

CONTINUIDAD y TIPOS de DISCONTINUIDADES

Decimos que una función $f(x)$ es continua en el punto $x = a$ cuando:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Notemos que todo ello significa que se cumplan, a la vez:

- 1) $f(x)$ está definida en el punto $x = a$.
- 2) existe el límite de la función en el punto, o sea cuando $x \rightarrow a$. Eso es equivalente a que existan ambos límites laterales, o sea cuando $x \rightarrow a^+$ (“por la derecha”) y cuando $x \rightarrow a^-$ (“por la izquierda”), y coincidan:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

- 3) el límite en el punto es finito, y coincide con el valor de la función en el punto.

Como hay muchas formas de que no se cumpla la condición de continuidad, hay también muchas formas de no ser continua la función en el punto $x = a$.

Esto motiva la siguiente clasificación de los tipos de discontinuidad:

a) evitable: «existe el límite de la función en el punto y es finito».

(La función puede estar o no estar definida en el punto).

El valor del límite se llama “verdadero valor de la función [en el punto]”.

b) no evitable (o “esencial”): «el límite en el punto no existe o es infinito».

(La función puede estar o no estar definida en el punto).

Casos:

b.1) de 1ª especie: «existen ambos límites laterales, pero no coinciden».

También se llaman “de salto”. Hay de dos tipos:

- *salto finito*: ambos límites laterales son finitos.
- *salto infinito*: al menos uno de los límites laterales es infinito.

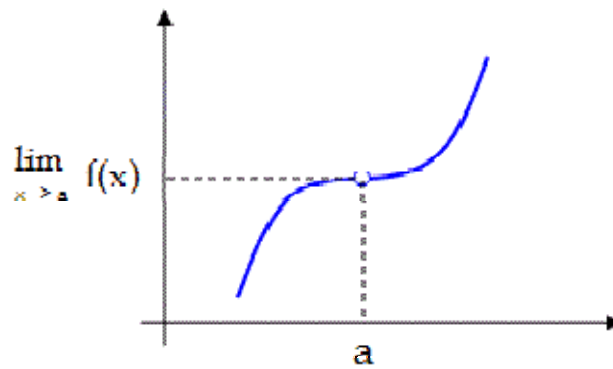
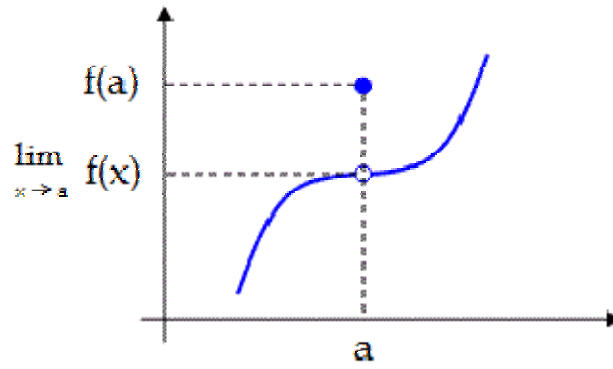
Nota: en los saltos infinitos, $x=a$ es *asíntota vertical*.

b.2) de 2ª especie: «uno o ambos de los límites laterales no existe».

(Será de 2ª especie cuando la función exista a un lado pero su límite a ese lado no exista, pero también lo será si, sencillamente, la función no está definida a un lado —pues automáticamente el límite a ese lado tampoco existirá—).

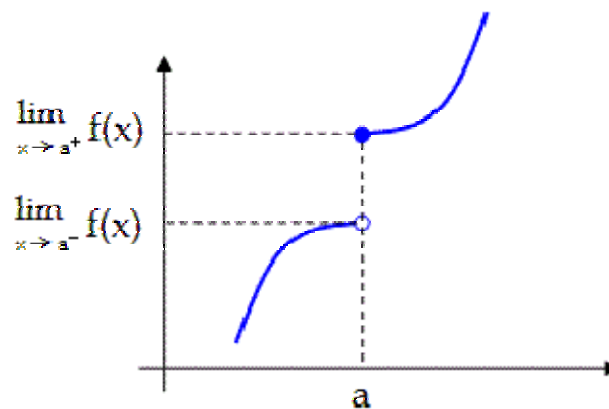
EJEMPLOS:

a) discontinuidad evitable:

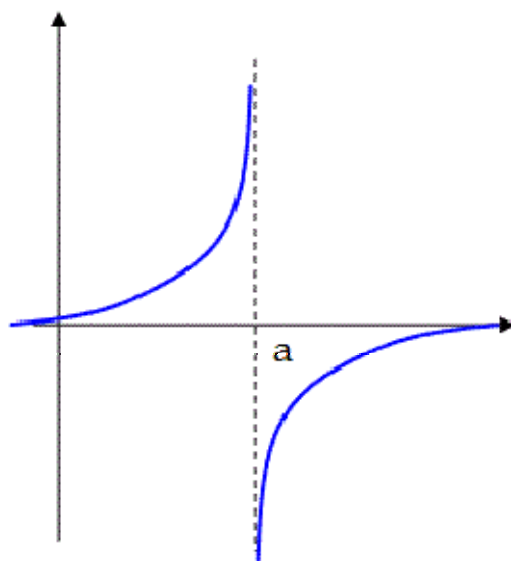


b.1) discontinuidad no evitable de salto (o “de 1ª especie”)

• *salto finito:*



• salto infinito:



b.2) discontinuidad no evitable de 2ª especie:

