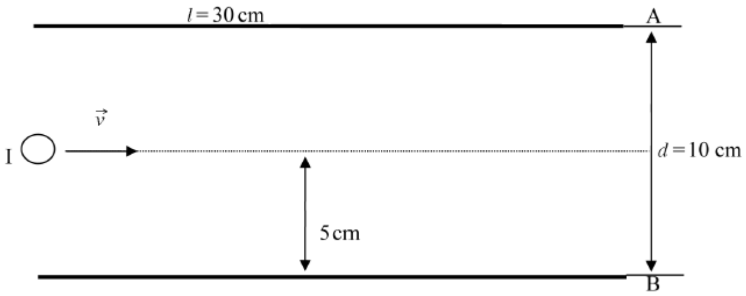
PROBLEMES d'Electrostàtica - PAU

1. (PAU: 1 de part obligatòria, sèrie 1; juny 2011)

P1) Entre dues plaques metàl·liques conductores, de 30 cm de llargària, hi ha un camp elèctric uniforme vertical, d'intensitat $E = 10^4$ V/m.



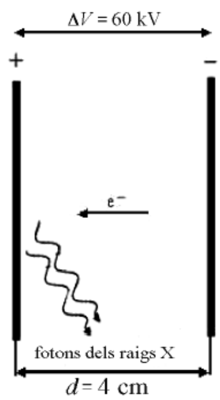
a) A quina velocitat $\vec{v}$ (horitzontal) s'ha de llançar un electró des de la posició I, a l'entrada del camp, perquè en surti fregant un dels extrems (A o B) de les plaques?

b) Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu l'electró dins del camp. Calculeu el treball que fa la força elèctrica que actua sobre l'electró en el recorregut que descriu pel camp.

DADES: $m_{\text{electró}} = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg; $Q_{\text{electró}} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.

2. (PAU: 2 de part obligatòria, sèrie 4; juny 2011)

P2) El 1895, Wilhelm Conrad Röntgen va descobrir els raigs X, que, entre altres aplicacions, són un recurs fonamental per a la medicina. La manera més habitual de generar raigs X consisteix a accelerar electrons fins a velocitats altes i a fer-los xocar amb un material, de manera que emetin una part de l'energia, o tota, en forma de raigs X. En un determinat aparell, aquesta acceleració es produeix aplicant als electrons una diferència de potencial de 60 kV al llarg de 4 cm, tal com s'indica en la figura següent:



a) Determineu el camp elèctric, que considerem constant, aplicat als electrons a l'interior de les plaques. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

b) Calculeu l'energia cinètica amb què xoquen els electrons contra la placa positiva i la freqüència dels fotons dels raigs X emesos. Considereu que els electrons incidents els transfereixen tota l'energia possible; és a dir, l'energia cinètica que porten en xocar contra la placa.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J s.

3. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 2; setembre 2010)

P3) Tenim dues càrregues elèctriques, $Q_1 = 4\ \mu$C, situada en el punt (–2, 0), i $Q_2 = -3\ \mu$C, situada en el punt (2, 0).

a) Quina càrrega (valor i signe) hem de posar en el punt (4, 0) perquè el camp elèctric creat per les tres càrregues en el punt (0, 0) sigui nul?

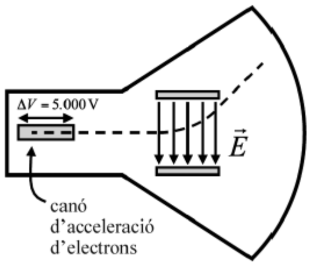
b) Quant val l'energia potencial electrostàtica d'aquesta tercera càrrega quan està situada en aquest punt (4, 0)?

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9{,}0 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

4. (PAU: 3 d'opció B, sèrie 2; setembre 2010)

P3) En una pantalla de raigs catòdics, els electrons s'acceleren en passar per un canó amb una diferència de potencial de $5{,}0 \cdot 10^3$ V entre els extrems. Després arriben a una zona on hi ha un camp elèctric de mòdul $1{,}0 \cdot 10^4$ N/C, constant i dirigit cap avall.



a) Determineu l'energia cinètica i la velocitat dels electrons en sortir del canó d'acceleració.

b) Calculeu la força elèctrica que actua sobre els electrons i l'acceleració que experimenten (indiqueu el mòdul, la direcció i el sentit per a les dues magnituds) mentre són a la zona on hi ha el camp elèctric vertical. Justifiqueu si s'ha de tenir en compte o no el pes dels electrons.

DADES: $m_{\text{electró}} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_{\text{electró}} = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

5. (PAU: 4 d'opció A, sèrie 2; setembre 2011)

P4) Les càrregues $Q_A = -2\,\mu C$, $Q_B = -4\,\mu C$ i $Q_C = -8\,\mu C$ estan situades sobre una mateixa recta. La càrrega A és a una distància d'1 m de la càrrega B, i la càrrega C està situada entre totes dues.

a) Si la força elèctrica total sobre Q_C deguda a les altres dues càrregues és zero, calculeu la distància entre Q_C i Q_A.

b) Calculeu el treball que cal fer per a traslladar la càrrega C des del punt on es troba fins a un punt equidistant entre A i B. Interpreteu el signe del resultat.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$.

6. (PAU: 3 d'opció B sèrie 2; setembre 2011)

P3) Tres càrregues elèctriques puntuals de valor $Q = 10^{-5}\ \mathrm{C}$ es troben, cadascuna, en un vèrtex d'un triangle equilàter de $\sqrt{3}$ m de costat. Dues són positives, mentre que la tercera és negativa.

a) Calculeu la força elèctrica total que fan la càrrega negativa i una de les positives sobre l'altra càrrega positiva. Dibuixeu un esquema de les forces que actuen sobre les càrregues.

b) Calculeu l'energia potencial elèctrica emmagatzemada en el sistema de càrregues. Traslladem una de les càrregues positives al centre del costat que uneix les altres dues càrregues. Determineu el treball fet per la força elèctrica que actua sobre la càrrega que hem traslladat.

DADA: $k = 1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$.

7. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 3; juny 2012)

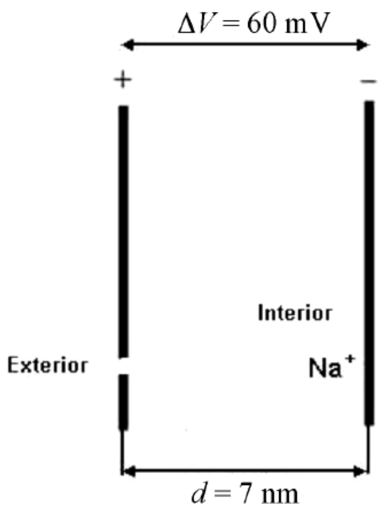
P3) Molts processos vitals tenen lloc en les membranes cel·lulars i depenen bàsicament de l'estructura elèctrica d'aquestes.

La figura següent mostra l'esquema d'una membrana biològica.

a) Calculeu el camp elèctric, suposat constant, a l'interior de la membrana de la figura. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

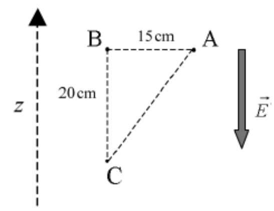
b) Calculeu l'energia que es requereix per a transportar l'ió Na^+ de la cara negativa a la positiva.

DADES: $Q_{Na^+} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$.



8. (PAU: 3 d'opció B, sèrie 3; juny 2012)

P3) En una regió de l'espai hi ha un camp elèctric constant de mòdul 500 N C^{-1} dirigit cap avall. Vegeu la figura, en què l'eix z representa la vertical.



a) Calculeu les diferències de potencial següents: $V_A - V_B$, $V_B - V_C$ i $V_A - V_C$.

b) Col·loquem una partícula carregada, de massa 2,00 g, en el punt C i volem que es mantingui en equilibri. Calculeu quina càrrega i quin signe hauria de tenir aquesta partícula. Estarà en equilibri en algun altre punt d'aquesta regió? Justifiqueu les respostes.

DADA: $\boldsymbol{g} = 9{,}80$ m/s^2.

9. (PAU: 4 d'opció A, sèrie 1; juny 2012)

P4) Un electró es llança des del punt P i passa successivament per les regions A i B. A la regió A, un camp elèctric constant fa que l'electró es mogui amb un moviment rectilini i una acceleració uniforme cap a la dreta. A la regió B, el camp elèctric també és constant i està dirigit cap avall.

a) Quina direcció i quin sentit té el camp elèctric a la regió A? Quin tipus de moviment realitza l'electró a la regió B?

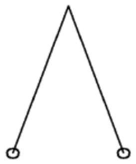
Sabem que la regió A fa 5,00 cm de llarg i que el camp elèctric en aquesta regió és $\boldsymbol{E} = 40{,}0 \times 10^3$ N C^{-1}.

b) Calculeu la diferència de potencial entre l'inici i el final de la regió A i l'energia cinètica que guanyarà l'electró en travessar-la.

DADA: $Q_{\text{electró}} = -1{,}60 \times 10^{-19}$ C.

10. (PAU: 5 d’opció B, sèrie 1; juny 2012)

P5) Un electroscopi simplificat consta de dues esferes metàl·liques unides a un ganxo aïllant mitjançant dos fils conductors, tal com indica la figura. Les dues esferes tenen la mateixa massa i la mateixa càrrega elèctrica, i els fils formen un angle de 30,0° i tenen una longitud de 3,00 cm cadascun.



a) Dibuixeu el diagrama de forces per a una de les esferes i anomeneu-les. Calculeu també el valor de la tensió de cada fil, si la massa de cada esfera és 1,00 mg.
b) Calculeu el valor de la càrrega elèctrica de cada esfera.

DADES: $k = 9{,}00 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}; $\boldsymbol{g} = 9{,}80$ m s^{-2}.

11. (PAU: 4 d’opció A, sèrie 4; setembre 2012)

P4) Tenim tres partícules carregades, $Q_1 = 3{,}0$ μC, $Q_2 = -5{,}0$ μC i $Q_3 = -8{,}0$ μC, situades, respectivament, en els punts $P_1 = (-1{,}0\,,\ 3{,}0)$, $P_2 = (3{,}0\,,\ 3{,}0)$ i $P_3 = (3{,}0\,,\ 0{,}0)$.
a) Dibuixeu les forces que exerceixen Q_1 i Q_2 sobre Q_3. Calculeu la força elèctrica total, expressada en coordenades cartesianes, que actua sobre Q_3.
b) Calculeu el treball que fa la força elèctrica sobre Q_3 quan aquesta càrrega es desplaça des del punt P_3, que ocupa inicialment, fins al punt $P_4 = (-1{,}0\,,\ -3{,}0)$. Interpreteu el signe del resultat.

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA: $k = 9{,}0 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}.

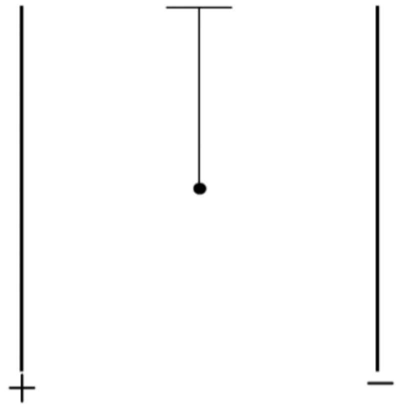
12. (PAU: 3 d’opció B, sèrie 4; setembre 2012)

P3) Una partícula carregada crea, a una distància d d’on es troba, un potencial de $-6{,}00 \times 10^3$ V i un camp elèctric de mòdul 667 N C^{-1}.
a) Calculeu el valor de la càrrega i el valor de la distància d.
b) Expliqueu com són les línies de camp i les superfícies equipotencials del camp que crea la càrrega.

DADA: $k = 9{,}00 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}.

13. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 4; juny 2013)

P3) Entre les dues làmines de la figura, separades una distància $d = 3{,}0$ m, tenim un camp elèctric uniforme de $1{,}5 \times 10^3$ N C^{-1}.



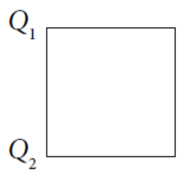
En el centre de l'espai limitat per les dues làmines posem una llentia metàl·lica carregada, penjada d'un fil. Tenint en compte que la longitud del fil és de 1,5 m, que la càrrega de la llentia és de $Q = -5{,}0 \times 10^{-5}$ C i que té una massa $m = 12$ g:

***a*)** Representeu les forces que actuen sobre la llentia en el punt d'equilibri i calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical en l'equilibri.

***b*)** Calculeu la diferència de potencial entre la posició d'equilibri i la posició vertical.

P14. (PAU: 3 d'opció B, sèrie 4; juny 2013)

P3) En el quadrat de la figura, de 2,00 m de costat, hi ha dues càrregues $Q_1 = 9{,}00$ μC i $Q_2 = -9{,}00$ μC en els vèrtexs de l'esquerra.



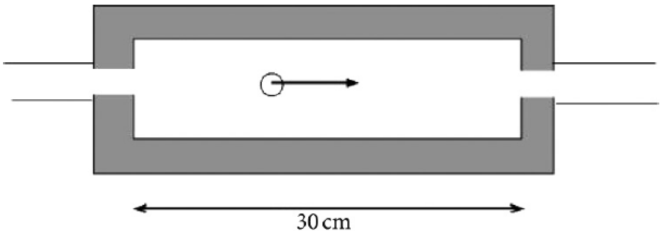
***a*)** Determineu la intensitat del camp elèctric en el centre del quadrat.

***b*)** En el centre del quadrat hi situem una tercera càrrega $Q_3 = 7{,}00$ μC. Calculeu el treball que farà la força elèctrica que actua sobre Q_3 quan la traslladem del centre del quadrat al vèrtex inferior dret.

DADA: $k = 9{,}00 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}

P15. (PAU: 2 de part comuna, sèrie 3; juny 2013)

P2) A la cambra acceleradora de la figura, de 30,0 cm de llargària, els electrons entren per l'esquerra i surten per la dreta. Mentre estan dins la cambra es mouen amb un MRUA (moviment rectilini uniformement accelerat), amb una acceleració cap a la dreta de $1,20 \times 10^{13}$ m s^{-2}. En aquesta situació, es poden negligir les forces gravitatòries i els efectes relativistes.



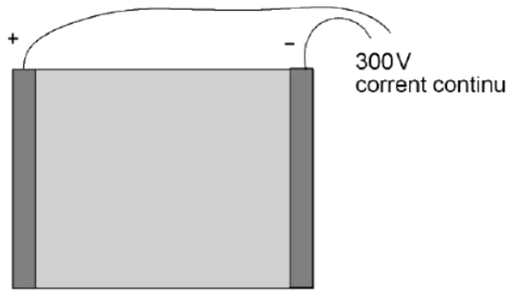
a) Calculeu el camp elèctric a l'interior de la cambra acceleradora. Indiqueu-ne també la direcció i el sentit.

b) Quina diferència de potencial hi ha entre les parets esquerra i dreta de la cambra? Quina està a un potencial més alt? Quanta energia guanya cada electró que travessa la cambra?

DADES: $Q_{\text{electró}} = 1,60 \times 10^{-19}$ C
$m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31}$ kg

16. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 1; setembre 2013)

P3) L'electroforesi és un mètode per a analitzar mescles. Disposem una mostra entre dos elèctrodes connectats a una diferència de potencial de 300 V. La distància entre els elèctrodes és de 20,0 cm.



a) Dibuixeu les línies del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes i les diferents superfícies equipotencials. Indiqueu el potencial de cada una de les superfícies. Calculeu el valor del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes, i indiqueu la direcció i el sentit de les partícules positives i les negatives.

b) En les condicions adequades, les molècules adquireixen càrrega elèctrica i es desplacen en l'aparell d'electroforesi amb un moviment rectilini lent i uniforme. Calculeu la força elèctrica i la força de fricció que actuen sobre una molècula de timina amb una càrrega de $-1,60 \times 10^{-19}$ C.

17. (PAU: 5 d'opció B, sèrie 1; setembre 2013)

P5) Quatre càrregues elèctriques positives, d'$1,00 \times 10^{-5}$ C cadascuna, es troben als vèrtexs respectius d'un quadrat de $\sqrt{2}$ m de costat. Calculeu:

a) L'energia necessària per a la formació del sistema de càrregues.

b) El valor de la càrrega elèctrica negativa que hem de situar al centre del quadrat perquè la força electrostàtica sobre cadascuna de les càrregues sigui nul·la.

DADA: $k = 9,00 \times 10^{9}$ N m^2 C^{-2}

PROBLEMES d'Electrostàtica - PAU

1. (PAU: 1 de part obligatòria, sèrie 1; juny 2011)

P1)

a) Direcció horitzontal: moviment uniforme $\Rightarrow vt = L$
Direcció vertical: moviment uniformement accelerat $\Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{D}{2}$ **[0.5]** $\Rightarrow$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$$

$$\frac{1}{2}at^2 = \frac{D}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{D}{a} = \frac{Dm}{qE} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{Dm}{qE}} \text{ [0.25]}$$

$$v = \frac{L}{t} = \sqrt{\frac{L^2 qE}{Dm}} = 3,98 \times 10^7 m/s \text{ [0.25]}$$

b) 1 Moviment uniforme en una direcció i moviment uniformement accelerat en la direcció perpendicular $\Rightarrow$ trajectòria parabòlica **[0.5]**

2 $W = \frac{FD}{2} = \frac{qED}{2} = 8.01 \times 10^{-17} J$**[0.5]**

2. (PAU: 2 de part obligatòria, sèrie 4; juny 2011)

P2)

a) La direcció és perpendicular a les plaques i el sentit és tal que va de la placa positiva a la negativa. **[0.5]**
El modul val:

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60 \times 10^3 \ V}{0{,}04 \ m} = 1,5 \times 10^6 \ N/C \text{ [0,5]}$$

b)

$$\Delta E_p = q_{e^-} \ \Delta V = -1{,}6 \times 10^{-19} \ C \ 6 \times 10^4 \ V = -9,6 \times 10^{-15} J$$
$$\Delta E_c = W_{total} = -\Delta E_p = 9,6 \times 10^{-15} J \text{ [0,5]}$$

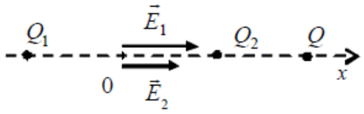
$$E_{fot\acute{o}} = \Delta E_c$$
$$E_{fot\acute{o}} = h \ \nu$$
$$\nu = \frac{\Delta E_c}{h} = 1,45 \times 10^{19} Hz \text{ [0,5]}$$

3. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 2; setembre 2010)

OPCIÓ A

P3A

a)



$$E = K\frac{Q}{r^2}\begin{cases} E_1 = K\dfrac{Q_1}{x_1^2} = 9\cdot 10^3\,\dfrac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_2 = K\dfrac{|Q_2|}{x_2^2} = \dfrac{3}{4}\cdot 9\cdot 10^3\,\dfrac{\text{N}}{\text{C}} \end{cases}$$ **[0,2]**

Segons la figura: $\vec{E}_1 = E_1\,\hat{i}$; $\vec{E}_2 = E_2\,\hat{i}$; per tant $\vec{E}_Q = -\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right) = -\left(E_1 + E_2\right)\hat{i}$. Això vol dir que Q ha de ser positiva. **[0,3]**

$E_Q = E_1 + E_2 = \frac{7}{4}9\cdot 10^3\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$ **[0,3]**; però, a més $E_Q = K\frac{Q}{4^2}$ **[0,1]**. D'on s'obté: $Q = 28\,\mu\text{C}$ **[0,1]**

b) $U = qV$ **[0,2]**

$V_1 = k\frac{Q_1}{r_1} = 9\cdot 10^9\,\frac{4\cdot 10^{-6}}{6} = 6.000\,\text{V}$ **[0,3]**

$V_2 = k\frac{Q_2}{r_2} = 9\cdot 10^9\,\frac{-3\cdot 10^{-6}}{2} = -13.500\,\text{V}$ **[0,3]**

[per cada signe mal posat resteu 0,1punts (no penalitzeu el mateix error dues vegades)**]**

$U = qV = 28\cdot 10^{-6}\cdot\left(6.000 - 13.500\right) = -0,21\,\text{J}$ **[0,2]**

4. (PAU: 3 d'opció B, sèrie 2; setembre 2010)

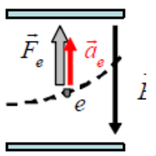
OPCIÓ B

P3B

a) Treball realitzat pel camp elèctric: $|W_e| = |q\Delta V| = 1,6\cdot 10^{-19}\cdot 5.000 = 8,0\cdot 10^{-16}\,\text{J}$ **[0,4]**

$\frac{1}{2}mv^2 = 8,0\cdot 10^{-16}\,\text{J}$ **[0,3]** $\Rightarrow$ $v = \sqrt{\frac{2\cdot 8,0\cdot 10^{-16}}{9,1\cdot 10^{-31}}} = 4,2\cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,3]**

b) $|F_e| = |qE| = \left|-1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10.000\right| = 1,6\cdot 10^{-15}\,\text{N}$ **[0,2]**



$\vec{F} = m\vec{a}$; $a_e = \frac{F_e}{m_e} = \frac{1,6\cdot 10^{-15}}{9,1\cdot 10^{-31}} = 1,8\cdot 10^{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **[0,2]**

direcció i sentit $\vec{F}_e$ **[0,2]**; direcció i sentit $\vec{a}_e$ **[0,2]**

$p_e = m_e g = 8,9\cdot 10^{-30}\,\text{N}$; $p_e << F_e$, per tant no cal tenir en compte el pes dels electrons **[0,2]**

5. (PAU: 4 d'opció A, sèrie 2; setembre 2011)

P4)

a) En aquest apartat l'alumne ha de fer un esquema de les forces que actuen sobre la càrrega C. Distància A-C: x, Distància C-B: $1-x$, per tan tindrem:

$$\begin{aligned} \Sigma\vec{F}_C &= 0 \Rightarrow \\ \vec{F}_{AC} &= -\vec{F}_{BC} \Rightarrow \\ K\frac{q_A\,q_C}{x^2} &= K\frac{q_B\,q_C}{(1-x)^2}\ [\mathbf{0{,}5}] \Rightarrow \\ \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 = \frac{q_B}{q_A} \Rightarrow x &= \frac{1}{1+\sqrt{\frac{q_B}{q_A}}} = 0{,}41m\ [\mathbf{0{,}5}] \end{aligned}$$

b) Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el punt on es troba actualment la carrega C:

$$V(i) = k\frac{q_A}{|x|} + k\frac{q_B}{|1-x|}\ [\mathbf{0{,}2}] = -1{,}05\times10^5 V\ [\mathbf{0{,}1}]$$

Potencial elèctric creat per les càrregues A i B, en el seu punt mig:

$$V(f) = k\frac{q_A}{0{,}5} + k\frac{q_B}{0{,}5} = -1{,}08\times10^5 V\ [\mathbf{0{,}1}]$$

Diferència de potencial elèctric entre el punt final i el punt de partida:

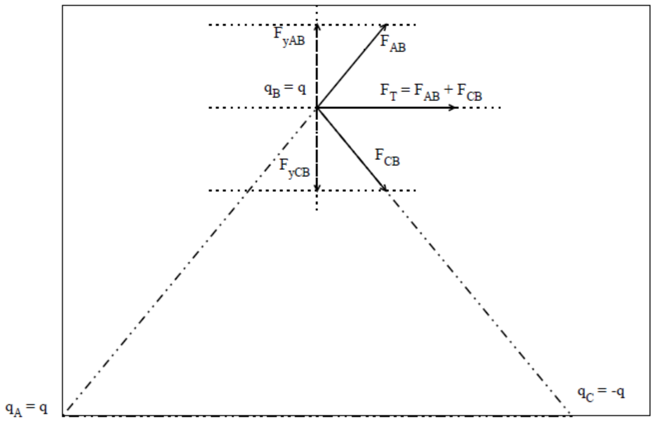
$$\Delta V = V(f) - V(i) = -1{,}08\times10^5 + 1{,}05\times10^5 = -3\times10^3 V\ [\mathbf{0{,}2}]$$

Treball fet per les forces elèctriques: $-\Delta V\, q_C = -0{,}024J$ [**0.2**] Com que el treball fet per les forces elèctriques és negatiu, vol dir que aquest treball l'hem de fer nosaltres externament en contra del camp elèctric. [**0.2**]

6. (PAU: 3 d'opció B sèrie 2; setembre 2011)

OPCIÓ B
P3)

a) La gràfica de les forces que intervenen és:



[**0.5**]

Els components verticals de $\vec{F}_{AB}$ i $\vec{F}_{CB}$ són iguals i de sentit contrari, per tant al sumar les forces $\vec{F}_{AB}+\vec{F}_{CB}$ ens quedarà un vector que només tindrà component horitzontal, per tant tindrem:

$$|F_{AB}| = |F_{CB}| = k\frac{q^2}{l^2} = 0{,}3N \ [\mathbf{0{,}25}]$$

L'angle que formen els vectors F_{AB} i F_{CB} és de 120^o per tant:

$$F_{xAB} = F_{xCB} = |F_{AB}|\cos(60^o) = 0{,}15N$$

en conclusió:

$$\overrightarrow{F}_T = 0{,}3\,\overrightarrow{i}\,N \ [\mathbf{0{,}25}]$$

b) Cada parella de càrregues emmagatzema una certa energia potencial elèctrica. Al ser una magnitud escalar, l'energia potencial total emmagatzemada serà la suma algebraica de les energies potencials respectives, per tant:

$$E_{Pot.Tot.} = E_{Pot.}(AB) + E_{Pot.}(AC) + E_{Pot.}(BC) =$$
$$K\frac{q^2}{l} - K\frac{q^2}{l} - K\frac{q^2}{l} = -\frac{9\times 10^9\ 10^{-10}}{\sqrt{3}} = -0,3\sqrt{3}J = -0{,}52J \ [\mathbf{0{,}5}]$$

El treball realitzat per la força elèctrica total el podem calcular de manera senzilla a partir del potencial elèctric generat per les altres dues càrregues:

$$W = q\ (\ V_{final} - V_{inical}\ ) \ [\mathbf{0{,}25}]$$

$$V_{final} = K\frac{q}{l/2} - K\frac{q}{l/2} = 0$$

$$V_{inicial} = K\frac{q}{l} - K\frac{q}{l} = 0$$

Per tant el treball per moure la càrrega positiva del vertex superior al centre del costat que uneix les altres dues càrregues serà 0 [**0.25**].

Una altre manera de veure-ho, es mitjançant l'esquema de l'apartat a), on veiem que el component vertical de la força que actua sobre la càrrega B és zero, per tant el treball generat per aquesta força quan ens movem verticalment serà també zero.

7. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 3; juny 2012)

Opció A
P3)

a)

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{60\times 10^{-3}}{7\times 10^{-9}} = 8,57\times 10^6 \text{ N/C o V/m } [\mathbf{0.5}]$$

Direcció: perpendicular a les plaques [**0.2**] Sentit: cap a la placa negativa [**0.3**]

b) Hem de realitzar un treball en contra del camp:

$$\Delta E = Q\ \Delta V = 1.60\times 10^{-19}\cdot 60\times 10^{-3} = 9,60\times 10^{-21} \text{ J } [\mathbf{1}]$$

8. (PAU: 3 d'opció B, sèrie 3; juny 2012)

Opció B
P3)

a) $V(A) - V(B) = 0$ [**0.2**], ja que $\vec{E}$ és perpendicular al camí $\vec{AB}$, [**0.1**]
$V(B) - V(C) = -\vec{E} \cdot \vec{CB} = |\vec{E}| \cdot |\vec{CB}| = 500 \cdot 0.2 = 100\text{V}$ [**0.3**]
$V(A) - V(C) = V(A) - V(B) + V(B) - V(C) = 100\text{V}$ [**0.4**]

b) Per qué es mantingui en equilibri la força elèctrica haurà de compensar exactament el pes, [**0.2**] per tant la càrrega haurà de ser negativa [**0.2**].

$$q\,E = m\,g \Rightarrow q = \frac{mg}{E} = 3,92 \times 10^{-5}\text{ C } [\mathbf{0.2}]$$

La càrrega estarà en equilibri en qualsevol punt de l'espai on existeixi aquest camp elèctric, ja que aquest és uniforme i per tant la força que exerceix sobre les càrregues elèctriques també és constant. [**0.4**]

9. (PAU: 4 d'opció A, sèrie 1; juny 2012)

P4)

a) En la regió A el camp ha d'anar dirigit cap a l'esquerra (o en sentit contrari al moviment de l'electró). Es pot justificar indicant que una força cap endavant actuant sobre una partícula negativa requereix un camp elèctric cap enrere. [**0.5**] En la regió B el moviment serà accelerat (però no rectilini), descrivint una paràbola ascendent (o còncava tal com està dibuixat).Poden predir que xocarà amb la placa superior, però han d'especificar que la trajectòria serà parabòlica. [**0.5**]

b) Tractant-se d'un camp elèctric constant

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} = -40 \times 10^3\text{N/C} \cdot 0.0500\text{m} \cdot (-1) = 2,00 \times 10^3\text{V } [\mathbf{0.5}]$$

Pot trobar-se ΔE_c calculant el treball que fa la força elèctrica:

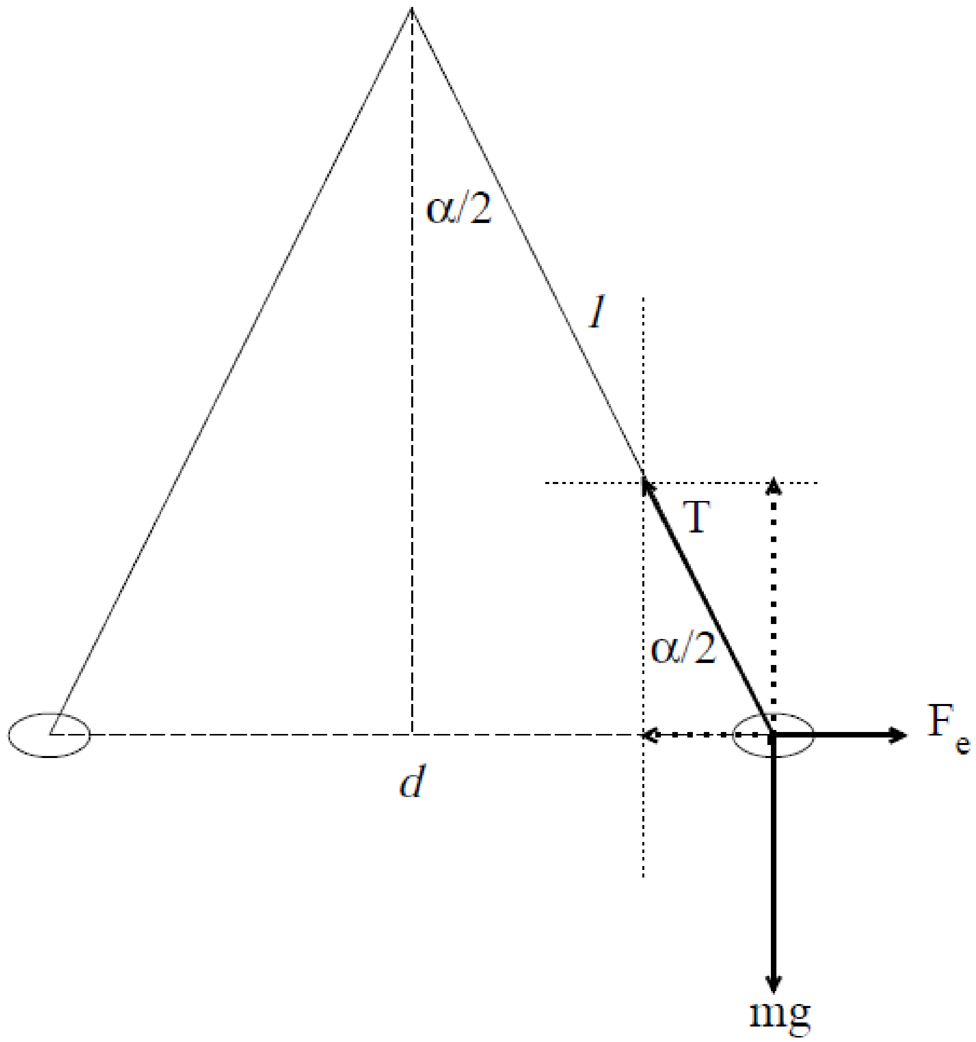
$$\Delta E_c = W = \vec{f} \cdot \vec{\Delta x} = \text{q}\vec{E} \cdot \vec{\Delta x} = -1.60 \times 10^{-19}\text{C} \cdot 40 \times 10^3\text{N/C} \cdot 0.0500\text{m} \cdot (-1) = 3,20 \times 10^{-16}\text{ J}$$

o bé trobant la disminució d'energia potencial elèctrica

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = -q\,\Delta V = -(-1.60 \times 10^{-19}\text{C} \cdot 2000\text{V} = 3.20 \times 10^{-16}\text{J } [\mathbf{0.5}]$$

10. (PAU: 5 d'opció B, sèrie 1; juny 2012)

P5)



a) **[0.2]**

$$T\cos(\alpha/2) = m\,g\ [\mathbf{0.4}] \Rightarrow T = \frac{m\,g}{\cos(\alpha/2)} = 1.01\times10^{-5}\ \mathrm{N}\ [\mathbf{0.4}]$$

b)

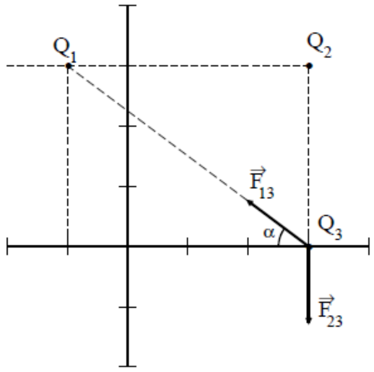
$$d = 2\,l\ \sin(\alpha/2)\ [\mathbf{0.2}];\quad T\sin(\alpha/2) = F_e = \frac{K\,q^2}{d^2}\ [\mathbf{0.4}]$$

$$q = \sqrt{\frac{T\ \sin(\alpha/2)\ d^2}{K}} = \sqrt{\frac{4\ l^2\ T\ \sin^3(\alpha/2)}{K}} = \sqrt{\frac{4\ l^2\ m\ g\ \sin^3(\alpha/2)}{K\ \cos(\alpha/2)}} = 2.65\times10^{-10}\mathrm{C}\ [\mathbf{0.4}]$$

11. (PAU: 4 d'opció A, sèrie 4; setembre 2012)

P4)

a)



[0.2]

$$r_{13} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}; \ \tan(\alpha) = \frac{3}{4}; \ \sin(\alpha) = 0.6; \ \cos(\alpha) = 0.8$$

$$F_{13} = K\frac{Q_1 Q_3}{r_{13}^2} = 9 \times 10^9 \frac{3,0 \times 10^{-6} \cdot 8,0 \times 10^{-6}}{5^2} = 8,6 \times 10^{-3} \text{ N } [\mathbf{0.2}]$$

$$F_{23} = K\frac{Q_2 Q_3}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \frac{5,0 \times 10^{-6} \cdot 8,0 \times 10^{-6}}{3^2} = 4,0 \times 10^{-2} \text{ N } [\mathbf{0.2}]$$

$$\vec{F_{13}} = -F_{13} \cos(\alpha) \vec{i} + F_{13} \sin(\alpha) \vec{j} = -6,9 \times 10^{-3} \vec{i} + 5.2 \times 10^{-3} \vec{j} \text{ N } [\mathbf{0.1}]$$

$$\vec{F_{23}} = -F_{23} \vec{j} = -4.0 \times 10^{-2} \vec{j} \text{ N } [\mathbf{0.1}]$$

$$\vec{F_3} = \vec{F_{13}} + \vec{F_{23}} = -6,9 \times 10^{-3} \vec{i} - 3,5 \times 10^{-2} \vec{j} \text{ N } [\mathbf{0.2}]$$

b) Al tractar-se d'un camp conservatiu, el treball realitzat pel camp serà igual al canvi de l'energia potencial canviada de signe: [**0.1**]

$$W_{P_3 \to P_4} = -\Delta E_p = -Q_3 [V(P_4) - V(P_3)] \ [\mathbf{0.2}]; \ r_{24} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 7.21\text{m}; \ r_{14} = 6 \text{ m}$$

$$V(P_3) = K\frac{Q_1}{r_{13}} + K\frac{Q_2}{r_{23}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{5} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{3} \right\} = -9.6 \times 10^3 \text{ V } [\mathbf{0.2}]$$

$$V(P_4) = K\frac{Q_1}{r_{14}} + K\frac{Q_2}{r_{24}} = 9 \times 10^9 \left\{ \frac{3 \times 10^{-6}}{6} + \frac{-5 \times 10^{-6}}{7.21} \right\} = -1.7 \times 10^3 \text{ V } [\mathbf{0.2}]$$

Per tan:

$$W_{P_3 \to P_4} = 8 \times 10^{-6} \ \{-1.7 \times 10^3 - (-9,6 \times 10^3)\} = 6,3 \times 10^{-2} \text{ J } [\mathbf{0.2}]$$

Al ser una quantitat positiva, el treball serà realitzat pel camp. [**0.1**]

12. (PAU: 3 d'opció B, sèrie 4; setembre 2012)

Opció B
P3)

a) Si $V < 0 \ \Rightarrow \ q < 0$ [**0.2**]

$$\left.\begin{array}{ll} V & = k\,\frac{q}{d} \\ E & = k\,\frac{q}{d^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \ d \ = \ \left|\frac{V}{E}\right| \ = \ 9,00 \text{ m } [\mathbf{0.4}]$$

$$q \ = \ \frac{dV}{k} \ = \ -6,00 \times 10^{-6} \text{ C } [\mathbf{0.4}]$$

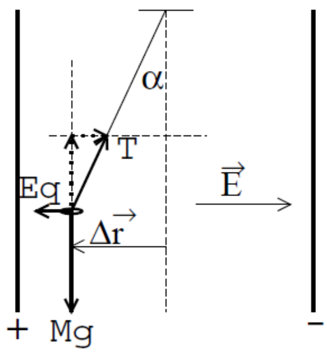
b) Les línies de camp segueixen la direcció radial amb centre la càrrega q [**0.25**] i el sentit és apuntant cap a la càrrega [**0.25**].

Les superfícies equipotencials són esferes centrades en la càrrega q [**0.25**] i són més juntes com més a prop estan de la càrrega que les genera. [**0.25**]

13. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 4; juny 2013)

Opció A
P3)

a) De forma esquemàtica tindrem:



$\boxed{0.4}$

Per tant:

$$M \ g \ \tan(\alpha) \ = \ E \ q \ \boxed{0.3} \ \Rightarrow$$

$$\alpha \ = \ \arctan\left(\frac{E \ q}{M \ g}\right) \ = \ 5,68 \cdot 10^{-1} \text{ rad } \ = \ 33\ ^{\text{o}} \ \boxed{0.3}$$

b) Com que el camp elèctric és uniforme:

$$\Delta \ V \ = \ -\,\vec{E} \cdot \Delta\vec{r} \ \boxed{0.3} \ = \ E \ L \ \sin(\alpha) \ = \ \boxed{0.2} \ = \ 1500 \text{ N/C } 1,5 \text{ m } \sin(32,5^{\text{o}}) \ = \ 1,2 \cdot 10^3 \text{ V } \boxed{0.5}$$

P14. (PAU: 3 d'opció B, sèrie 4; juny 2013)

P3)

a) El camp elèctric és una magnitud vectorial per tant:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K\,\frac{q_1\,\vec{\mu}_1}{r_1^2} + K\,\frac{q_2\,\vec{\mu}_2}{r_2^2}\ \boxed{0.2}$$

On:

$$\vec{\mu}_1 = (\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}});\ \vec{\mu}_2 = (\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}});\ r_1 = r_2 = \sqrt{2}\ \boxed{0.3}$$

Per tant:

$$\vec{E}_T = \frac{9\cdot 10^9}{2\,\sqrt{2}}\left\{9\cdot 10^{-6}(\vec{i} - \vec{j}) - 9\cdot 10^{-6}(\,\vec{i} + \vec{j})\right\} \Rightarrow \vec{E}_T = (0\,\vec{i} - 5,73\cdot 10^4\,\vec{j})\text{ N/C}\ \boxed{0.5}$$

Es considerarà la resposta correcte si raonen que per raons de simetria el camp elèctric ha de tenir només component vertical, de signe negatiu i realitzen el càlcul correctament.

b) Al tractar-se de un camp conservatiu podem podem trobar el treball fet per la força elèctrica a partir del potencial elèctric.

$$V_i = K\left\{\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right\} = \frac{9\cdot 10^9\ \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}}\,(9 - 9) = 0\text{ V}\ \boxed{0.3}$$

$$V_f = K\left\{\frac{q_1}{r_1'} + \frac{q_2}{r_2'}\right\} = 9\cdot 10^9\ \cdot 10^{-6}\,(\frac{9}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2}) = -1,19\cdot 10^4\text{ V}\ \boxed{0.3}$$

Per tant el treball fet per la força elèctrica és:

$$W_E = -\,\Delta V\,q = (V_i - V_f)\,q = (0 + 1,19\cdot 10^4)\,(7\cdot\ 10^{-6}) = 8,33\cdot 10^{-2}\text{ J}\ \boxed{0.4}$$

P15. (PAU: 2 de part comuna, sèrie 3; juny 2013)

P2)

a)

$$\vec{F} = \vec{\mathcal{E}}\,q = m\,\vec{a}\ \boxed{0.5} \Rightarrow \vec{\mathcal{E}} = \frac{m\vec{a}}{q} = \frac{9,11\times 10^{-31}\text{kg}\cdot 1,20\times 10^{13}\text{m/s}^2\vec{i}}{-1,60\times 10^{-19}\text{C}} = -68,3\,\vec{i}\,\text{N/C ó V/m}\ \boxed{0.5}$$

b) Al ser el camp elèctric constant:

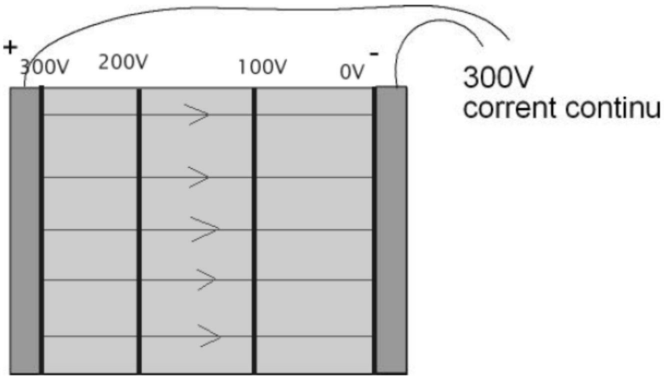
$$\Delta V = -\vec{\mathcal{E}}\,\Delta\vec{r}\ \boxed{0.2} = -(-68.3\,\vec{i})(0.3\,\vec{i}) = 20,5\text{V}\ \boxed{0.2}$$

El potencial mes alt serà a la part dreta de la càmera $\boxed{0.2}$

$$\Delta E = \Omega = -\Delta V\,q = -20.5\,(-1.60\times 10^{-19}) = 3,28\times 10^{-18}\text{ J} = 20.5\text{ eV}\ \boxed{0.4}$$

16. (PAU: 3 d'opció A, sèrie 1; setembre 2013)

a) És important que les línies de camp indiquin el sentit $\boxed{0.2}$ i que les superfícies equipotencials indiquin els valors dels seus potencials. [0.2] No és necessari que el 0 correspongui a l'elèctrode negatiu.



$\boxed{0.2}$

El valor del camp serà:

$$E = \frac{\Delta V}{x} = \frac{300V}{0,2m} = 1,50 \times 10^3 \mathrm{V/m} \text{ ó } 1,50 \times 10^3 \mathrm{N/C} \; \boxed{0.2}$$

Les partícules negatives dipositades es mouran cap al pol positiu i les positives cap al pol negatiu. $\boxed{0.2}$

b) La força elèctrica ha de ser: $\vec{F} = q\vec{E} = -1,6 \times 10^{-19}C \; 1500N/C\,\vec{i} = -2,40 \times 10^{-16}N\,\vec{i}$ o bé $2,40 \times 10^{-16}N\,\vec{i}$ si el signe de la càrrega és positiu. $\boxed{0.5}$

Com que es mou amb un moviment rectilini i uniforme $\Rightarrow \Sigma\vec{F} = 0$, per tant la força de fricció ha de ser igual i de sentit contrari a la força elèctrica, o sigui el seu modul val: $2,40 \times 10^{-16}N$ $\boxed{0.5}$.

17. (PAU: 5 d'opció B, sèrie 1; setembre 2013)

P5)

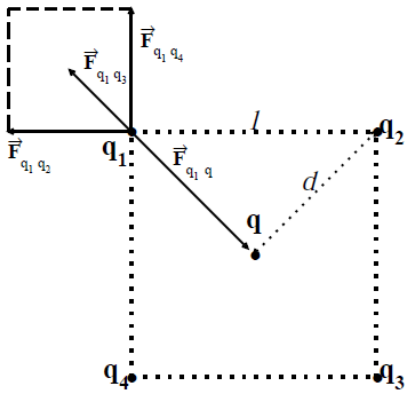
a) L'energia de formació del sistema de càrregues la podem obtenir a partir de l'energia potencial de les diferents parelles presents. $\boxed{0.2}$

$$E_{formació} = K\left\{\frac{q_1\,q_2}{r_{12}} + \frac{q_1\,q_3}{r_{13}} + \frac{q_1\,q_4}{r_{14}} + \frac{q_2\,q_3}{r_{23}} + \frac{q_2\,q_4}{r_{2_4}} + \frac{q_3\,q_4}{r_{34}}\right\} \; \boxed{0.4}$$

Per altre banda: $r_{12} = r_{14} = r_{23} = r_{34} = \sqrt{2}$ m i $r_{13} = r_{24} = 2$ m; per tan:

$$E_{formació} = 9{\times}10^9{\cdot}10^{-10}\left\{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right\} = 0.9\left\{\frac{4}{\sqrt{2}} + 1\right\} = 3,45\ \mathrm{J} \; \boxed{0.4}$$

b) Les quatre càrregues son iguals, per tant si trobem la càrrega que compensi la força d'una de les càrregues, per raons de simetria, quedaran compensades totes les forces del reste de càrregues. $\boxed{0.2}$ Ho farem per la càrrega q_1:



$\boxed{0.2}$

A partir del gràfic veiem que, $l = \sqrt{2}$ m i $d = 1$ m i que:

$$\vec{F}_{q_1q_2} \ + \ \vec{F}_{q_1q_3} \ + \ \vec{F}_{q_1q_4} \ = \ \vec{F}_{q_1q} \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Igualem les diferents components dels vectors i tindrem:

$|\vec{F}_{q_1q_4}| \ + |\vec{F}_{q_1q_3}| \ \cos(45^o) \ = \ |\vec{F}_{q_1q}| \ \cos(45^o)$ o també $|\vec{F}_{q_1q_2}| \ + |\vec{F}_{q_1q_3}| \ \sin(45^o) \ = \ |\vec{F}_{q_1q}| \ \sin(45^o)$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

per tan:

$$K\frac{10^{-10}}{2} \ + \ K\frac{10^{-10}}{4} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ = \ K\frac{|q| \cdot 10^{-5}}{1} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$|q| \ = \ 10^{-5} \ \sqrt{2} \ \left\{ \frac{1}{2} \ + \ \frac{1}{4\sqrt{2}} \right\} \ = \ 9.57 \times 10^{-6} \ \mathrm{C} \ = \ 9.57\mu C \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$