ESCOLA PIA SABADELL | **Física** | 2n BAT. | « EXERCICIS d'introducció al camp magnètic »

[Ac; 2 - IV - 2014]

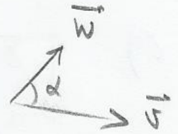
C / ii

A Introducció al "Producte vectorial"

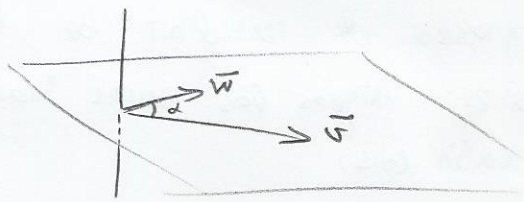
Siguin dos vectors en 3D, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ i $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$.

Definim el seu <u>producte vectorial</u>, $\vec{v} \times \vec{w}$, com un tercer vector $\vec{p}$ tal que:

- el seu <u>mòdul</u> és $\boxed{|\vec{p}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \sin\alpha}$

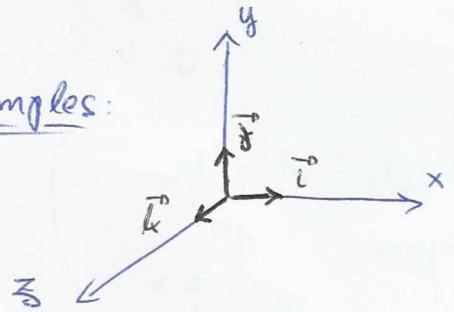


- la seva <u>direcció</u> és perpendicular al pla definit per $\vec{v}$ i $\vec{w}$:



- el seu <u>sentit</u>: el que ens dicta la regla de la mà dreta fent $\vec{v} \to \vec{w}$

Exemples:



(Recordem que tots tres tenen mòdul 1, i que dos a dos estan a 90° sempre)

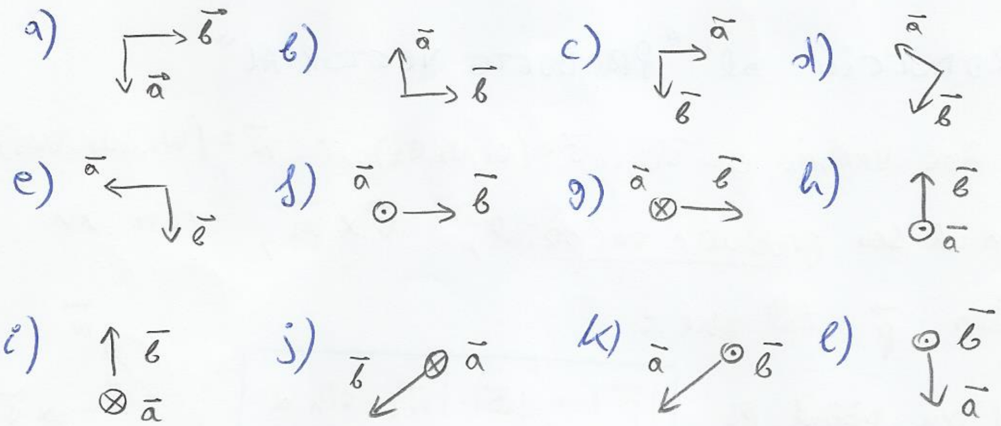
$$\begin{cases} \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \\ \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k} \\ \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j} \\ \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \\ \ldots \end{cases}$$

NOTACIÓ: ⊙ "surt" (veiem "el cap") ⊗ "entra" (veiem "la cua")

▷ Exercicis:

A.1) Si $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, dibuixa $\vec{a}\times\vec{b}$ en cada cas

a) b) c) d) e) f) g) h) i) j) k) l)



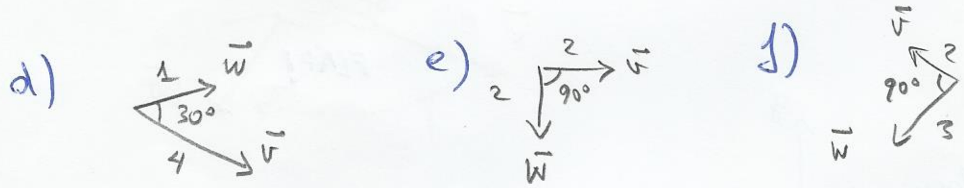
A.2) Expressa el resultat de l'operació $\vec{v}\times\vec{w}$ (això és: digues les seves tres components, (a,b,c)) en cada cas:

a) $\vec{v}=(1,0,0)$, $\vec{w}=(0,1,0)$

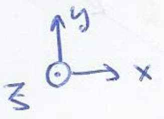
b) $\vec{v}=(0,1,0)$, $\vec{w}=(1,0,0)$

c) $\vec{v}=(6,0,0)$, $\vec{w}=(0,3,0)$

d) e) f)



(**NOTA:** per a tots tres (d), (e) i (f), el sistema d'eixos cartesians està orientat segons:


)

ESCOLA PIA SABADELL

[Ac; 2-IV-2014]

F2

« Exercicis d'introducció al camp $\vec{B}$ »

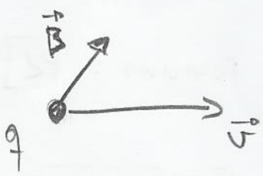
25/IX/'14 | ii / ii

B LA FORÇA MAGNÈTICA

- El camp $\vec{B}$ serveix per a descriure les forces relacionades amb els imants, forces entre fils per on passa corrent elèctric, etc.

- La unitat S.I. del camp $\vec{B}$ ("camp magnètic") és el tesla (T).

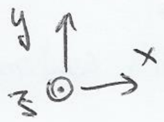
- La força que exerceix el camp $\vec{B}$ sobre una càrrega q depen dels valors de $\vec{B}$ i q, però també de la velocitat amb que q es mou:



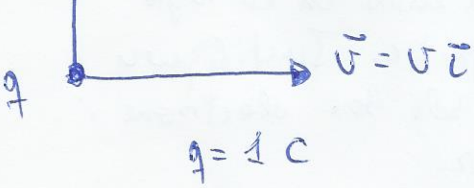
$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}}$$

« força magnètica que sent la càrrega q, que viatja a velocitat $\vec{v}$, sota el camp magnètic $\vec{B}$ »

- Exemples: com que $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$, si tenim els eixos orientats així:



tenim que:

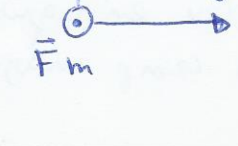


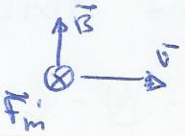
$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}} =$$

$$= 1 \cdot (v\vec{i}) \times (B\vec{j}) =$$

$$= v \cdot B \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} \cdot \vec{k} =$$

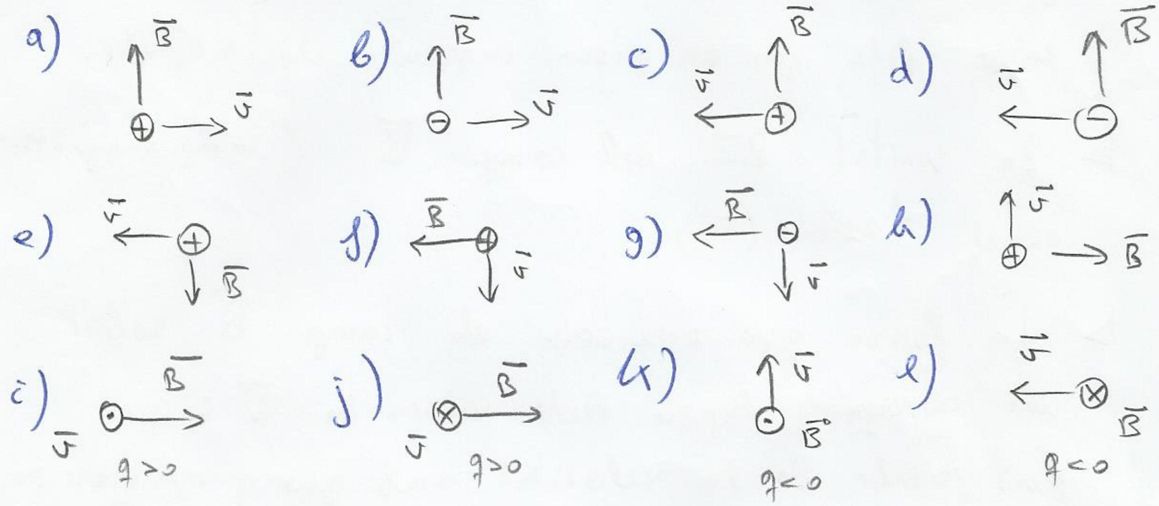
$$= \boxed{vB\vec{k}}\,,$$ és a dir:



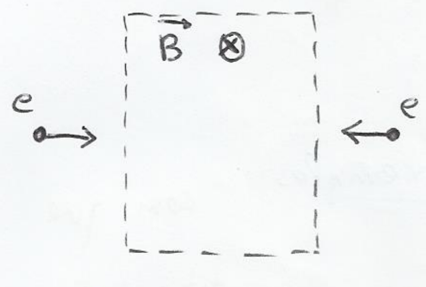
Si la càrrega és de $q' = -1\ C$, llavors:  $\boxed{\vec{F}'_m = -vB\vec{k}}$

Exercicis:

B.1) Si tenim les següents configuracions de $\vec{B}$ i $\vec{v}$, dibuixa $\vec{F}_m$ en cada cas (vigileu!: $\oplus$ vol dir $q>0$; $\ominus$ vol dir $q<0$).



B.2) [PAU setembre 2013, sèrie 1, part comuna: P2]



En una regió de l'espai hi ha un camp magnètic constant dirigit cap a l'interior del paper. En aquesta regió entren dos electrons amb la mateixa rapidesa i la mateixa direcció, però movent-se en sentits contraris, tal com indica la figura.

a) Dibuixeu la força magnètica que actua sobre cada electró quan entra en la regió on hi ha el camp magnètic. Justifiqueu i dibuixeu les trajectòries dels dos electrons i indiqueu el sentit de gir.

b) Eliminem aquest camp magnètic i el substituïm per un altre camp magnètic, de manera que els electrons no es desvien quan entren en aquesta regió. Dibuixeu com hauria de ser aquest nou camp magnètic. Justifiqueu la resposta. (NO val $\vec{B} = \vec{0}$).

E. PLA SABADELL

[26 - IV - 14 ; dc]

F2

Camp $\vec{B}$:

« TASQUES OBLIGATÒRIES de SETMANA SANTA »

(resolucions)

WLWXT'14

i / ix

NOTA total TASQUES $= 1{,}25 \cdot \frac{1}{6} \cdot (N_{A1} + N_{A2} + N_{B1} + N_{B2} + N_{D.19} + N_{D.26} + N_{LL.37} + N_{LL.38})$

A.1

→ puntuació (sobre 6): 0,5 p. cada apartat.

Si $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, dibuixa $\vec{a} \times \vec{b}$ en cada cas

a/ $\odot$ b/ $\otimes$ c/ $\otimes$ d/ $\odot$

e/ $\odot$ f/ $\uparrow$ g/ $\downarrow$ h/ $\leftarrow$

i/ $\rightarrow$ j/ $\nwarrow$ k/ $\nwarrow$ l/ $\leftarrow$

Recordem:

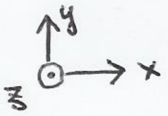
$\odot$ "surt" (de la pàgina): veiem el seu nas.

$\otimes$ "entra" (en la pàgina): veiem la seva cua.

A.2

→ puntuació (sobre 6): 1 p. cada apartat.

Expressa les tres components cartesianes de $\vec{v} \times \vec{w}$ en cada cas, considerant la següent orientació del sistema d'eixos cartesians:



a/ • Notació (que farem servir en tot l'exercici): $\vec{p} = \vec{v} \times \vec{w}$

1. Dibuixem esquemàticament $\vec{v}$ i $\vec{w}$:

$\vec{v} = (1, 0, 0)$
$\vec{w} = (0, 1, 0)$ } ⇒

2. Abatem $\vec{v} \to \vec{w}$ pel camí més curt i apliquem regla mà dreta:

trobem, doncs, que $\vec{p} = \vec{v} \times \vec{w} = (0, 0, p)$

(p és el mòdul, $p = |\vec{p}| > 0$).

3. Trobem el mòdul amb la fórmula:

$$\boxed{|\vec{p}| = |\vec{v} \times \vec{w}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \sin\alpha = 1 \cdot 1 \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} = \boxed{1}}$$

$|\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} = \sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} = 1$

$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} = 1$

4. Tot plegat, tenim que: $\vec{p} = \boxed{\vec{v}\times\vec{w} =} (1,0,0)\times(0,1,0) =$

$$\boxed{= (0,0,1)} \quad //$$

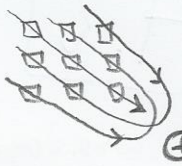
5. Comentaris: i/ aquest resultat ja l'hem comentat a classe i a les fotocòpies, doncs és molt fàcil veure que

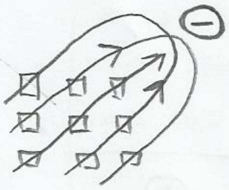
$$\left.\begin{array}{l}\vec{v} = (1,0,0) = \vec{i}\\ \vec{w} = (0,1,0) = \vec{j}\end{array}\right\} \to \vec{v}\times\vec{w} = \vec{i}\times\vec{j} = \vec{k} = (0,0,1) \quad \blacksquare$$

ii/ vegem-ho ara fent servir el determinant:

$$\vec{v}\times\vec{w} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ v_x & v_y & v_z\\ w_x & w_y & w_z\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix} = 1\cdot 1\cdot \vec{k} = \vec{k} \quad \blacksquare$$

"regla de Sarrus":





b/

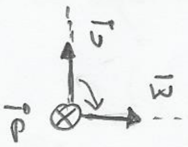
$$\left.\begin{array}{l}\vec{v} = (0,1,0)\\ \vec{w} = (1,0,0)\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\vec{v}\times\vec{w} = (0,1,0)\times(1,0,0)} = -(1,0,0)\times(0,1,0) =$$

(el producte vectorial és "anticommutatiu": $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$)

usem resultat apartat (a)

$$\boxed{= -(0,0,1) = -\vec{k}} \quad \blacksquare$$

· Amb mà dreta:



$$\Rightarrow \vec{p} = (0,0,-p) = (0,0,-1) \quad \blacksquare$$

$$p = \underbrace{v}_{1}\cdot\underbrace{w}_{1}\,\underbrace{\sin 90^\circ}_{1} = 1$$

· Amb determinant:

$$\vec{v}\times\vec{w} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{vmatrix} = -1\cdot 1\cdot \vec{k} = -\vec{k} \quad \blacksquare$$

E. PiA SABADELL

[26 - IV - 14 ; ds]

F2

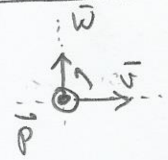
Camp $\vec{B}$: «TASQUES SETMANA SANTA» (resolucions)

2013/'14

ïi / ex

---

c/ $\bar{v} = (6,0,0)$, $\bar{w} = (0,3,0)$ $\Longrightarrow$

- orientació:  $\vec{p} = (0,0,p)$
- mòdul: $p = v \cdot w \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} = 6 \cdot 3 \cdot 1 = 18$

$\Longrightarrow$ (x)

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{6^2+0^2+0^2} = 6$

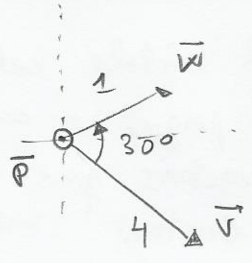
$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2} = \sqrt{0^2+3^2+0^2} = 3$

(x) $\Longrightarrow$ $\boxed{\bar{v} \times \bar{w} = (0,0,18) = 18\vec{k}}$

- Amb el mètode del determinant:

$$\boxed{\bar{v} \times \bar{w}} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 6 \cdot 3\,\bar{k} = \boxed{18\,\bar{k}}$$

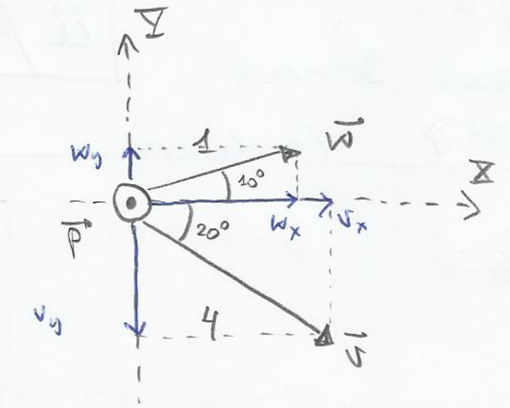
"regla de Sarrus"

d/ 

$\Longrightarrow \boxed{\bar{v} \times \bar{w} = \bar{p} = (0,0,p) = (0,0,2) = 2\vec{k}}$

$$\boxed{p = \underset{1}{w} \cdot \underset{4}{v} \cdot \underbrace{\sin 30^\circ}_{1/2} = 2}$$

- Nota: en aquest exemple, utilitzar el mètode del determinant és més complicat, perquè sabem quin és l'angle que $\bar{v}$ i $\bar{w}$ formen entre sí, però no quin és el que formen amb l'eix X, i per tant no podem trobar les components v_x, v_y, v_z i w_x, w_y, w_z. Anem, però, a fer aquí un petit exercici a títol d'exemple, suposant que $\bar{w}$ forma 10° amb l'eix X:



$$\begin{cases} W_x = 1\cdot \cos 10^\circ = \cos 10^\circ \\ W_y = 1\cdot \sin 10^\circ = \sin 10^\circ \\ W_z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_x = 4\cdot \cos 20^\circ = 4\cos 20^\circ \\ V_y = -4\cdot \sin 20^\circ = -4\sin 20^\circ \\ V_z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec v = \vec w =} \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 4\cos 20^\circ & -4\sin 20^\circ & 0 \\ \cos 10^\circ & \sin 10^\circ & 0 \end{vmatrix} =$$

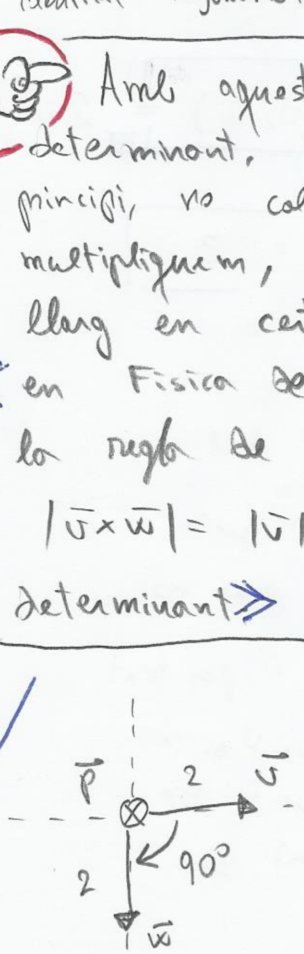
$$= (0-0)\vec i + (0-0)\vec k + (4\cos 20^\circ \cdot \sin 10^\circ + 4\sin 20^\circ \cdot \cos 10^\circ)\vec k =$$

$$= 4\sin(20^\circ + 10^\circ)\,\vec k = 4\underbrace{\sin 30^\circ}_{1/2}\,\vec k = \boxed{2\vec k}$$

identitat trigonomètrica: $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

Amb aquesta comprovació veiem que el mètode del determinant, tot i semblar més segur perquè, en principi, no cal entendre com són els vectors que multipliquem, pot dur-nos a un camí bastant més llarg en certes ocasions. Com a consell general, en Física de 2n de Bat. és més útil entendre la regla de la mà dreta i la fórmula del mòdul $|\vec v \times \vec w| = |\vec v|\cdot|\vec w|\cdot \sin 90^\circ$ que no pas emprar el determinant

e/



$$\Rightarrow \boxed{\vec v \times \vec w = \vec p = (0,0,-p)} = \boxed{(0,0,-4)} = -4\vec k$$

$$p = \underset{2}{v}\cdot \underset{2}{w}\cdot \underset{1}{\sin 90^\circ} = 2\cdot 2\cdot 1 = 4$$

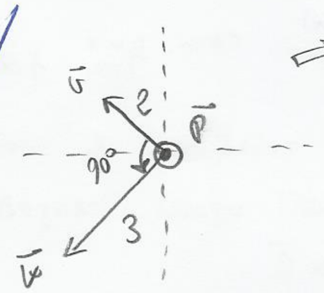
E. PIA SABADELL

[26 - IV - 14; ds]

F2

Camp $\vec{B}$: «TASQUES SETMANA SANTA» (resolucions)

MART '14 ... iii / ix

f/ 

$\Longrightarrow$ $\boxed{\vec{v} \times \vec{w} = (0,0,p) = (0,0,6)} = 6\vec{k}$ ■

$p = 2 \cdot 3 \cdot \underbrace{\sin 90°}_{=1} = 6$

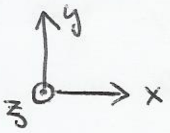
//

B.1

→ 6 p: 0,5 p. cada apartat.

Dibuixa $\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ (o "força [magnètica] de Lorentz") en cada cas.

Comentaris preliminars:

i) recordem l'orientació que sempre donem als eixos cartesians: 

ii) si el producte $\vec{P} = \vec{v} \times \vec{B}$ té una direcció i sentit, la corresponent força $\vec{F}_m = q \cdot \vec{P} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ serà:

- $\boxed{\text{si } \oplus \ (q > 0)}$ $\Longrightarrow$ $\vec{F}_m$ i $\vec{P}$ mateixa direcció i sentit. (p. exemple: $\underset{\vec{P}}{\odot} \Rightarrow \underset{\vec{F}_m}{\odot}$)
- $\boxed{\text{si } \ominus \ (q < 0)}$ $\Longrightarrow$ $\vec{F}_m$ i $\vec{P}$ mateixa direcció i diferent sentit. (p. exemple: $\underset{\vec{P}}{\odot} \Rightarrow \underset{\vec{F}_m}{\otimes}$)

a/ $\odot$ b/ $\otimes$ c/ $\otimes$ d/ $\odot$

e/ $\odot$ f/ $\otimes$ g/ $\odot$ h/ $\otimes$

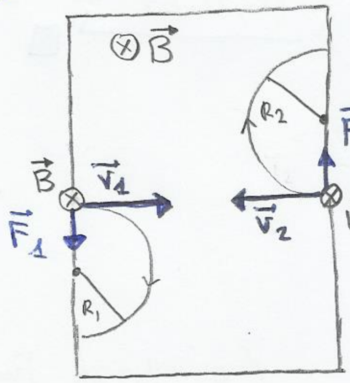
i/ $\uparrow$ j/ $\downarrow$ k/ $\leftarrow$ l/ $\uparrow$

B.2

[problema de les PAU: set'13, sèrie 1, part comuna: P2]

6 p.: 3 p. cada apartat.

a/



"força de Lorentz"

$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B}}$ (*), com que $q_{electró} < 0$,

llavors $\vec{F}$ anirà en la mateixa direcció i sentit oposat respecte del producte $\vec{v}\times\vec{B}$.

Això ens diu que la força que actua sobre cada partícula és perpendicular a la seva velocitat tota l'estona.

Això provocarà una acceleració de tipus "normal" (o "centrípeta"), que variarà la direcció de $\vec{v}$, però no el seu mòdul v. Pel que fa al mòdul de la força,

$$\boxed{|\vec{F}|} \overset{[*]}{=} |q|\cdot\underbrace{|\vec{v}|}_{v}\cdot\underbrace{|\vec{B}|}_{B}\cdot\underbrace{\sin 90^\circ}_{1} = |q|\cdot vB = \boxed{\text{constant}} \; (*,*)$$

tota l'estona perpendicular, segons hem raonat

B ← constant, segons l'enunciat.

v: constant, segons hem raonat.

la càrrega de l'electró és constant.

⟹ la $|\vec{F}|$ és constant, per tant l'acceleració normal que provoca és constant, $a_N = \text{constant}$, i això vol dir que

$$\boxed{\vec{a}: \begin{cases} a_N = \text{constant} \\ a_T = 0 \end{cases}} \Longrightarrow$$ « el moviment és circular uniforme » (MCU).

El radi de la trajectòria serà, atenent a que

$\vec{F} = m\vec{a}$ (2a llei Newton) $\Longrightarrow |\vec{F}| = m|\vec{a}| = m\dfrac{v^2}{R} \Longrightarrow$ [*,*]

(en el nostre cas: $|\vec{a}| = |\vec{a}_N| = a_N = \dfrac{v^2}{R}$)

E. PIA SABADELL

[26 - IV - 14; 25]

F 2

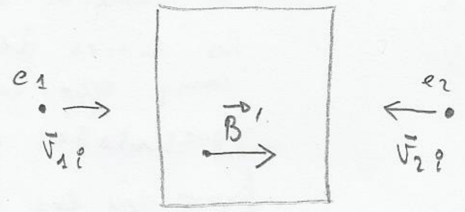
Camp $\vec{B}$: «TASQUES SETMANA SANTA» (resolucions)

iv / ix

$\Rightarrow \quad m\dfrac{v^2}{R} = |q|\,v\,B \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \dfrac{mv}{|q|B}}$, és a dir: el radi de les trajectòries serà el mateix per als dos electrons (atès que tenen mateixa massa, càrrega i mòdul de la velocitat — o "rapidesa" —).

El sentit de gir es horari per a ambdues partícules, consistentment amb els sentits i direccions inicials de les velocitats, i les conseqüents forces magnètiques que senten en entrar a la regió, que hem justificat i dibuixat més amunt.

b/



• El nou camp magnètic $\vec{B}'$ ha de ser paral·lel a les velocitats inicials dels electrons, donces

$$\boxed{\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}' = \vec{0}}$$

si $\vec{v} \parallel \vec{B}'$:

$$|F| = |q|\cdot v\,B'\,\sin\alpha = 0$$

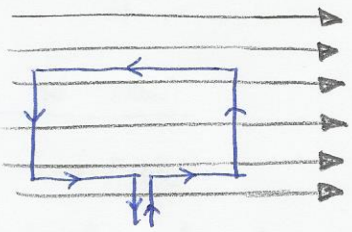
(α: angle entre $\vec{v}$ i $\vec{B}'$, i $\alpha = 0$ ó $\alpha = 180°$ si són paral·lels, d'on: $\sin 0° = \sin 180° = 0$)

... així, si no senten cap força, no és desviaran: $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} =$ constant.

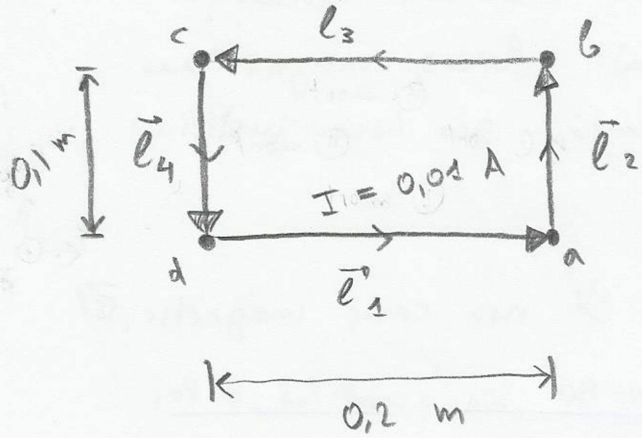
- Comentari: també valdria un $\vec{B}''$ així:

dossier: 19 → 6 p.

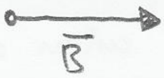
Una espira rectangular conductora de 20 cm de llarg i 10 cm d'ample és, tal i com es pot veure a la figura, en un camp magnètic uniforme de 0,05 T.

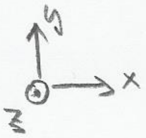


- Troba la força que actua sobre cada tram de l'espira quan hi circula un corrent de 0,01 A.



$\boxed{\vec{B} = (B, 0, 0) = B\vec{i}}$, sent-hi ($B = 0{,}05$ T)

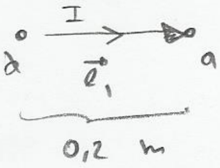




l'orientació de $\vec{B}$ la deduïm de les línies de camp que hi ha representades a la figura que ens dóna l'enunciat.

$\vec{l_1}$: vector que va del punt d al a i té longitud $l_2 = |\vec{l_2}| = 0{,}2$ m.

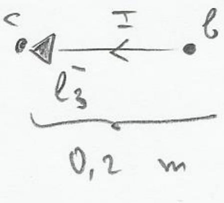
$\Rightarrow \boxed{\vec{l_1} = (0'2, 0, 0) \text{ m} = 0{,}2\,\vec{i} \text{ m}}$



$\vec{l_2}$:

$\} \; l_2 = 0{,}1$ m $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{l_2} = (0, 0'1, 0) \text{ m} = 0{,}1\,\vec{j} \text{ m}}$

$\vec{l_3}$:



$\boxed{\vec{l_3} = (-0'2, 0, 0) \text{ m} = -0{,}2\,\vec{i} \text{ m}}$

E. PIA SABADELL

[26 - IV - 14; 03]

$\boxed{F2}$

Camp $\vec{B}$:

«TASQUES SETMANA 8.»

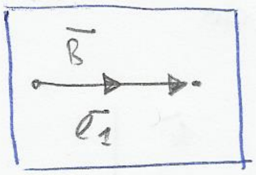
(resolucions)

v / ix

$\vec{l_4}$: $I \downarrow \vec{l_4}$ } 0,1 m $\qquad \boxed{\vec{l_4} = (0, -0'1, 0)\ m = -0{,}1\ \vec{j}\ m}$

▷ Trobem ara la força que actua sobre cada tram aplicant la força de Lorentz: $\boxed{\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B}}$ (*) :

• Tram ① :



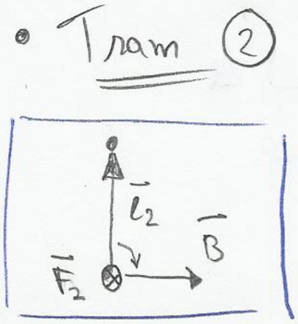
$\vec{B} \parallel \vec{l_1}$ ("paral·lels") $\Longrightarrow \vec{l_1} \times \vec{B} = \vec{0} \Longrightarrow$ [*] $\boxed{\vec{F_1} = \vec{0}}$

$|\vec{l_1} \times \vec{B}| = |\vec{l}| \cdot |\vec{B}| \cdot \overbrace{\underbrace{\sin\alpha}_{\text{"}0°\text{"}}}^{=0} = 0$

... Comprovem, doncs, que «quan un camp magnètic actua sobre un element de corrent que és paral·lel a ell, no hi exerceix cap força»

... aquest resultat està, notem-ho, en clara relació amb l'apartat (b) del problema $\boxed{B\text{-}2}$: només hem d'imaginar que el cable està ple de partícules carregades (electrons) que viatgen amb velocitats paral·leles al cable.

• Tram ② :



[*] $\boxed{\vec{F_2}} = I\,\vec{l_2} \times \vec{B} = I\,(0, 0, -p) = (*, *)$

... del dibuix que hem fet : si $\vec{p} = \vec{l_2} \times \vec{B} = (0, 0, -p)$

$$[*, *] = 0'01 \cdot (0, 0, -0'005)\ \overbrace{A \cdot T \cdot m}^{=N} = [3*]$$

calculem $p = |\vec{p}| = |\vec{l}_2 \times \vec{B}| = \underbrace{|\vec{l}_2|}_{0,1\,m} \cdot \underbrace{|\vec{B}|}_{0,05\,T} \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} = 0,005\ T\cdot m$

$I = 0,01\ A$, segons ens diu l'enunciat.

$$[3*] = \boxed{-(0, 0, 5\times 10^{-5})\ N} \Longleftrightarrow \boxed{\vec{F}_2 = -5\times 10^{-5}\ \vec{k}\ N}$$

Ho podem veure també analíticament de manera directa fent el càlcul amb el determinant:

$$\boxed{\vec{F}_2 = I\ \vec{l}_2 \times \vec{B}} = I \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ l_{2x} & l_{2y} & l_{2z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = 0,01 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0,05 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

"força de Lorentz" [*]

"regla de Sarrus"

$$= 0,01 \cdot (-0,05 \cdot 0,1 \cdot \vec{k}) = \boxed{-5 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}}\ N$$

Comentari: en aquest cas, fer anar el determinant ens pot venir bé, i la regla de la mà dreta ens pot jugar el paper de comprovació final, veient de l'orientació del vector resultant (és a dir: mòdul i sentit) són els correctes.

- Tram ③: com que $\vec{l}_3 \parallel \vec{B} \Longrightarrow \boxed{\vec{F}_3 = \vec{0}}$

↳ com a exercici, vegem-ho ara amb el determinant:

$$\vec{F}_3 = I\ \vec{l}_3 \times \vec{B} = 0,01 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -0,2 & 0 & 0 \\ 0,03 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{0}.$$

E. PIA SABADELL

$\boxed{26 - \text{IV} - 14;\ \text{ds}}$

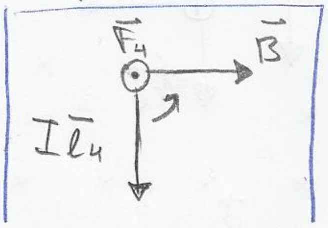
$\boxed{\text{F2}}$ Camp $\vec{B}$: «TASQUES SETMANA S.» (resolucions)

maig '14 | sí / ex

• Tram (4): com que $\vec{l_4} = -\vec{l_2}$, senzillament:

$$\boxed{\vec{F_4} = I\,\vec{l_4}\times\vec{B} = -I\,\vec{l_2}\times\vec{B} = -\vec{F_2} = 5\cdot 10^{-5}\ \mathrm{N}}$$

Comprovem-ho amb un dibuix i la regla de la mà dreta:



$\Longrightarrow$ $\vec{F_2} = (0,\ 0,\ |\vec{F_2}|)$: correcte ✓

Comentari: com que $I > 0$, llavors $I\vec{l_4}$ té la mateixa orientació i sentit que $\vec{l_4}$, i per tant $I\vec{l_4}\times\vec{B}$ té la mateixa orientació i sentit que $\vec{l_4}\times\vec{B}$

... ja veurem amb l'Estefania les propietats del producte vectorial! Però és fàcil entendre que és associatiu així:

$$(\lambda\,\vec{v})\times\vec{w} = \lambda\,(\vec{v}\times\vec{w})$$

($\lambda\in\mathbb{R}$; $\vec{v},\vec{w}$: vectors 3D)

i "anticommutatiu":

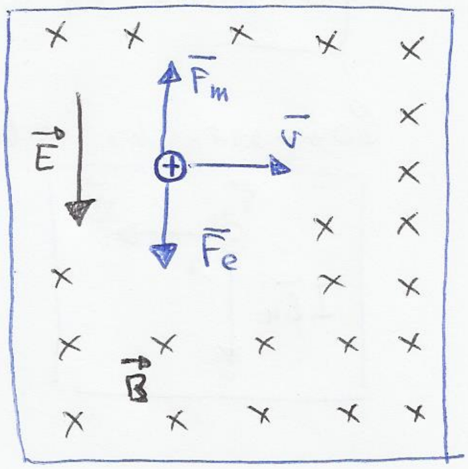
$$\vec{v}\times\vec{w} = -\,\vec{w}\times\vec{v}$$

(o "antisimètric").

dossier 26 → 6 p.

Un protó penetra en una regió en què coexisteixen un camp elèctric, la intensitat del qual és de 3 000 V/m, i un camp magnètic la inducció del qual és de $5 \cdot 10^{-4}$ T. Tots dos camps exerceixen sobre el protó forces iguals i oposades.

- Calcula la velocitat del protó.



$$(*)\begin{cases} \vec{F}_e = q\,\vec{E} \\ \vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B} \end{cases}$$

(força que sent una partícula de càrrega q quan està sotmesa a un camp elèctric $\vec{E}$.)

(força que sent una partícula de càrrega q i velocitat $\vec{v}$ quan està sotmesa a un camp magnètic $\vec{B}$.)

l'enunciat ens diu que $\vec{F}_e = -\vec{F}_m$

$\Rightarrow |\vec{F}_e| = |-\vec{F}_m| = |\vec{F}_m| \overset{[*]}{\Rightarrow} |\cancel{q}| \cdot |\vec{E}| = |\cancel{q}| \cdot |\vec{v} \times \vec{B}| \Rightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{|\vec{E}|}_{E} = \underbrace{|\vec{v}|}_{v} \cdot \underbrace{|\vec{B}|}_{B} \cdot \overbrace{\sin\alpha}^{=1} \Rightarrow \boxed{v = \dfrac{E}{B}}$ (*, *).

usarem la notació habitual per als mòduls

sent-hi α l'angle que formen $\vec{v}$ i $\vec{B}$: el prendrem de la figura que acompanya l'enunciat, $\otimes \vec{B} \longrightarrow \vec{v}$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 90° \Rightarrow \sin\alpha = 1}$

Per tant, [*, *] $\Rightarrow \boxed{v = \dfrac{3000}{5 \cdot 10^{-4}} = 6 \cdot 10^{6} \text{ m/s}}$

(Si: $\overset{y}{\uparrow}\,\underset{z}{\odot}\!\rightarrow^{x}$, llavors $\vec{v} = 6 \cdot 10^{6}\,\vec{i}$ m/s).

NOTA: els fonaments d'un "selector de velocitats" es basen en aquest problema.

E. PiA SABADELL

[26 - IV - 14; ds]

F2 Camp $\vec{B}$:

«TASQUES SETMANA 8.»

[illegible] '14

vii / ix

(resolucions)

---

pàg. 237 (llibre de text) → 6 p. : 3 p. cada apartat.

37

Les partícules alfa són nuclis d'heli formats per dos protons i dos neutrons. Una partícula alfa és accelerada mitjançant una diferència de potencial de $2 \cdot 10^3$ V i penetra perpendicularment en un camp magnètic uniforme de 0,4 T. Calcula:

a) la velocitat de la partícula α;

b) el radi de la circumferència que descriu.

DADES:

$q_{protó} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

$m_{protó} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg

$q_{neutró} = 0$ C

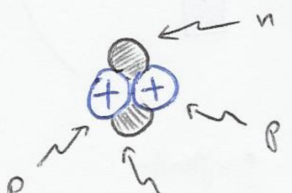
$m_{neutró} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg

Solució:

a.– $4,4 \cdot 10^5$ m/s

b.– 2,3 cm

PARTÍCULA α:



$\boxed{m} = 2\, m_{neutró} + 2\, m_{protó} = (2 \cdot 1,67 + 2 \cdot 1,67) \cdot 10^{-27} = \boxed{6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$

$\boxed{q} = 2\, q_{neutró} + 2\, q_{protó} = 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \boxed{3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$

a/ $V_A \longrightarrow V_B$

$v_A = 0$ ← suposem que partim del repòs

v_B ?

$\Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$ (conservació de l'energia)

$\Downarrow$

$\frac{1}{2} m v_B^2 - \cancel{\frac{1}{2} m v_A^2}^{\,0} = -q \Delta V \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{-\frac{2q\Delta V}{m}}} = \sqrt{-\frac{2\cdot 3{,}2\cdot 10^{-19}\cdot(-2\cdot 10^{3})}{6{,}68\cdot 10^{-27}}} =$$

$$= \boxed{4{,}38\cdot 10^{5}\ m/s}$$

<u>Comentari</u>: l'enunciat només diu que "la dif. de pot. és de $2\cdot 10^3$ V", <u>per què</u>, doncs, <u>hem escrit</u> $\boxed{\Delta V = - 2\cdot 10^3}$? Hi ha dues maneres de raonar això. <u>La primera</u>, que consisteix en ser pràctic i és la més útil a l'hora de funcionar en un examen o un laboratori: sabem que $\boxed{\Delta E_c = -\Delta E_p}$ (*) i que la partícula ha sigut accelerada des del repòs, és a dir: passa de $v_A = 0 \longrightarrow v_B \neq 0$.

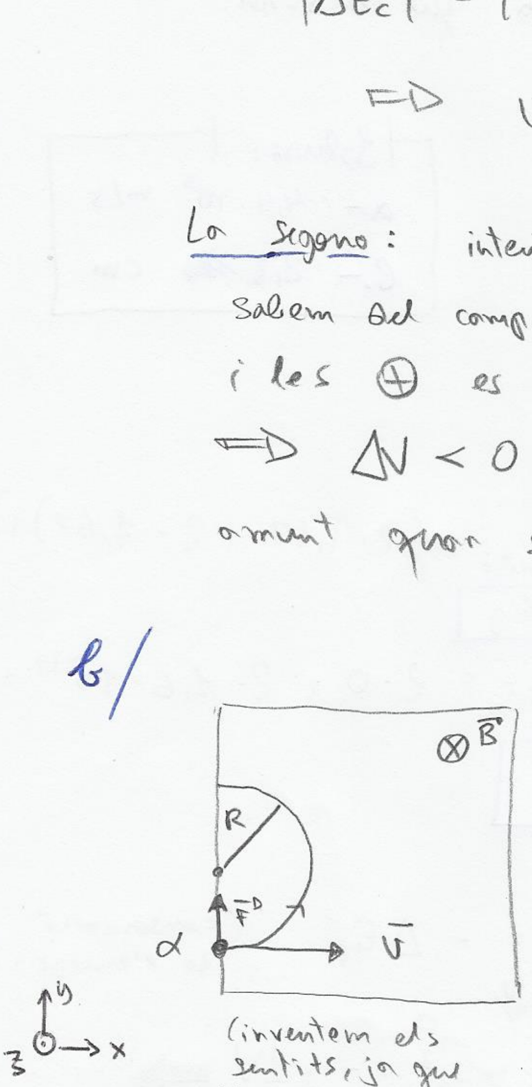
Llavors prenem valor absolut a [*] i raonem així:

$$|\Delta E_c| = |-\Delta E_p| \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = |-q\,\Delta V| = |q|\cdot|\Delta V|$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\,|q|\cdot|\Delta V|}{m}}$$, consistent amb el que hem fet.

<u>La segona</u>: intentem entendre què passa en termes del que sabem del camp $\vec{E}$: la partícula α és $\oplus$ $(q>0)$, i les $\oplus$ es mouen sempre cap a potencials decreixents $\Rightarrow \Delta V < 0$: això justifica el que hem fet més amunt quan substituïem $\Delta V = -2\cdot 10^3$ V

b/



(inventem els sentits, ja que l'enunciat no els especifica).

És millor raonar-ho a partir de calcular el mòdul de la força de Lorentz,

$$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B}}\ (*,*),$$ però

també podem fixar uns eixos, escriure components de vectors, i treballar només analíticament.

E. PIA SABADELL

[26 - IV - 14 ; ds]

F2 Camp $\vec{B}$:

«TASQUES SETMANA S.»

(resolucions)

ANUARI '14

VIII / IX

• Sense establir eixos cartesians, si $\vec{B} \perp \vec{v}$ (són perpendiculars), llavors formen 90°, i per tant:

$$|\vec{F}| = |q| \cdot |\vec{v} \times \vec{B}| = q \; v \cdot B \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} = q v B \quad (3.*)$$

[*.*] $\quad q > 0$

Per una altra banda, $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} \perp \vec{v}$ i per tant

$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_N}$ (acceleració "normal" o "centrípeta"), el mòdul de la qual és:

(2a llei de Newton: $\vec{F} = m\vec{a}$)

fem mòdul

$$|\vec{F}| = m|\vec{a}|$$

$$\boxed{a_N = \frac{v^2}{R}}$$

... d'on tenim que: $|\vec{F}| = m\,|\vec{a}_N| = m \dfrac{v^2}{R} \Rightarrow$ [3.*]

$$\Rightarrow q \cancel{v} B = m \frac{v^{\cancel{2}}}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{m v}{q B}} \; (4.*) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{6{,}68 \cdot 10^{-27} \cdot 4{,}38 \cdot 10^{5}}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}4}} = \boxed{2{,}29 \cdot 10^{-2} \; m}$$

pàg. 237 (llibre de text) → 6 p. : 3 p. cada apartat.

38

En l'interior d'un espectròmetre de masses, un ió $^2H^+$ descriu una semicircumferència de 90 cm de radi. Si el camp magnètic en l'espectròmetre val 0,4 T, calcula:

a) la velocitat i l'energia cinètica de l'ió.

b) la diferència de potencial necessària perquè l'ió adquireixi aquesta velocitat si parteix del repòs.

Solució:

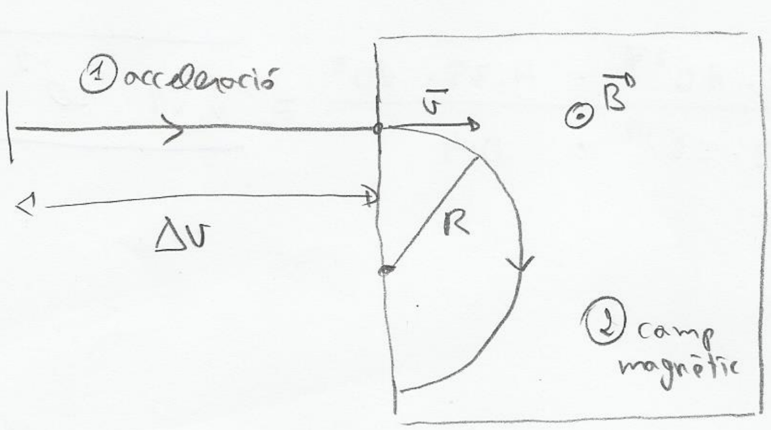
a.- $1{,}72 \cdot 10^7$ m/s
$4{,}9 \cdot 10^{-13}$ J

b.- $3{,}1 \cdot 10^6$ V

DADES: $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
$m = 3{,}34 \cdot 10^{-27}$ kg

es podien consultar a l'exemple $\boxed{C}$, mateixa pàg.

a/ ja vam veure a classe que un espectròmetre de masses constà d'una cambra d'acceleració on els ions s'acceleren gràcies a una ΔV, i una regió on hi ha un $\vec{B}$ uniforme i constant, perpendicular a la $\vec{v}$ d'entrada dels ions:



Conseqüentment, podem utilitzar la mateixa equació [4.*] que hem trobat en el problema anterior:

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow \boxed{v = \frac{qBR}{m}} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}4\cdot 0{,}9}{3{,}34\cdot 10^{-27}} =$$

$$= \boxed{1{,}72\cdot 10^{7} \text{ m/s}} \blacksquare$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}mv^2} = \frac{1}{2}\cdot 3{,}34\cdot 10^{-27}\cdot(1{,}72\cdot 10^{7})^2 =$$

$$= \boxed{4{,}94\cdot 10^{-13} \text{ J}} \blacksquare$$

b/ Raonem semblantment que en ap. (a) del problema (37):

V_A → V_B
$v_A = 0$ v_B

$$\Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p \quad \left(\text{conservació de l'energia}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{|\Delta E_c|}_{= E_c(\text{final})} = |-\Delta E_p| = |\Delta E_p| = |q|\cdot|\Delta V|$$

(l'hem trobada en l'apartat anterior)

$$\Rightarrow \boxed{|\Delta V| = \frac{E_c(\text{final})}{|q|}} = \frac{4{,}94\cdot 10^{-13}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = \boxed{3{,}09\cdot 10^{6} \text{ V}} \blacksquare$$

- Comentari sobre el signe d'aquesta diferència de potencial: (veure comentari fet sobre el mateix particular en ap. (a) del problema (37)) : com que $q > 0$ i les partícules ⊕ van cap a V decreixents, $\Delta V = V_B - V_A < 0$. Però això no és necessari contestar-ho en un examen. //