

Física

Modelo para Examen Parcial: GRAVITACIÓN

UNED-2

18-19-20 de marzo 2015.

La puntuación máxima de cada ejercicio apartado aparece al final del mismo.

Indica claramente qué problema y apartado estás resolviendo, cuál es el razonamiento que haces y cuál es el resultado de cada una de las cosas que pide el enunciado. No es necesario que demuestres las fórmulas que uses. Se recomienda hacer, al principio, un esquema o diagrama que ilustre la situación física estudiada en cada problema.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

**P1.-** Un cuerpo de masa  $m = 6,13 \cdot 10^{15}$  kg describe una órbita elíptica por acción de la gravedad alrededor de otro de cuya masa es  $M = 7,77 \cdot 10^{25}$  kg . En un punto de la elipse, la distancia a  $M$  es de  $8,73 \cdot 10^7$  m y la velocidad de  $m$  vale  $8,50 \cdot 10^3$  m/s.

- a) ¿Cuánto vale la velocidad en otro punto cuya distancia a  $M$  es de  $1,16 \cdot 10^8$  m? [2 p]
- b) Si se suministra una energía de  $5,39 \cdot 10^{22}$  J a la masa  $m$ , de modo que pase a describir una órbita circular, calcular el radio y periodo de la nueva órbita, así como la velocidad lineal que lleva  $m$  en tal órbita. [3 p]

DATOS:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·kg<sup>-2</sup>·m<sup>2</sup>

**P2.-** Se quiere poner un satélite en una órbita circular geostacionaria alrededor de la Tierra (es decir: de modo que gire en el plano ecuatorial y se mantenga fijo sobre un punto de la superficie de la Tierra).

- a) ¿Cuánto vale la velocidad angular del satélite en esa órbita? ¿A qué altura respecto de la superficie de la Tierra orbita el satélite? [2 p]
- b) Calcular la velocidad con la que debemos lanzarlo desde la superficie de la Tierra para que la altura máxima coincida con la de la órbita. [3 p]

DATOS:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·kg<sup>-2</sup>·m<sup>2</sup>     $R_T = 6370$  km     $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg



**P1**

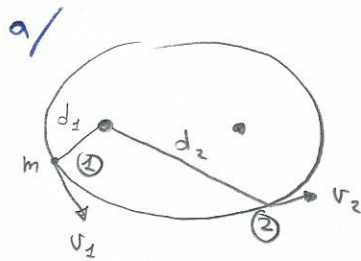
$$m = 6,13 \cdot 10^{15} \text{ kg}$$

$$M = 7,77 \cdot 10^{25} \text{ kg}$$

$$d_1 = 8,73 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$v_1 = 8,50 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$d_2 = 1,16 \cdot 10^8 \text{ m}$$



$d_1$	$d_2$
$v_1$	$v_2?$

$$E(1) = E(2) \quad (\text{conservación } E)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 - G \frac{Mm}{d_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - G \frac{Mm}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_2^2 = \frac{1}{2} v_1^2 + GM \left( \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2GM \left( \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right)}$$

$$= \sqrt{(8,5 \cdot 10^3)^2 + 2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,77 \cdot 10^{25} \cdot \left( \frac{1}{1,16 \cdot 10^8} - \frac{1}{8,73 \cdot 10^7} \right)} = 6,55 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

**b/**  $E(2)$

$$\Delta E = 5,39 \cdot 10^{22} \text{ J}$$

$$E(1) = \frac{1}{2} m v_1^2 - G \frac{Mm}{d_1} = (*)$$

$$[*] = \frac{1}{2} \cdot 6,13 \cdot 10^{15} \cdot (8,5 \cdot 10^3)^2 - 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,77 \cdot 10^{25} \cdot \frac{6,13 \cdot 10^{15}}{8,73 \cdot 10^7} = -1,42 \cdot 10^{23} \text{ J}$$

$$E(2) = E(1) + \Delta E = -1,42 \cdot 10^{23} + 5,39 \cdot 10^{22} = -8,86 \cdot 10^{22} \text{ J}$$

• En órbita circular,  $a_n = \frac{v^2}{R} = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R}$  (x,x)

$\Rightarrow E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{R} = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{R}$



$$\Rightarrow R = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{E(2)} = -\frac{1}{2} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,77 \cdot 10^{25} \cdot 6,13 \cdot 10^{15}}{-8,86 \cdot 10^{22}} = 1,79 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$v$ :  $[*, *] \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,77 \cdot 10^{25}}{1,79 \cdot 10^8}} = 5,38 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

$T$ :  $v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 1,79 \cdot 10^8}{5,38 \cdot 10^3} = 2,09 \cdot 10^5 \text{ s}$

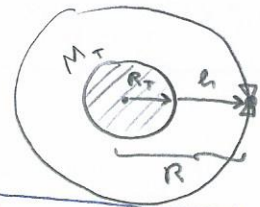
**P2**

$$T = 24 \text{ h.} = 24 \cdot 3600 = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{m}^2$$



$$R = R_T + h \quad (*, *, *)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s} \quad [*], [*]$$

h: hemos visto en (P1.b) que

$$v^2 = \frac{GM_T}{R} \quad [*], [*]$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{GM_T}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2}$$

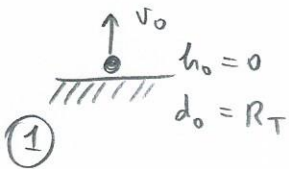
(3<sup>o</sup> ley KEPLER)

$$\Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2} - R_T^3}$$

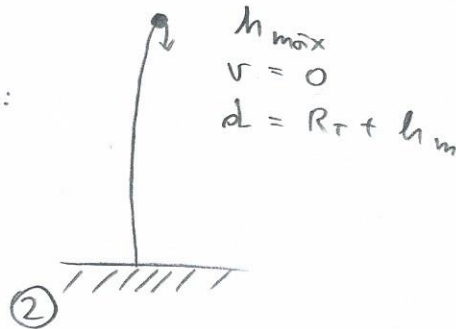
$$h = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2} - R_T^3} \quad [*], [*], [*]$$

$$= \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{4\pi^2} \cdot (8,64 \cdot 10^4)^2 - 6,37 \cdot 10^6} = 3,59 \cdot 10^7 \text{ m}$$

**B/**



solo acción  $F_G$ :  
CONSERV. E



$$E(1) = E(2) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{M_T \cdot m}{R_T} = - G \frac{M_T \cdot m}{R_T + h_m}$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2}{2} = GM_T \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h_m} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2GM_T \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h_m} \right)}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot \left( \frac{1}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{1}{6,37 \cdot 10^6 + 3,59 \cdot 10^7} \right)}$$

$$= 1,03 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$