WHWX13

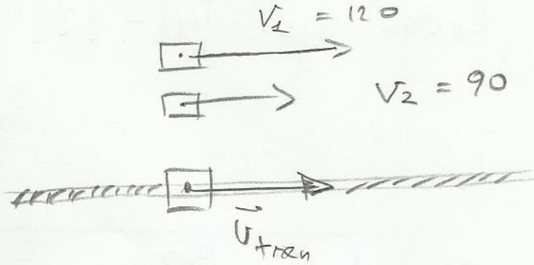
EXERCICIS 1r $^{\times II}$

→ 1, (3), 5, 7, 8, 11, 12

«T2: Exercicis complementaris», a.k.a. "les fotocòpies"

(VELOCITATS RELATIVES)

$\boxed{1}$ 2 cotxes $\left\{ \begin{array}{l} \text{un a } 120 \text{ km/h} \\ \text{un a } 90 \text{ km/h} \end{array} \right.$



(!) → veure repàs velocs. relatives pàg. 2

a) un viatger al tren ⊲ que un cotxe avança i l'altre retrocedeix; percep que qui avança ho fa el doble de ràpid que qui retrocedeix.

¿ v_{tren} ?

- És evident que el tren va més ràpid que el cotxe que "retrocedeix" i més lent que el que "avança". O sigui, que v_{tren} ha de tenir un valor comprès entre les velocitats dels cotxes, i per tant: $\boxed{v_2 < v_{tren} < v_1}$ ⟹ cotxe 2 "retrocedeix", cotxe 1 "avança"

- Escrivim l'equació que permet calcular les vel. relatives dels cotxes vists des del tren:

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & v_{1,t} = v_1 - v_{tren} \\ (2) & v_{2,t} = v_2 - v_{tren} \end{array}\right\}$$

⟶ aquí, sabem V_1 i V_2 i volem saber v_{tren}, però ignorem $v_{1,t}$ i $v_{2,t}$.

sistema 2 eqs. i 3 incògnites ⟹
⟹ necessitem una altra equació

- L'equació que falta ens la dóna la condició de l'enunciat: el cotxe que avança ho fa el doble de ràpid que el que retrocedeix:

(3) $\quad v_{1,t} = -2 \cdot v_{2,t}$

les velocs. tindran signe diferent perquè un avança i l'altre retrocedeix.

Substituïm [3] en [1] i obtenim

$$-2 \cdot v_{2,t} = v_1 - v_{tren} \quad (4).$$

Restem eqs. [4] − [2]: $-3 \cdot v_{2,t} = v_1 - v_2 = 120 - 90 = 30$

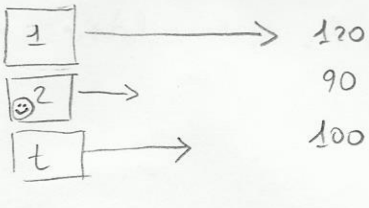
substituïm amb els valors que dóna l'enunciat

$$\Rightarrow \boxed{v_{2,t} = -\frac{30}{3} = -10 \text{ km/h}} \quad (5).$$

Amb [5] i [2] trobem v_{tren}:

$$-10 = 90 - v_{tren} \Rightarrow \boxed{v_{tren} = 100 \text{ km/h}} \quad (6)$$

b) Un nen va assegut al cotxe que és avançat. Amb quina velocitat veu què es mouen l'altre cotxe i el tren?



Només hem d'escriure l'equació de la velocitat relativa per a "1" vist des de "2", i el tren vist des de "2":

$$\boxed{v_{1,2}} = v_1 - v_2 = 120 - 90 = \boxed{30 \text{ km/h}} \quad (7)$$

$$\boxed{v_{tren,2}} = v_{tren} - v_2 = 100 - 90 = \boxed{10 \text{ km/h}} \quad (8)$$

(!) → [veure repàs de veloc. relats. a la pàg. següent]

WWRX'13

EXERCICIS 1v xW

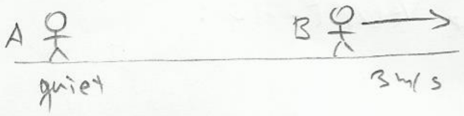
«T2: Exercicis complementaris», a.k.a. "les fotocòpies"

↳ 1, (3), 5, 7, 8, 11, 12

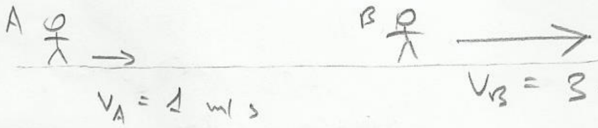
: veure també p.63 del llibre.

▶ REPÀS de VELOCITATS RELATIVES:

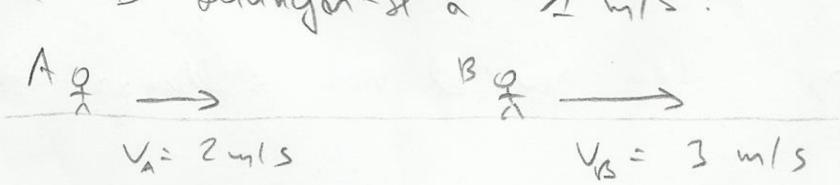
- Si el noi B va a $v_B = 3$ m/s i el noi A es queda quiet, a l'A li sembla que B va, evidentment, a 3 m/s:



- Si A comença a caminar a 1 m/s, veurà a B allunyar-se a 2 m/s:



- Si A augmenta el ritme i passa a anar a 2 m/s, veurà a B allunyar-se a 1 m/s:



- Si A arriba a 3 m/s, creurà que B està quiet:

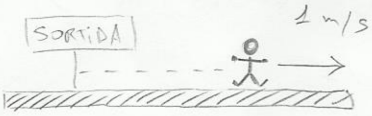
- En general, «la velocitat relativa es calcula restant les velocitats»:

$$\boxed{v_{B,A} = v_B - v_A} \quad (9)$$

veloc. de B vist des d'A — veloc. de B — veloc. d'A

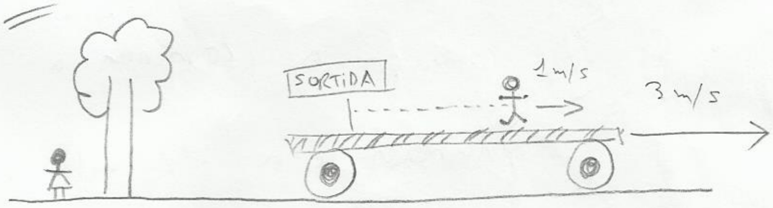
... UNA ALTRA MANERA de VEURE-HO:

1r:



Un noi camina per una plataforma a 1 m/s.

2n:



La plataforma, en realitat, avança sobre el camí (a 3 m/s).

? Amb quina velocitat la noia, quieta al terra, veu que el noi s'allunya d'ella?

RESPOSTA: sumem la velocitat del noi (respecte de la plataforma) a la velocitat de la plataforma:

$$v_{\text{noi vist per noia}} = v_{\text{plataforma}} + v_{\text{noi vist des de la plataforma}} =$$

$$= 3 + 1 = 4 \text{ m/s}.$$

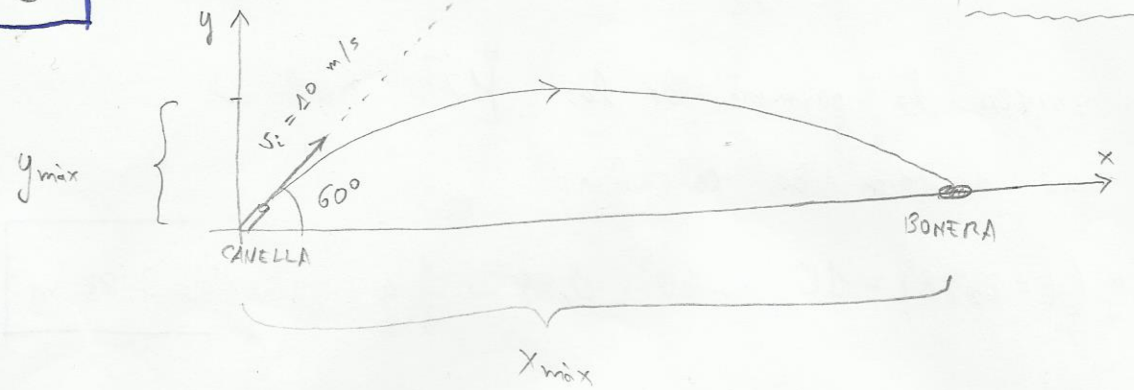
(*) per veure si ho hem entès bé, hauríem de poder analitzar aquest problema de la plataforma fent servir l'equació [9].

«T2: Exercicis complementaris» a.k.a. "Les fotocòpies"
↳ 1, (3), 5, 7, 8, 11, 12

nota: al 1B ja el va corregir la Cristina dilluns

3

cat. ↔ cast.
canella ↔ "caño"
bonera ↔ "sumidero"



a) Quin dibuix forma el raig d'aigua? Una paràbola.

b) A quina alçada màxima arriba l'aigua?

· És un MUA, perquè només actua l'acceleració de la gravetat, $\vec{a} = -g\vec{j} = (0, -9{,}8)$ m/s², que és constant.

Les seves equacions generals són (pàgs. 82 i 83 al llibre):

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \vec{a}t \end{aligned}} \quad (10)$$

· Sabem que és més còmode descompondre la descripció d'aquest tipus de moviment i estudiar per separat el que passa segons l'eix X i segons l'eix Y: (pàgs. 91 i 92 llibre)

Al nostre cas:

Eix X: $\boxed{\text{MRU}}$ $\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} \cdot t \\ v_x = v_{0x} \end{cases} \longrightarrow \boxed{\begin{cases} x = 10\cos 60° \cdot t \\ v_x = 10\cos 60° \end{cases}}$ (11)

Eix Y: $\boxed{\text{MRUA}}$ $\begin{cases} y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} 9{,}8 \cdot t^2 \\ v_y = v_{0y} - 9{,}8 \cdot t \end{cases} \longrightarrow \boxed{\begin{cases} y = 10\,\text{sen}\,60° \cdot t - \frac{1}{2} 9{,}8 \cdot t^2 \\ v_y = 10\,\text{sen}\,60° - 9{,}8 \cdot t \end{cases}}$ (12)

• Calculem l'instant en què arriba a $y_{màx}$ amb la segona equació de [12]: sabem que és l'instant en què v_y es fa zero:

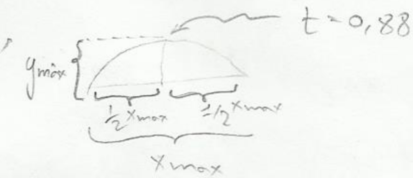
$$v_y = 0 = 10 \underbrace{\text{sen}\,60°}_{=\sqrt{3}/2} - 9{,}8\,t \Longrightarrow \boxed{t = 0{,}88 \text{ s}} \quad (13)$$

• Ara fem servir la primera de les [12] amb el temps que acabem de calcular:

$$\boxed{y_{màx} = y(t=0{,}88) = 10\cdot \text{sen}\,60°\cdot 0{,}88 - \frac{1}{2}\, 9{,}8\cdot(0{,}88)^2 = 3{,}83 \text{ m}} \quad (14)$$

c) A quina distància de la canella s'ha de col·locar la bonera?

MÈTODE RÀPID: com que $y_{màx}$ és el vèrtex de la paràbola i les paràboles són simètriques respecte el vèrtex,



aleshores $\underbrace{x(t=0{,}88)}$ $= \frac{1}{2} x_{màx}$

[11] ⟶ $10\cdot\underbrace{\cos 60°}_{=\frac{1}{2}}\cdot 0{,}88 = 4{,}42$ m $\Longrightarrow \boxed{x_{màx} = 8{,}84 \text{ m}}$ (15)

MÈTODE LENT: calculem el $t_f \neq 0$ en què $y = 0$ i fem $x_{màx} = x(t_f)$: $y = 0 \underset{[12]}{=} 10\,\underbrace{\text{sen}\,60°}_{\sqrt{3}/2}\cdot t - \frac{1}{2}\,9{,}8\cdot t^2 = \frac{t}{2}\left(10\sqrt{3} - 9{,}8t\right)$

$\Longrightarrow$ (16) $\boxed{t_f = \frac{10}{9{,}8}\sqrt{3} = 1{,}77 \text{ s}} \xrightarrow{[11]} \boxed{x(t_f) = 8{,}84 \text{ m}}$ //

d) $|\vec{v}|$ quan cau a la bonera? O sigui: en $t_f = 1{,}77$ s

$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; en t_f tenim [11] i [12] $\Longrightarrow$
$v_x(t_f) = v_{0x} = 10\cdot\cos 60° = 5$ m/s
$v_y(t_f) = 10\cdot\text{sen}\,60° - 9{,}8\cdot 1{,}77 = -8{,}69$ m/s

$|\vec{v}(t_f)| = 10{,}0$ m/s, igual que en $t = 0$ (és conseqüència de la conservació de l'energia mecànica).

«T2 : Exercicis complementaris» a.k.a. "les fotocòpies"
→ 1, (3), 5, 7, 8, 11, 12

---

5 "tren de rodalies": Per comoditat, dibuixarem l'eix de les X mirant cap avall:

A — $x_0 = 0$; $t_0 = 0$; $v_0 = 0$

(I) MRUA → $\Delta t_I = (t_1 - t_0) = 9\,s$; $a_I = 0{,}75\ m/s^2$

— x_1, t_1, v_1

(II) MRUA → $\Delta t_{II} = (t_2 - t_1)$? ; $a_{II} = 2\ m/s^2$

— $x_2, v_2 = 60\ km/h = 16{,}\hat{6}\ m/s$, t_2

(III) MRU → $\Delta t_{III} = (t_3 - t_2)$? ; $a_{III} = 0$

— $x_3, v_3 = 16{,}\hat{6}\ m/s$, t_3

(IV) MRUA → $\Delta t_{IV} = (t_4 - t_3) = 12\,s$; a_{IV}?

B — $x_4, v_4 = 0$. $t_4 = 80\,s$

X ↓

Analitzarem el moviment a cada tram utilitzant les eqs. del MRUA, que podem escriure en general així:

$$\left.\begin{aligned} x_{fin} &= x_{inic} + v_{inic}\cdot\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \\ v_{fin} &= v_{inic} + a\cdot\Delta t \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

sent-hi $\Delta t = (t_{fin} - t_{inic})$ per a cada tram.

tram I:

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + v_0 \Delta t_I + \frac{1}{2} a_I (\Delta t_I)^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} 0{,}75 \cdot (9)^2 = 30{,}375 \text{ m} \\ v_1 = v_0 + a_I \Delta t_I = 0 + 0{,}75 \cdot 9 = 6{,}75 \text{ m/s} \\ t_1 = 9 \text{ s} \end{cases}$$

tram II:

$$\underbrace{v_2}_{=16{,}\hat{6}} = \underbrace{v_1}_{=6{,}75} + \underbrace{a_{II}}_{=2} \cdot \Delta t_{II} \Rightarrow \boxed{\Delta t_{II} = 4{,}96 \text{ s}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_2 = t_1 + \Delta t_{II} = 9 + 4{,}96 = 13{,}96 \text{ s} \\ x_2 = x_1 + v_1 \cdot \Delta t_{II} + \frac{1}{2} a_{II} (\Delta t_{II})^2 = \\ \quad = 30{,}375 + 6{,}75 \cdot 4{,}96 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (4{,}96)^2 = 88{,}46 \text{ m} \end{cases}$$

tram III:

$$\begin{cases} t_3 = \underbrace{t_4}_{=80} - \underbrace{\Delta t_{IV}}_{=12} = 68 \text{ s} \Rightarrow \boxed{\Delta t_{III} = t_3 - t_2 = 68 - 13{,}96 = 54{,}04 \text{ s}} \\ x_3 = x_2 + v_2 \cdot \Delta t_{III} = 88{,}46 + 16{,}\hat{6} \cdot 54{,}04 = 989{,}13 \text{ m} \end{cases}$$

tram IV:

$$\underbrace{v_4}_{=0} = \underbrace{v_3}_{=16{,}\hat{6}} + a_{IV} \cdot \underbrace{\Delta t_{IV}}_{=12} \Rightarrow \boxed{a_{IV} = -1{,}39 \text{ m/s}^2}$$

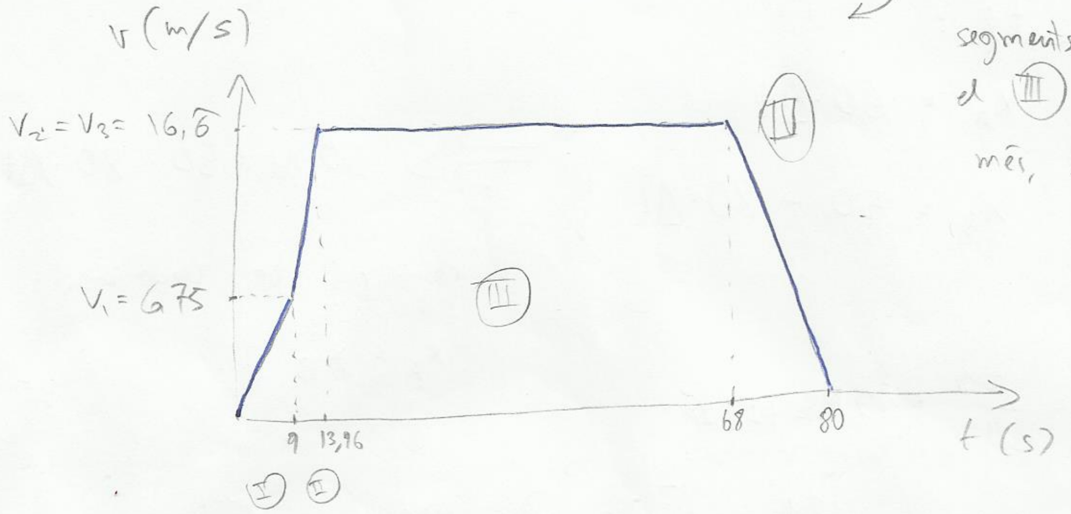
$$\Rightarrow \boxed{x_4 = x_3 + v_3 \cdot \Delta t_{IV} + \frac{1}{2} a_{IV} \cdot (\Delta t_{IV})^2 = 989{,}13 + 16{,}\hat{6} \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}39 \cdot (12)^2 = 1089 \text{ m}}$$

els segments I, II, IV tenen forma parabòlica; III es rectilini.

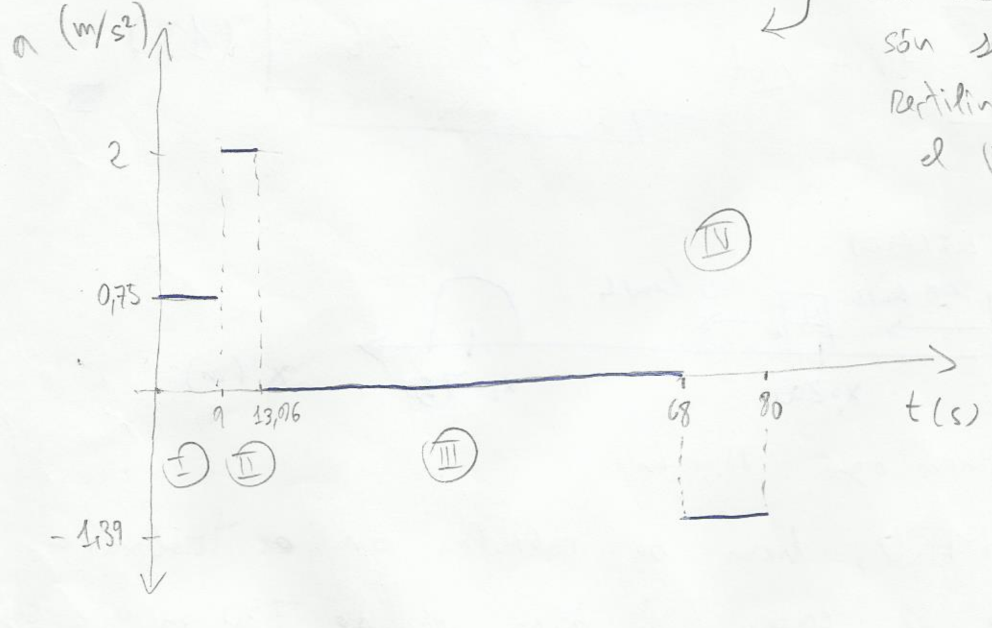
WWW8R13

EXERCICIS 1r

«T2 : Exercicis complementaris» ("fotocòpies")
→ 1, (3), 5, 7, 8, 11, 12

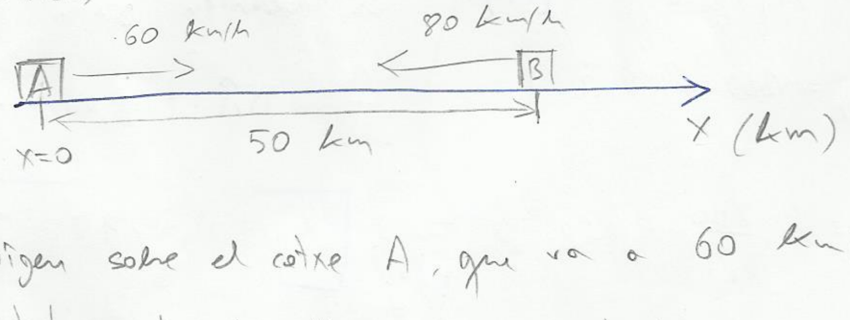


Tots els trossos són segments rectilinis, i el III és, a més a més, horitzontal.



Tots els trossos són segments rectilinis horitzontals, i el III va sobre l'eix del temps.

$\boxed{7}$ (DOS COTXES)



• Fixem l'origen sobre el cotxe A, que va a 60 km/h, i el sentit positiu de l'eix X seguint la seva velocitat.

• Es tracta de dos MRU: $\boxed{x = x_0 + v_0 \underbrace{\Delta t}_{=(t_f - t_i)}}$

Sabem que $t_i = 13$ h ("la una").

Volem t_f:

$$\left.\begin{array}{l} A: \quad x_A = 60 \cdot \Delta t \\ B: \quad x_B = 50 - 80 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \Longrightarrow 60 \cdot \Delta t = 50 - 80 \cdot \Delta t$$

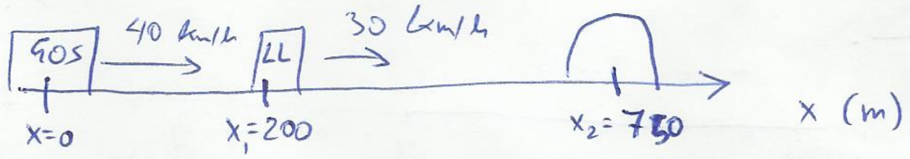
condició de creuament: $x_A = x_B$

$$\Longrightarrow \Delta t = \frac{50}{140} = \underbrace{0{,}35714 \text{ h}}_{=\text{21 minuts i 26 segons}}$$

$$\Longrightarrow \boxed{t_f = t_i + \Delta t = \underbrace{13 : 21 : 26}_{\text{h} \quad \text{min} \quad \text{s}}} \quad (18)$$

(LLEBRE i LLEBRER).

8



situem aquí l'origen

Són dos MRU, hem de calcular on es trobarien si no existís el cau. Si dóna més de 750 m, se salva.

$$\left.\begin{array}{l} \text{GOS:} \quad x_g = 11{,}\hat{1} \cdot t \quad (19) \\ \text{LLEBRE:} \quad x_{ll} = 200 + 8{,}\hat{3} \cdot t \end{array}\right\} \text{es trobarien quan } x_g = x_{ll} \Longrightarrow 11{,}\hat{1} \cdot t = 200 + 8{,}\hat{3} \cdot t$$

$$\Longrightarrow t = \frac{200}{2{,}\hat{7}} = 72 \text{ s} \underset{[19]}{\Longrightarrow} \boxed{x_g = 11{,}\hat{1} \cdot 72 = 800 \text{ m}} > 750 \text{ m}$$

$\Longrightarrow$ SE SALVA!

(**NOTA**: hem posat les velocitats a m/s)

«T2 : Exercicis complementaris» ("fotocòpies")

→ 1, (3), 5, 7, 8, 11, 12

11 (TORRE EIFFEL)

y

$y_0 = 320$ m ; $t_0 = 0$

caiguda lliure (I) MRUA

$y_1 = 200$ m ; t_1

paracaigudes (II) MRU

$y_2 = 0$; t_2 ?

Ens demanen el temps total que dura la caiguda fins a terra.

tram (I) :

$$\underbrace{y_1}_{200} = \underbrace{y_0}_{320} - \frac{1}{2} 9{,}8\, t_1^2$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = \sqrt{\frac{2}{9{,}8} 120} = 4{,}95 \text{ s}} ; \quad (20)$$

$$\boxed{v_1 = \underbrace{v_0}_{=0} - 9{,}8 \cdot t_1 = -48{,}5 \text{ m/s}} \quad (21)$$

tram (II) :

$$\underbrace{y_2}_{0 =} = \underbrace{y_1}_{= 200} + \underbrace{v_1}_{= -48{,}5} \underbrace{\Delta t_{II}}_{(t_2 - t_1)} \Rightarrow \boxed{\Delta t_{II} = + \frac{200}{48{,}5} = 4{,}12 \text{ s}}$$

durada total de la caiguda.

$$\boxed{t_2 = t_1 + \Delta t_{II} = 4{,}95 + 4{,}12 = 9{,}07 \text{ s}}$$

12 (GLOBUS : PEDRES)

y

3 m/s

$y_0 = 50$ m

$y = 0$

a) En Tomàs ~~[illegible]~~ deixa caure una pedra als 50 m, quant de temps triga en arribar a terra?

$$\text{MRUA}: \underbrace{y}_{0 =} = \underbrace{y_0}_{= 50} + \underbrace{v_0}_{= 3} t - \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$$

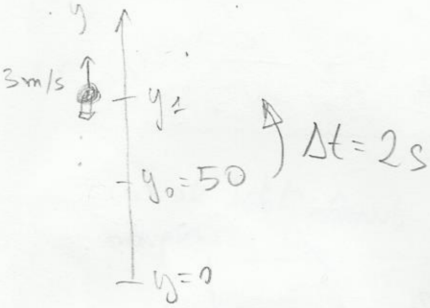
arriba a terra

COMPTE !! → la velocitat inicial de la pedra és la mateixa del globus.

⟹ resolem una equació de 2n grau en t:

$$\boxed{t_f = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4\frac{1}{2}9{,}8\cdot 50}}{-2\cdot\frac{1}{2}\cdot 9{,}8}} = \begin{cases} = \dfrac{-3 + 31{,}45}{-9{,}8} < 0 \Rightarrow \text{aquesta no val} \\[2ex] = \dfrac{-3 - 31{,}45}{-9{,}8} = \boxed{3{,}52 \text{ s}} \end{cases}$$ (22)

6) En Francesc ~~[illegible]~~ llançarà una altra pedra dos segons després que ho hagi fet en Tomàs. Quina velocitat inicial hauria de tindre per a que arribin a terra alhora?



• Primerament hem de saber l'altura del globus als 2 s:

MRU: $y_1 = y_0 + v\cdot\Delta t =$

$= 50 + 3\cdot 2 = 56$ m

• Ara trobarem quina hauria de ser la veloc. inic. de la segona pedra per a que arribi a terra en $t_f = 3{,}52$ s:

MRVA:

$$\underbrace{y}_{0=} = \underbrace{y_1}_{=56} + v_{inic}\cdot\underbrace{(t_f - 2)}_{1{,}52} - \frac{1}{2}9{,}8\,\underbrace{t_f^2}_{(1{,}52)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{inic} = -\frac{41{,}68}{1{,}52} = -29{,}4 \text{ m/s}}$$ (23) ← (és raonable que surti negatiu)

↳ NOTA: recordant que el globus des d'on Francesc la llança ja va a 3 m/s cap amunt, en realitat hauria de llançar-la a $-32{,}4$ m/s, per compensar-ho.