E. PIA SABADELL

30-IV-14

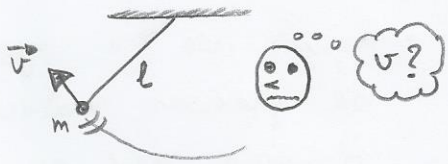
WWW84'14

i/iv

Física 1r BAT.

« INTRODUCCIÓ als CONCEPTES de TREBALL i ENERGIA »

$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$ $\Delta E = \ldots$ $E = \frac{1}{2} m v^2$ $F = m \cdot a$



1. MOTIVACIÓ

Anem a tornar a estudiar alguns problemes de Dinàmica que ja coneixem amb un altre enfocament: analitzant i calculant treballs i energies.

Per què? Podria semblar que és un simple caprici dels professors o dels científics, com si només volguessin complicar les vides dels estudiants.

La realitat és justament al contrari: el concepte d'energia és un dels més útils per a tota la Física, i gairebé podríem dir que per a tota la ciència.

I el treball és necessari per a poder establir amb precisió una definició d'energia.

I com és que resulta tan útil aquest concepte de l'energia? En donarem, de moment, dos arguments ben diferents.

El primer és que ens facilita molts càlculs que, si només usem forces i 2a llei de Newton, ens resultarien terriblement complicats matemàticament. Com ara saber a quina velocitat va la llentia d'un pèndol en cada punt del moviment.

El segon, que mitjançant l'energia connectem entre sí totes les branques de la física: dinàmica, electricitat, òptica, relativitat, física quàntica, termodinàmica ...

2. QUÈ ÉS L'ENERGIA. L'ENERGIA CINÈTICA

2.1.- UNA IDEA GENERAL de la DEFINICIÓ d'ENERGIA.

- Podem entendre l'<u>energia</u> com la «capacitat de generar canvis».

- Aquesta idea tan general, evidentment, s'ha de precisar matemàticament en la definició d'energia que es proposi en cada àrea de la física.

- <u>Unitat S.I.</u> : el joule (J).

$$1\ J = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

2.2.- L'ENERGIA ASSOCIADA AL MOVIMENT: E_c.

- L'energia més important és l'associada al moviment: l'<u>energia cinètica</u>, E_c.

- <u>Intuitivament</u>, la podem interpretar com la capacitat que tè un cos de fer pujar un "aparell de forçuts" com els de les fires (si impactès amb el dispositiu on es colpeja amb la maça):

- <u>Matemàticament</u>, l'energia cinètica que tè un cos en moviment en un instant donat es calcula així:

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m v^2}$$

(UNITAT SI: J (joule) $1\ J = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$)

3. LA RESTA de FORMES D'ENERGIA

La resta d'àrees de la física defineixen diferents tipus d'energia basant-se en la "conservació de l'energia": l'energia no es crea ni es destrueix, sinó que es va transformant entre diferents tipus d'energia.

- Exemple: l'energia potencial gravitatòria:

$t = t_1$ 

$E_p(1) = mgh$ ⟵ energia potencial gravitatòria.

$v_1 = 0 \Rightarrow E_c(1) = 0$

⟹ la pedra cau: 

$E_p(2) = 0$

$v_2 \neq 0 \Rightarrow E_c(2) = \frac{1}{2} m (v_2)^2$.

L'energia potencial gravitatòria que hi havia inicialment, $E_p(1) = mgh$, s'ha transformat en la cinètica final: $E_c(2) = \boxed{\frac{1}{2} m v_2^2 = mgh}$ (1).

Així, podem calcular v_2 (final) si sabem la inicial:

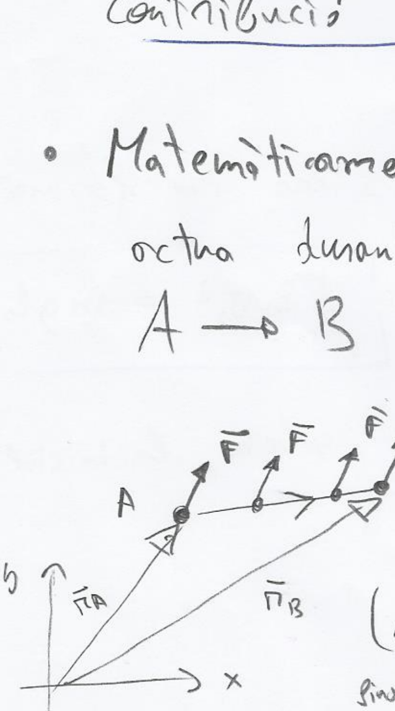
$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh}} \quad (2)$$

• Així, la noció intuïtiva de l'energia com la "capacitat de generar canvi", la podrem entendre sempre en termes d'energia cinètica, i «podrem veure l'energia, en general, com la capacitat de generar moviment».

4. LA CONTRIBUCIÓ D'UNA FORÇA A AUGMENTAR L'E_c. EL TREBALL.

• L'energia associada al moviment, la E_c, se li dóna a un cos exercint una força sobre ell. «El treball que fa aquesta força al llarg d'un desplaçament ens mesura la seva contribució a augmentar la E_c del cos».

• Matemàticament, si una força $\vec{F}$ (constant) actua durant un desplaçament (rectilini) $A \to B$ (del punt A al punt B):



$(\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A)$

final — inicial

es calcula amb el següent producte escalar:

$$\boxed{W_F^{A\to B} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}}$$

"Treball que fa la força F en el desplaçament A → B".

UNITAT S.I.: J (Joule)

5. Activitats:

1) Una força horitzontal cap a la dreta actua ~~[illegible]~~ en un desplaçament de 3 m cap a la dreta sobre una taula.

Si $F = 2\ N$, quin treball ha fet la força?

2) Calcula el W fet pel pes en la caiguda d'una pedra des d'un metre d'altura. ~~[illegible]~~ La pedra té una massa de 2 kg.

3) Si l'anterior pedra està inicialment a $v = 0$, calcula $\Delta E_c = E_c(\text{final}) - E_c(\text{inici})$

<u>NOTA</u>: pots trobar $v(\text{final})$ amb les eqs. del MRUA. Fes-ho, també, amb els balanç $\boxed{\frac{1}{2} m v_{final}^2 = mgh}$

4) Calcula el W que fa una força $\vec{F}$ ~~[illegible]~~ en el desplaçament $A \rightarrow B$ en els casos

següents:

$\vec{r}_A$ (en m)	$\vec{r}_B$ (en m)	$\vec{F}$ (en N)
(0,0)	(3,0)	(4,0)
(0,0)	(3,0)	(−4,0)
(0,0)	(0,5)	(5,0)
(1,3)	(2,2)	(6,−2)

5) a) Si una $\vec{F}$ va en la mateixa direcció [i sentit] del moviment $A \to B$, el treball que fa ¿quin signe té?

b) ¿I si va en la mateixa direcció i en sentit contrari? c) I si està a 90° de la direcció del moviment?

6) Contesta, en coneixement dels apartats (a), (b) i (c) de la pregunta anterior, si creus que

E. PIA SABADELL
30 desembre '14

$\boxed{F1}$

Introducció a W i E

iv / iv

la força considerada ~~xx~~ contribueix a augmentar o a disminuir la E_c del cos, en cada cas.

7) Imagina una força que actua horitzontalment cap a la dreta en un moviment horitzontal cap a la dreta. Calcula $\Delta E_c = E_c(\text{final}) - E_c(\text{inic})$ en cada cas, així com el W que fa la força:

(Imagina que $v_{inic} = 0$)

	$v_{inicial}$ (m/s)	distància recorreguda (m)	F (N)
a)	2	10	5
b)	3	20	2
c)	5	1	4
d)	70	2	900

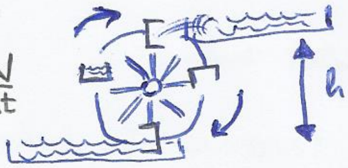
E. PiA SABADELL

F.1

Resolució de la "TASCA d'INTRODUCCIÓ a TREBALL & ENERGIA"

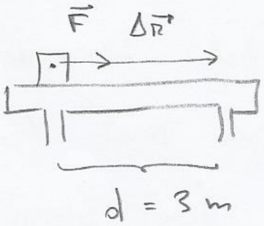
i / ii

$P = \frac{W}{\Delta t}$



[21-V-14; dc]

5.1



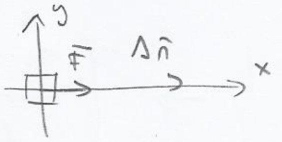
$F = |\vec{F}| = 2 \ N$

$d = |\Delta\vec{r}| = 3 \ m$

$$\boxed{W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\cdot d\cdot\cos\alpha} \stackrel{!}{=}$$

$$= 2\cdot 3\cdot \underbrace{\cos 0^\circ}_{=1} = \boxed{6 \ J}$$

(Alternativament,



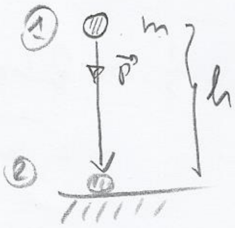
$\vec{F} = (2, 0) \ N$

$\Delta\vec{r} = (3, 0) \ m$

$$\Rightarrow \quad W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = (2, 0)\cdot(3, 0) = 2\cdot 3 + 0\cdot 0 = 6 \ J.$$

... però en la pràctica preferirem la versió del producte escalar amb producte de mòduls i cosinus, sempre que es pugui.)

5.2



m = 2 kg

$$\boxed{W_P = \vec{P}\cdot\Delta\vec{r} = mg\cdot h\cdot \cancel{\cos 0^\circ}^{1}} \stackrel{!}{=}$$

$$= 2\cdot 9{,}8\cdot 1 = \boxed{19{,}6 \ J}$$

- Comentari: això és consistent amb que, si $v_1 = 0$,

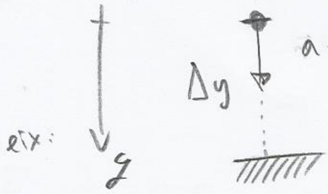
$$W_{TOT} \underset{\text{[1r teorema]}}{=} \Delta E_c \rightarrow \boxed{W_P = E_c(2) - \cancel{E_c(1)}^{0}} = \boxed{E_p(1)}$$

(2n teorema)

("no $\vec{F}$ NC" ⇒ E es conserva: $E_1 = E_2$
$\rightarrow E_p(1) + \cancel{E_c(1)}^{0} =$
$= E_c(2) + \cancel{E_p(2)}^{0}$)

$\Rightarrow \quad W_P = mgh$: el que hem trobat ✓

5.3 Ja hem fet en el comentari a l'apartat anterior les apreciacions adients en relació amb els teoremes 1r i 2n de l'energia. Aquesta tasca, però, té l'objectiu de fer que ens adonem de la validesa dels teoremes quan encara no els hem estudiat, i per tant farem el càlcul, com suggereix l'enunciat, fent servir les equacions de l'MRUA:



$a = \underbrace{9.8}_{g}$, $v_0 = 0$

$\Delta y = h$

$$\underbrace{y - y_0}_{h} = \cancel{v_0 \Delta t}^{\,0} + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow \boxed{\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{a}}}$$

$$\boxed{v = \underbrace{v_0}_{0} + a\,\Delta t = a\sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{a^2\, 2h}{a}} = \sqrt{2ha}}$$

$$\boxed{\Delta E_c = E_c(\text{fin}) - \underbrace{E_c(\text{inic})}_{0}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m\, 2ha = mha = \boxed{= mgh}$$

Observem, doncs, que

$$W = \Delta E_c$$, que és el que ens diu el 1r tma.

5.4

$\Delta \vec{r}: A \rightarrow B$

$\vec{r}_A$	$\vec{r}_B$	$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	$\vec{F}$	$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$
(0,0)	(3,0)	(3,0)	(4,0)	$(4,0)\cdot(3,0) = 4\cdot3+0\cdot0 = 12$ J
(0,0)	(3,0)	(3,0)	(-4,0)	$(-4,0)\cdot(3,0) = -4\cdot3+0\cdot0 = -12$ J
(0,0)	(0,5)	(0,5)	(5,0)	$(5,0)\cdot(0,5) = 5\cdot0+0\cdot5 = 0$ J
(1,3)	(2,2)	(1,-1)	(6,-2)	$(6,-2)\cdot(1,-1) = 6\cdot1+2\cdot1 =$ $= 8$ J
(m)	(m)	(m)	(N)	

E. PiA SABADELL

[P1 - V - 14; 05]

F 1

Resolució de la "TASCA d'INTRODUCCIÓ a TREBALL & ENERGIA"

ii / ii

5.5 a/ $\vec{F}$, $\Delta\vec{r}$ $\Rightarrow$ $\alpha = 0°$ (angle que formen $\vec{F}$ i $\Delta\vec{r}$).

Per tant: $\boxed{W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = \underbrace{|\vec{F}|}_{\text{mòdul} > 0}\cdot\underbrace{|\Delta\vec{r}|}_{\text{mòdul} > 0}\,\underbrace{\cos\alpha}_{\cos 0°} > 0}$

b/ $\vec{F}$, $\Delta\vec{r}$ $\Rightarrow$ $\alpha = 180°$ $\Rightarrow$

$$\boxed{W_F = \vec{F}\,\Delta\vec{r} = |\vec{F}|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\underbrace{\cos 180°}_{-1} = -|\vec{F}|\cdot|\Delta\vec{r}| < 0}$$

c/ $\vec{F}$ α $\Delta\vec{r}$ $\Rightarrow$ $\alpha = 90°$ $\Rightarrow$

$$\boxed{W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = |\vec{F}|\cdot|\Delta\vec{r}|\,\underbrace{\cos\alpha}_{\cos 90° = 0} = 0}$$

5.6 La contribució que ens demanen la podem entendre i justificar de la manera següent: la $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ depèn de $v = |\vec{v}|$, doncs m no varia. El mòdul de la velocitat l'augmenten les $\vec{a}_T$, les paral·leles a la $\vec{v}$ (això ho sabem de quan estudiem el MCU i MCUA).

Imaginem que les forces considerades actuessin, cadascuna d'elles, sola: llavors, per 2na llei Newton,

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$, i per tant l'acceleració

serà en sentit i direcció la de $\vec{F}$. Per tant:

i) $\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow$ com $\vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow$ no augmenten / disminueixen

v, només canvien direcció de $\vec{v} \Rightarrow$ aquestes

forces no estan variant E_c

ii) $\vec{F}$ mateixa direcció i sentit que $\vec{v} \Rightarrow \vec{a}$ mateixa

direcció i sentit

que $\vec{v}$

$\vec{F}$ contribueix a $\uparrow v$

$\Downarrow$

$\vec{F}$ contribueix a $\uparrow E_c$.

iii) $\vec{F}$ mateixa direcció i sentit contrari que $\vec{v}$:

anàlogament, $\vec{F}$ contribueix a que $v \downarrow$.

$\Rightarrow \vec{F}$ contribueix a que $\downarrow E_c$. (Imaginem que $v_{inic} = 0$)

5.7.

	v_{inic} (m/s)	d (m)	F (N)	$\boxed{W_F = Fd \cos\alpha = Fd}$ (J)	$\boxed{\Delta E_c = E_c(final) - E_c(inic) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{2Fd}{m} = Fd}$ (J)
a)	2	10	5	5·10 = 50	5·10 = 50
b)	3	20	2	2·20 = 40	2·20 = 40
c)	5	1	4	4·1 = 4	4·1 = 4
d)	70	2	900	900·2 = 1800	900·2 = 1800

... tornem a comprovar que $W = \Delta E_c$

Càlcul necessari: $d = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \overset{F=ma}{=} \frac{1}{2} \frac{F}{m} \Delta t^2 \rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2md}{F}}$

$\boxed{v = v_0 + a\Delta t = \frac{F}{m}\sqrt{\frac{2md}{F}} = \sqrt{\frac{F^2}{m^2}\frac{2md}{F}} = \sqrt{\frac{2Fd}{m}}}$ (*)