COL·LEGI SAGRAT COR - SARRIÀ	Data: *29 d'octubre de 2013*
Física 2 3 problemes en grup: Camp Electrostàtic	Alumne:
	Curs:

P1 La diferència de potencial elèctric entre dos punts A i B és V_B - V_A = *30* V. Si un electró inicialment en repòs al punt A salta fins a B, amb quina velocitat hi arribarà?

Dades: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Ajudes per a P1:

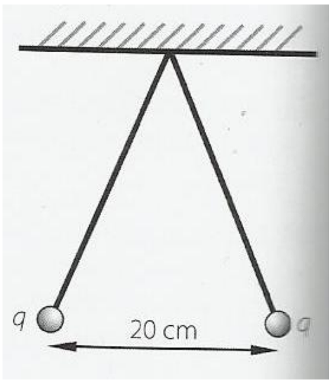
1.- Recorda que $\boxed{E_M = E_C + E_P = \text{constant}}$ al llarg de la trajectòria d'una partícula carregada quan està sotemesa només a l'acció de forces electrostàtiques.

2.- Recorda que $\boxed{E_P = q \cdot V}$.

3.- Problema-guia resolt (camp gravitatori): «Sigui un objecte de massa *m* que inicialment està en repòs a una altura *h* respecte del terra. Si el deixem caure lliurement, quina velocitat tindrà quan arribi al terra?»

Solució: inicialment, $E_M(inic) = mgh$. Quan arriba al terra, $E_M(final) = \frac{1}{2}mv^2$. Però el camp gravitatori és conservatiu, $E_M = const$, i per tant tenim que: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gh}$ ■

P2 Pengem del sostre dos fils de 50 cm de longitud. Cada fil duu al seu extrem una càrrega positiva de valor $q = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ C. Quan s'arriba a l'equilibri, les càrregues estan separades una distància de 20 cm, tal com mostra la figura. Calcula:



a) La tensió de les cordes.
b) El potencial elèctric que creen en el punt mitjà del segment que va d'una càrrega a l'altra.
c) El camp elèctric que creen en el punt d'unió dels fils amb el sostre.

Dades: $K = 9{,}0 \cdot 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

Ajudes per a P2: podeu consultar els problemes semblants **31** (*p.119*) o **41** (*p.120*), ambdós corregits a classe.

►<u>Solució del P1</u> [és el 65 (*p.123*) del llibre]:

65 *p.123* La diferència de potencial elèctric entre dos punts A i B és $V_B - V_A = 30\ V$. Si un electró inicialment en repòs al punt A salta fins a B, amb quina velocitat hi arribarà?

Dades: $\begin{cases} m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \\ q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \end{cases}$

Farem servir que $\begin{cases} E_P(P) = q \cdot V(P) \\ E_M = E_P + E_C = \text{constant} \end{cases}$ ← aquesta és la clau (!)

A $\bullet$ - - - - - - > $\bullet$ B

$\vec{v} = ?$

A: $\begin{cases} E_C = 0 \quad \text{(repòs)} \\ E_P = q_e \cdot V_A \end{cases} \Rightarrow \boxed{E_M = q_e V_A}$ (1)

B: $\begin{cases} E_C = \frac{1}{2} m_e v^2 \\ E_P = q_e V_B \end{cases} \Rightarrow \boxed{E_M = q_e V_B + \frac{1}{2} m_e v^2}$ (2)

Igualem [1] = [2] $\Rightarrow$ $q_e V_A = q_e V_B + \frac{1}{2} m_e V^2$ $\Rightarrow$

$$\boxed{v} = \sqrt{\frac{2 q_e (V_A - V_B)}{m_e}} = \sqrt{\frac{+2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 30}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = \boxed{3{,}25 \cdot 10^{6}\ m/s}$$ ■

►Solució del P2 [és el 40 (*p.120*) del llibre; també l'exemple resolt 14 (*p.113*)]:

Càrregues en equilibri

14 Pengem del sostre dos fils de 50 cm de longitud. Cada fil té a l'extrem una càrrega positiva de valor $q = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ C. Quan s'arriba a l'equilibri, les càrregues estan separades una distància de 20 cm, tal com mostra la figura. Calcula:

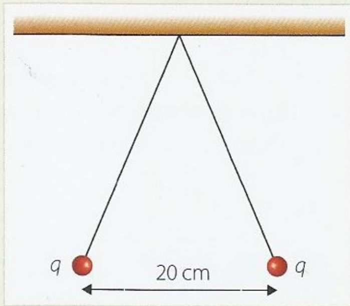
a) La tensió de les cordes.

b) El potencial elèctric que creen en el punt mitjà del segment que va d'una càrrega a l'altra.

c) El camp elèctric que creen en el punt d'unió dels fils amb el sostre.

Dades: $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \, \dfrac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$

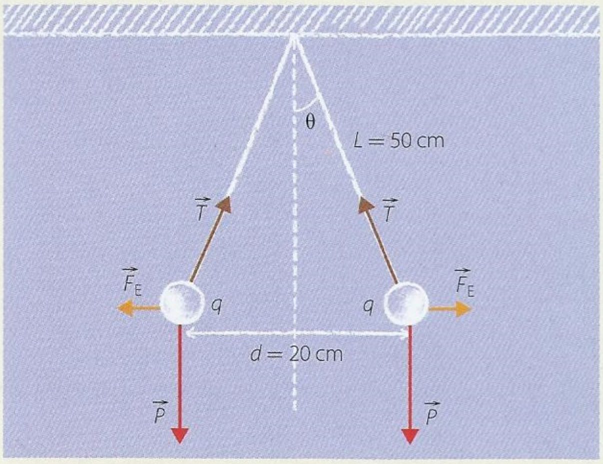
(Prova de selectivitat real)



SOLUCIÓ:

a) Si el sistema està en equilibri, per a cada bola es compleix que la suma de forces és zero:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$



- A l'eix vertical:

$$T \cdot \cos\theta = P = m \cdot g$$

- A l'eix horitzontal:

$$T \cdot \sin\theta = F_E = K \cdot \frac{q \cdot q}{d^2}$$

Calculem F_E:

$$F_E = K \cdot \frac{q \cdot q}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1{,}2 \cdot 10^{-8}\,\text{C})^2}{0{,}2^2\,\text{m}^2} =$$
$$= 3{,}24 \cdot 10^{-5}\,\text{N}$$

Per tant:

d/2

$$T \cdot \sin\theta = F_E \rightarrow T \cdot \frac{10}{50} = 3{,}24 \cdot 10^{-5}\,\text{N} \rightarrow$$

$$\rightarrow T = 3{,}24 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{50}{10}\,\text{N} = 1{,}62 \cdot 10^{-4}\,\text{N}$$

b) El potencial en el punt mitjà és la suma del potencial que crea cada càrrega en aquest punt:

$$V = V_A + V_B = K \cdot \frac{q}{\frac{d}{2}} + K \cdot \frac{q}{\frac{d}{2}} = 2K \cdot \frac{q}{\frac{d}{2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow V = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \, \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-8}\,\text{C}}{0{,}1\,\text{m}} \rightarrow$$

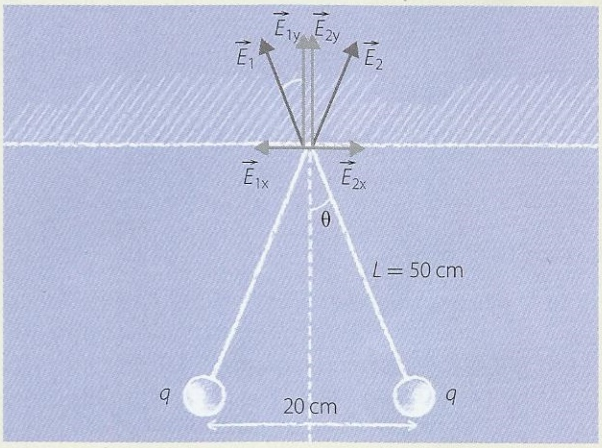
$$\rightarrow V = 2{,}16 \cdot 10^3\,\text{V}$$

c) El mòdul del camp elèctric que crea cada bola en el punt d'unió amb el sostre és el mateix, ja que la càrrega de les boles és idèntica i els dos fils tenen la mateixa longitud.

Si representem cadascun d'aquests vectors i el descomponem en les components horitzontal i vertical, comprovem que les components horitzontals s'anul·len.

El camp resultant tindrà la direcció vertical, el sentit cap amunt, i el seu mòdul serà el doble de la component vertical del camp que crea una bola en aquest punt:

$$E_T = 2\,E_y = 2\,E_1 \cdot \cos\theta$$



Substituïm les dades adequades en unitats del SI:

$$E_T = 2 \cdot K \cdot \frac{q}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{L^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}}{L} \rightarrow$$

$$\rightarrow E_T = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^{-8}}{0{,}5^2} \cdot \frac{\sqrt{0{,}5^2 - 0{,}1^2}}{0{,}5} \rightarrow$$

$$\rightarrow E_T = 8{,}47 \cdot 10^2\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(També podríem deduir $\cos\theta$ a partir de $\sin\theta$, ja que sabem que $\sin\theta = \dfrac{10}{50} = 0{,}2$.)

P3 Dues càrregues elèctriques puntuals de +3 μC i -7 μC es troben situades, respectivament, en els punts (0, 3) i (0, -5) d'un pla. Calcula:

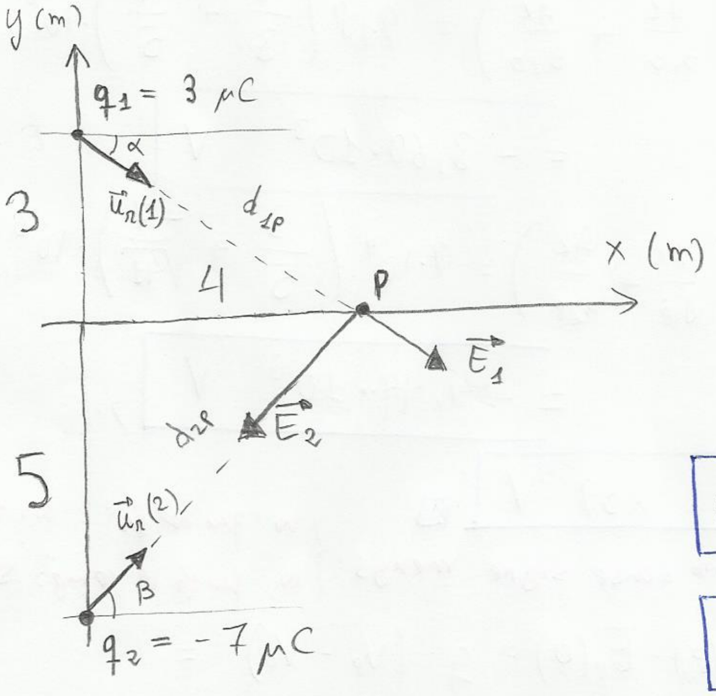
a) El camp elèctric que creen aquestes càrregues en el punt P (4, 0).
b) La diferència de potencial $V_O - V_P$, on O és el punt (0, 0).
c) El treball que cal fer per traslladar un càrrega de +5 μC des del punt O (0, 0) fins el punt P (4, 0). Interpreta el signe del resultat.

Nota: les coordenades dels punts s'expressen en metres.
Dades: $K = 9{,}0 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

Ajudes per a P3:

1.- Podeu consultar el problema semblant **33** (*p.119*), corregit a classe.

2.- Recordeu que el "treball que cal fer" no és el $W_{elec}^{A\to B} = -\Delta E_p$ que fa el camp electrostàtic durant el desplaçament, sinó el que fa una certa força externa que s'oposa a la força electrostàtica (per "compensar-la" durant la trajectòria i que el moviment pugui ser a velocitat const.); per tant, el seu signe és justament el contrari: $\boxed{W_{ext}^{A\to B} = -W_{elec}^{A\to B} = \Delta E_p}$.



$\alpha = \arctan\frac{3}{4} = 36{,}87^\circ \Rightarrow \boxed{\vec{u}_r(1) = (0'8, -0'6)}$

$\beta = \arctan\frac{5}{4} = 51{,}34^\circ \Rightarrow \boxed{\vec{u}_r(2) = (0'62, 0'78)}$

$\boxed{d_{1P} = \sqrt{3^2+4^2} = 5 \text{ m}}$

$\boxed{d_{2P} = \sqrt{5^2+4^2} = \sqrt{41} \text{ m}}$

a/ Calculem $\vec{E}_1(P)$ i $\vec{E}_2(P)$ per separat i apliquem el principi de superposició:

$\vec{E}_1(P) = K\frac{q_1}{d_{1P}^2}\vec{u}_r(1) = 9\cdot10^9\cdot\frac{3\cdot10^{-6}}{5^2}\cdot(0'8, -0'6) = (864, -648)\ \mathrm{N/C}$

$\vec{E}_2(P) = K\frac{q_2}{d_{2P}^2}\vec{u}_r(2) = 9\cdot10^9\cdot\frac{(-7\cdot10^{-6})}{(\sqrt{41})^2}\cdot(0'62, 0'78) = -(953, 1199)\ \mathrm{N/C}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(P) = \vec{E}_1(P) + \vec{E}_2(P) = -(89,\ 1847)\ \ N/C}$$

Comentari: com que sabem que $|\vec{E}| \propto \frac{1}{d^2}$ i que si la font és $\oplus$ serà "cap a fora" o "repulsiu", i si font és $\ominus$ serà "cap a dins" o "atractiu" (sempre podem veure $\vec{E}$ com $\vec{F}_{elec}$ sobre una $q = 1\ C$), havíem ja dibuixat les fletxetes del diagrama suposant unes direccions i sentits i uns mòduls aproximats. Veiem que el $\vec{E}(P)$ total que hem trobat és consistent amb el que havíem suposat.

b/ Ens caldrà $\boxed{d_{10} = 3\ m}$; $\boxed{d_{20} = 5\ m}$.

Apliquem el principi de superposició:

$$\boxed{V_o} = V_o(1) + V_o(2) = K\left(\frac{q_1}{d_{1o}} + \frac{q_2}{d_{2o}}\right) = 9\cdot 10^9 \left(\frac{3}{3} + \frac{-7}{5}\right)\cdot 10^{-6} =$$

$$= \boxed{-3{,}60\cdot 10^3\ \ V}$$

$$\boxed{V_P} = V_P(1) + V_P(2) = K\left(\frac{q_1}{d_{1P}} + \frac{q_2}{d_{2P}}\right) = 9\cdot 10^9 \left(\frac{3}{5} + \frac{-7}{\sqrt{41}}\right)\cdot 10^{-6} =$$

$$= \boxed{-4{,}44\cdot 10^3\ \ V},$$

d'on tenim: $\boxed{V_o - V_P = 839\ \ V}$

⚠ ULL!! → sense signe mengs: W "que cal fer": NO SIGNE $\ominus$. W "que fa el camp": SIGNE $\ominus$.

c/ $$\boxed{W_{ext}^{O\to P}} = \Delta E_P = E_P(P) - E_P(O) = q\cdot \underbrace{(V_P - V_O)}_{-800\ V} =$$

$$= -5\cdot 10^{-6}\cdot 839 = \boxed{-4{,}19\cdot 10^{-3}\ \ J}$$

(Sobre la interpretació del signe, veure explicació a la pàgina següent).

►Sobre el signe: això de "el treball que cal fer" es pot interpretar com que la càrrega *q* viatja del punt *O* al punt *P* a velocitat constant, i nosaltres hi apliquem una força $\vec{F}_{ext}$ que en cada punt de la trajectòria s'oposa a la que fa el camp, $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_{elec}$, i així aconseguim mantindre l'esmentada velocitat constant (perquè evitem una acceleració segons la segona llei de Newton).

Per això, $W_{ext}^{O \to P} = -W_{elec}^{O \to P} = -\left(-\Delta E_p\right) = \Delta E_p$.

Per una altra banda, el treball que fa una força durant un moviment és $W > 0$ quan aquesta força afavoreix el moviment, i $W < 0$ quan s'hi oposa. En la nostra trajectòria *O* → *P*, hem vist que $\Delta V < 0$, i això implica que $\Delta E_p = q\Delta V < 0$, atès que la nostra càrrega és $q > 0$. Conseqüentment, estem parlant d'una trajectòria on $\vec{F}_{elec}$ fa un treball positiu; és a dir: afavoreix el moviment. Per tant, $\vec{F}_{ext}$ s'hi oposa —doncs és igual a $\vec{F}_{elec}$ però en sentit contrari—, d'on concloem que $W_{ext}^{O \to P} < 0$ ("*el treball que cal fer per a* O → P *és negatiu*", en paraules), d'acord amb el que hem calculat numèricament a l'apart (c).

· Possible manera de respondre en un examen a una pregunta com aquesta (*versió llarga*): Podem dir: es tracta d'un moviment cap a potencials decreixents. Això, per a la nostra càrrega positiva, vol dir cap a energies potencials decreixents, i per tant la força elèctrica afavoreix el moviment (fa treball positiu). La força externa que haurem d'aplicar, oposada a l'elèctrica, s'oposarà al moviment, i per tant farà un treball negatiu.

· Més curt encara: **quan una *q* positiva es mou cap a potencials decreixents, el camp elèctric fa un treball positiu**. Per tant, la força externa que haurem d'aplicar, oposada a l'elèctrica, farà treball negatiu.