON'-28** [m18—A3; *pág.138*]

El enunciado de este problema es idéntico al del **ON'-27**

► **ON'-29** [m19—B4; *pág.146*]

El enunciado de este problema es idéntico al del **ON'-26**

► **ON'-30** [m20—B3; *pág.154*]

El enunciado de este problema es idéntico al del **ON'-25**