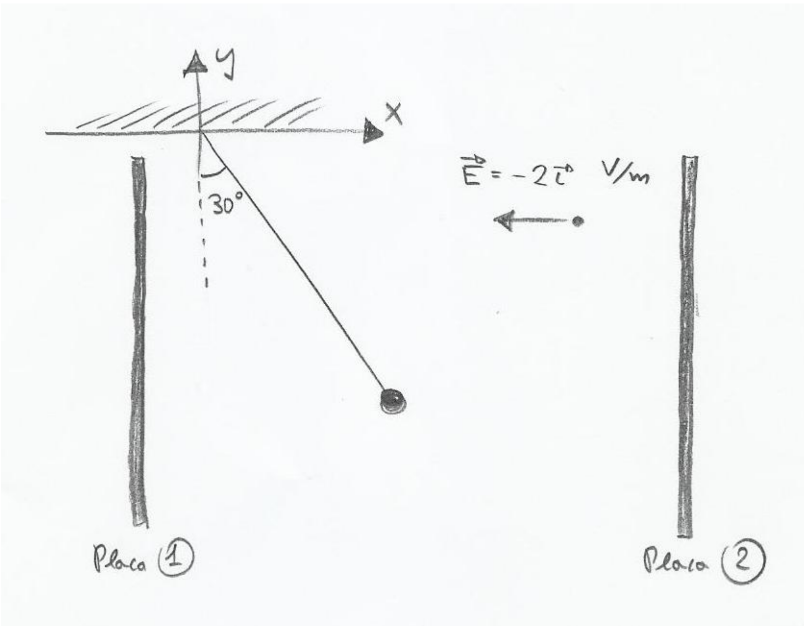
ACADÈMIA GUIU	Abril de 2015	Puntuació
Física Model de Prova «Camp Electrostàtic — LOE»	Alumne: Curs:	

NOTA: *les puntuacions especificades en cada apartat suposen un màxim de 48 punts. Això però, una vegada corregit l'examen, la nota total que apareixerà a la casella superior dreta d'aquest full vindrà expressada sobre 10.*

Problema A. [*Puntuació total d'aquest problema: 24 punts*]

Sigui una partícula, amb càrrega elèctrica q i massa $m = 2{,}00$ g, penjada d'un fil entre les plaques d'un condensador plano-paral·lel, tal com s'indica a la figura.



La partícula es troba desplaçada cap a la dreta, sent l'angle del fil amb la vertical de 30º. En aquesta situació la partícula està en equilibri, i equidista d'ambdues plaques del condensador.

El camp electrostàtic en qualsevol punt entre les plaques val: $\vec{\mathrm{E}} = -2{,}00\,\vec{\imath}$ V/m.

A1) Fes un diagrama de la situació descrita, representant-hi totes les forces que sent la partícula quan està en equilibri (pots fer-ho sobre l'anterior figura). Esbrina justificadament el signe de la càrrega q a partir del diagrama. [*6 punts*]

A2) Troba analíticament el mòdul de la tensió. [*6 punts*]

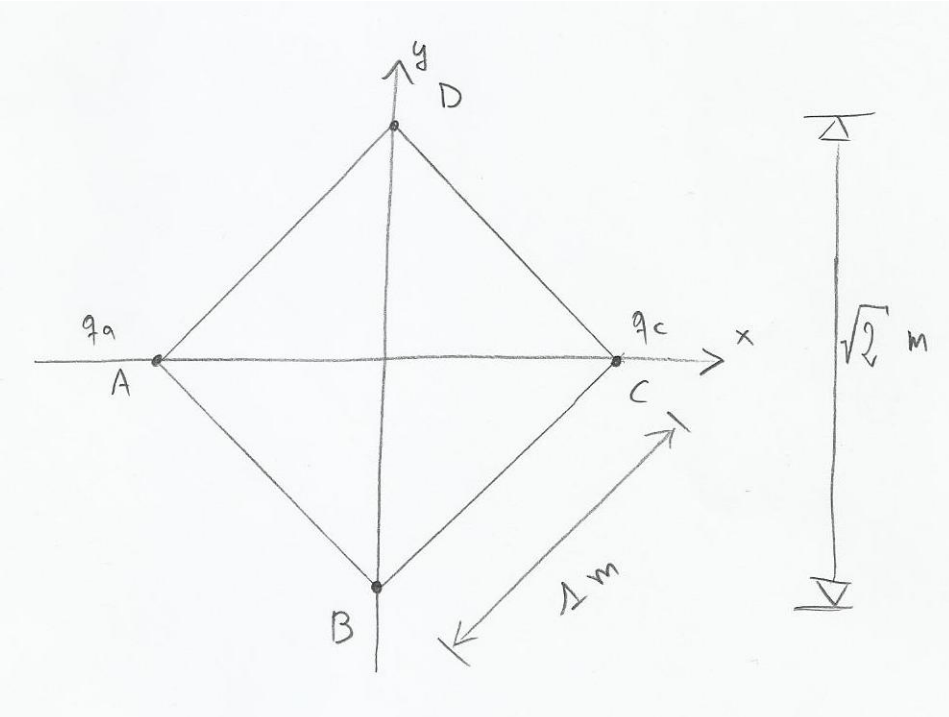
A3) Troba analíticament el valor de q. [*6 punts*]

A4) Si de cop i volta tallem el fil, la partícula arriba a la placa de la dreta amb una velocitat final de $v_f = 1{,}30$ m/s. Troba la diferencia de potencial entre les plaques del condensador, $V_C = V_+ - V_-$. (Pots negligir els efectes de la gravitació al llarg de la trajectòria). [*6 punts*]

DADA: $g = 9{,}81$ m s^{-2}

Problema B. [*Puntuació total d'aquest problema: 24 punts*]

Considerem els punts de coordenades $A(-\frac{\sqrt{2}}{2},0)$, $B(0,-\frac{\sqrt{2}}{2})$, $C(\frac{\sqrt{2}}{2},0)$, $D(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$, tal com es representa a la figura. (Totes les distàncies venen expressades en metres).



Al punt A hi ha una càrrega $q_a = -3$ mC, i al punt C n'hi ha una altra de valor $q_c = q_a$, estant totes dues fixes en les seves posicions.

B1) Volem calcular la intentsitat del camp electrostàtic en D. Fes un diagrama de la situació descrita, representant-hi els camps $\vec{E}_a(D)$ i $\vec{E}_c(D)$, així com el camp total $\vec{E}(D)$. Pots fer-ho sobre l'anterior figura. [*6 punts*]

B2) Troba analíticament $\vec{E}(D)$. [*6 punts*]

B3) Fiquem una $q_d = 3$ mC en D. Calcula l'energia potencial electrostàtica —o "energia de formació"— del sistema constituït per les tres càrregues q_a, q_c i q_d. Interpreta el valor trobat. [*6 punts*]

B4) **4.1-** Quin és el treball que cal fer per a dur q_d de D fins a B? [*2 punts*]

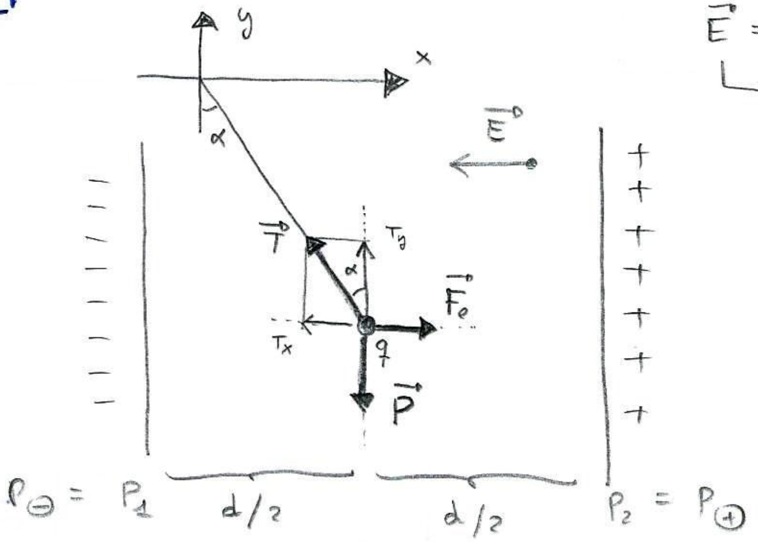
4.2- Quin és el treball que fa el camp en aquest desplaçament? [*2 punts*]

4.3- Interpreta raonadament aquests resultats atenent a si $\vec{F}_{ext}$ i $\vec{F}_{elec}$ s'oposen o no al moviment en cada tram de la trajectòria, si imaginem que aquesta té lloc en línia recta i a velocitat constant. [*2 punts*]

DADA: $k = 9 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}

A

A.1



$\alpha = 30°$

$m = 2{,}00 \cdot 10^{-3}$ kg

$\vec{E} = -2\vec{i}$ V/m

$\hookrightarrow E = |\vec{E}| = 2$ V/m

$P = |\vec{P}| = mg$ ← 9,81 m/s²

$T = |\vec{T}|$

SIGNE de q: en equilibri, q està desplaçada cap a la dreta:

$\vec{F_e}$ ha d'estar orientada cap a la dreta, com mostra el diagrama; com que $\vec{E}$ va cap a l'esquerra: $\vec{F_e} = q\vec{E}$, $\boxed{q < 0}$

(ALTERNATIVAMENT: $\vec{E}$ sempre apunta cap a $P_{\ominus}$. Per tant, q se sent atreta per $P_{\oplus}$. Per tant, q es $\ominus$).

A.2

2a llei Newton: $\underbrace{\vec{F}_{TOTAL}}_{\vec{P}+\vec{F_e}+\vec{T}} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{P} + \vec{F_e} + \vec{T} = (0,0)}$

[en equilibri, $\vec{a} = (0,0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{eix } X: & T_x + (F_e)_x = 0 \Rightarrow & -T\sin 30° - qE = 0 \quad (1) \\ \text{eix } Y: & T_y + P_y = 0 \Rightarrow & T\cos 30° - mg = 0 \quad (2) \end{cases}$$

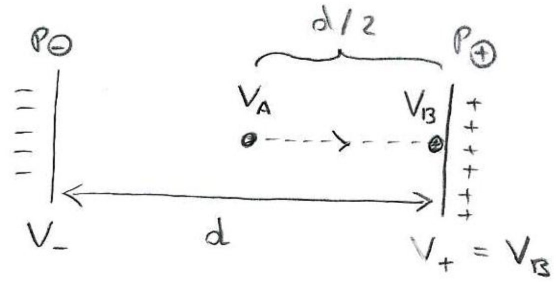
$$[2] \Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{\cos 30°}} = \frac{2{,}00 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81}{\sqrt{3}/2} = \boxed{2{,}27 \cdot 10^{-2} \text{ N}}$$

A.3

$$\left.\begin{array}{l} \text{Eq. [1]} \Rightarrow T \sin 30° = -q E \\ \text{Eq. [2]} \Rightarrow T \cos 30° = mg \end{array}\right\} \underset{\text{dividim les eqs.}}{\Rightarrow} \operatorname{tg} 30° = -\frac{qE}{mg} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{q = -\frac{mg}{E} \operatorname{tg} 30°} = -\frac{2{,}00 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{-5{,}66 \cdot 10^{-3} \text{ C}}$$

A.4



$v_g = |\vec{v}(B)| = 1{,}30$ m/s

- Entre les plaques d'un condensador, $\boxed{V_c = V_+ - V_- = E \cdot d}$ (3)
- Hem d'utilitzar la dada v_g per a esbrinar d (E ja el tenim). Podem fer-ho raonant per 4 camins vàlids alternatius:

CAMÍ ①: en un desplaçament rectilini i perpendicular a les plaques $A \to B$, si D és la distància recorreguda, $E = \frac{|\Delta V|}{D}$ (a). En el nostre cas, $D = d/2$ i $\Delta V = V_B - V_A > 0$ (les $q<0$ van cap a $V+$), per tant $\frac{V_B - V_A}{d/2} = E \Rightarrow \boxed{d = 2\frac{V_B - V_A}{E}}$ (4) $\underset{(3)}{\Rightarrow} \boxed{V_c = 2(V_B - V_A)}$ (5)

CAMÍ ②: en un desplaçament $\vec{D}$ (vector amb unitats de longitud que va del punt inicial al final) en una regió on $\vec{E}$ és constant i uniforme, $\boxed{\Delta V = V_B - V_A = -\vec{E} \cdot \vec{D}}$ (b). En el nostre cas, $\vec{D} = \frac{d}{2}\vec{i}$

$\Rightarrow \Delta V = \frac{d}{2} E \Rightarrow$ [4]

CAMÍ ③: en un condensador, $\boxed{V(x) = V_- + E\,x}$ (c) (x és distància a P⊖) $\Rightarrow$

$\Rightarrow V_B - V_A = V(d) - V(\frac{d}{2}) = V_- + Ed - V_- - E\frac{d}{2} = E\frac{d}{2} = \frac{V_c}{2} \Rightarrow$ [5]

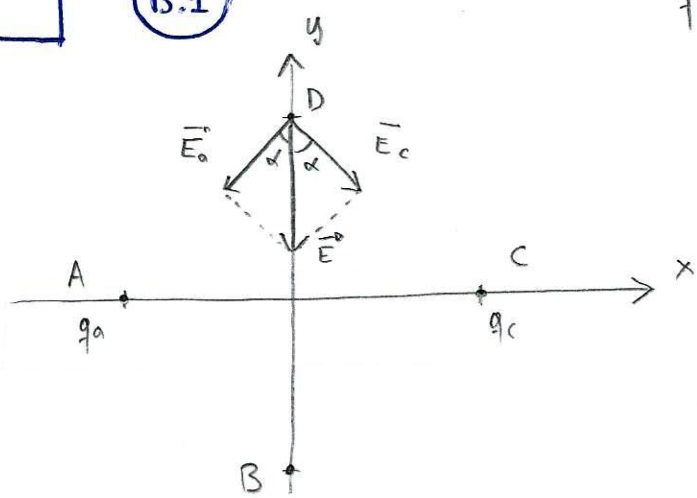
CAMÍ ④: «V creix uniformement de V_- a V_+» (d). Si avancem la meitat de d, ΔV és la meitat de $V_c = V_+ - V_- \Rightarrow$ (5)

- Esbrinem ΔV perquè només actua $\vec{F}_e \Rightarrow \underbrace{\Delta E_c}_{\frac{1}{2} m v_g^2} = -\Delta E_p = -q\Delta V \Rightarrow V_B - V_A = -\frac{m v_g^2}{2q} \underset{[5]}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow \boxed{V_c = -\frac{m v_g^2}{q}} = +\frac{2{,}00 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot (1{,}30)^2}{5{,}66 \cdot \cancel{10^{-3}}} = \boxed{0{,}597 \text{ V}}$$

B

B.1



$q_a = q_c = -3 \cdot 10^{-3}$ C

$d_{AD} = d_{CD} = 1$ m

$\alpha = 45°$

NOTA: el campo $\vec{E}_q$ que crea una carga $q<0$ siempre apunta hacia ella — es como la $\vec{F}_e$ que sentiría un culombio, o sea: atractivo —

B.2

$$\boxed{\vec{E}(D) = \vec{E}_a(D) + \vec{E}_c(D)} = (0,\ 2E_{ay}) = (*)$$

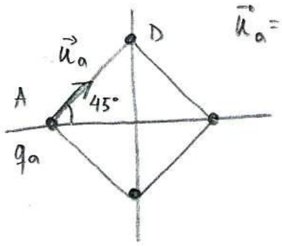
PPO SUPERPOSICIÓN

por simetría: las componentes horizontales se compensan y las verticales son iguales.

▶ DOS MÉTODOS para calcular E_{ay}:

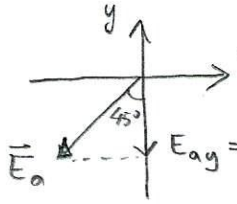
a/ $\boxed{\vec{E}_a = k \dfrac{q_a}{d_{AD}^2} \vec{u}_a} \Rightarrow \boxed{E_{ay} = 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{-3 \cdot 10^{-3}}{1^2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = -1{,}91 \cdot 10^7 \text{ N/C}}$ (*,*)

$\vec{u}_a = (\cos 45°,\ \text{sen} 45°) = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$



Ambos razonamientos son válidos y conducen al mismo resultado. Quizá [b] sea más corto y [a] sea más sistemático.

b/

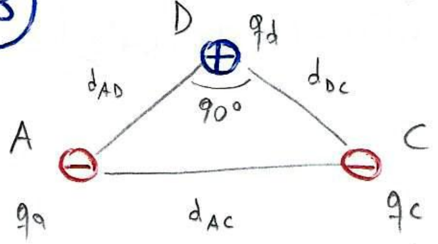


$$\Rightarrow \boxed{E_{ay} = -k \frac{|q_a|}{d_{AD}^2} \cos 45°}$$

$$|\vec{E}_a| = k \frac{|q_a|}{d_{AD}^2}$$

$$[*] \Rightarrow \boxed{\vec{E}(D) = (0, -2 \cdot 1'91 \cdot 10^7) = (0, -3'82 \cdot 10^7) \ \text{N/C}} = -3{,}82 \cdot 10^7 \vec{j} \ \text{N/C}$$

B.3



$d_{AD} = d_{DC} = 1 \text{ m}$

$d_{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m}$ ← teorema de Pitágoras

$q_a = q_c = -3 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

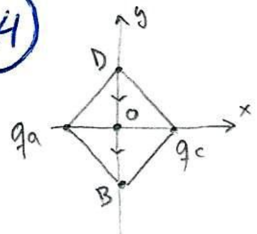
$q_d = -q_a$ $\qquad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}$

$$\boxed{E_g = k\frac{q_a q_d}{d_{AD}} + k\frac{q_a q_c}{d_{AC}} + k\frac{q_d q_c}{d_{DC}}} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot (3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \left(-\frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{1}\right) = \boxed{-1{,}05 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

• Interpretación: al ser una $E_g < 0$ (negativa), $|E_g| = 1{,}05 \cdot 10^5$ J es la energía que se libera cuando se forma el sistema, es decir: cuando transportamos las cargas una por una desde posiciones iniciales de reposo infinitamente alejadas entre sí, hasta dejarlas en reposo en sus posiciones actuales. (Intuitivamente, usamos una F_{ext} que ha de "frenar" más que "arrastrar").

B.4



1.- $\boxed{W_{ext}^{D\to B} = \Delta E_p} = q_d (V_B - V_D) = \boxed{0}$

por simetría vemos que $V_B = V_D$
$(q_a = q_c, \; d_{AD} = d_{AB} = d_{DC} = d_{CB})$

2.- $\boxed{W_{elec}^{D\to B} = -\Delta E_p} = \boxed{0}$ ← (mismo razonamiento que W_{ext})

3.- Interpretación: suponemos el movimiento $D \to B$ en línea recta y $\vec{v} = \overrightarrow{\text{constante}}$ $\Rightarrow \vec{F}_{TOT} = \vec{F}_e + \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ (2ª ley NEWTON) $\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_e}$. Lo separamos en dos etapas ① y ②:

① : D → O

$\vec{F}_{ext}$ → en contra del mov., $W_{ext}^{①} < 0$

$\vec{F}_e$ → a favor del mov., $W_{elec}^{①} > 0$

② : O → B

$\vec{F}_e$ → en contra del mov., $W_{elec}^{②} < 0$

$\vec{F}_{ext}$ → a favor del mov. $W_{ext}^{②} > 0$

Por simetría es fácil ver que en ② se intercambian totalmente papeles: $\vec{F}_{ext}$ arrastra como $\vec{F}_e$ lo ha hecho en ①, y $\vec{F}_e$ frena como $\vec{F}_{ext}$ en ①:

$W_{ext}^{②} = W_{elec}^{①} = -\Delta E_p^{①} = -W_{ext}^{①} \Rightarrow \boxed{W_{ext}^{D\to B} = W_{ext}^{①} + W_{ext}^{②} = 0}$ (Análogo para W_{elec}).