



COL·LEGI SAGRAT COR - SARRIÀ	Data: <i>dijous, 14-X-2013</i>	Puntuació:
Física 2	SOLUCIONS	
1 ^a Avaluació – Parcial Camp Gravitatori	Curs: <i>2n Batxillerat</i>	

P1 (2,5 punts) Els satèl·lits GPS (*global positioning system*, "sistema de posicionament global") descriuen òrbites circulars al voltant de la Terra. El conjunt dels satèl·lits permet que en qualsevol punt de la Terra una persona amb un receptor GPS pugui determinar la posició on es troba amb una precisió de pocs metres. Tots els satèl·lits GPS estan a la mateixa altura i fan dues voltes a la Terra cada 24 hores. Calculeu:

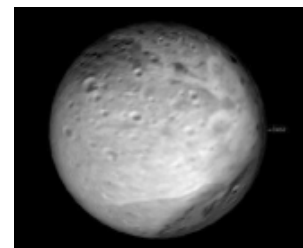
- a) La velocitat angular dels satèl·lits
- b) La nova velocitat i el temps que trigaria a fer una volta a la Terra, si féssim orbitar un d'aquests satèl·lits a una altura doble.

Dades: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{TERRA} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{TERRA} = 6.380 \text{ km}$; $M_{SAT} = 150 \text{ kg}$.

P2 (2,5 punts) Un objecte de massa $m_1 = 100 \text{ kg}$ està situat en el punt A de coordenades $(6, 0) \text{ m}$. Un segon objecte de massa $m_2 = 300 \text{ kg}$ està situat en el punt B de coordenades $(-6, 0) \text{ m}$. Calculeu:

- a) El punt sobre l'eix X per al qual el camp gravitatori és nul
- b) El treball realitzat pel camp gravitatori quan la massa $M1$ es trasllada des del punt A fins al punt C de coordenades $(-6, 6) \text{ m}$

P3 (2,5 punts) Ceres és el planeta nan més petit del Sistema Solar i durant molts anys va ser considerat un asteroide, ja que està situat en el cinturó que hi ha entre Mart i Júpiter. Ceres té una massa de $9,43 \times 10^{20} \text{ kg}$ i un radi de 477 km. Calculeu:



- a) Quin és el valor de la intensitat de camp gravitatori que Ceres crea a la seva superfície?
 - b) Quina és la velocitat i l'energia mecànica mínima d'una nau espacial que, sortint de la superfície, escapés totalment de l'atracció gravitatòria del planeta?
- Dades: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

P4 (2,5 punts)

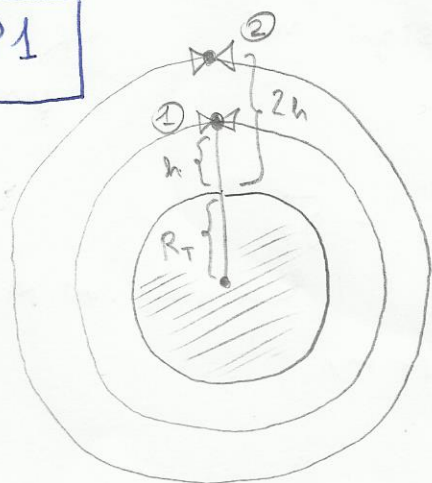
a) La distància del planeta mercuri al sol és de 70,5 milions de km a l'afeli i 46,5 milions de km al periheli. Sabent que la seva velocitat al periheli és de 59,7 km/s, calcula la velocitat a l'afeli.

b) A partir de les dades de la taula següent, calculeu el radi de l'òrbita del planeta Júpiter.

<i>Planeta</i>	<i>Radi de l'òrbita (km)</i>	<i>Període de revolució (anys)</i>
Terra	$148 \cdot 10^6$	1,0
Júpiter		11,9

1a AVALUACIÓ - Parcial Camp Gravitatori (Física 2)

P1



$$T_1 = 12 \text{ h} = 43200 \text{ s}$$

$$a/ \quad (1) \quad \boxed{\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{43200} = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}}$$

b/ És un moviment circular uniforme sota camp gravitatori. Per tant:

$$\left. \begin{aligned} F_c &= m \frac{v^2}{r} \\ F_g &= G \frac{M_T m}{r^2} \end{aligned} \right\} F_c = F_g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G \frac{M_T m}{r^2} = \cancel{m} \frac{v^2}{r} \Rightarrow (2) \quad \boxed{v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}}$$

Per a saber la velocitat, necessitem el radi de l'òrbita.

Com que $r = R_T + h$, hem de calcular l'altura dels satèl·lits

GPS:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow (2) \quad \boxed{r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}}} \quad (3)$$

$$\boxed{r_1 = \sqrt[3]{\frac{GM_T T_1^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 43200^2}{4\pi^2}} = 2,66 \cdot 10^7 \text{ m}} \quad (4)$$

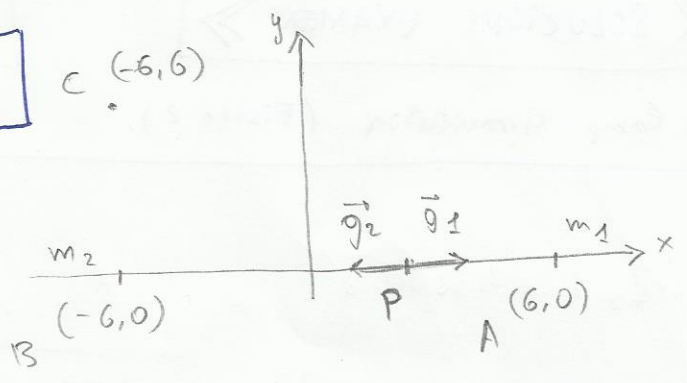
$$\Rightarrow \boxed{h_1 = r_1 - R_T = 2,02 \cdot 10^7 \text{ m}}; \quad h_2 = 2 \cdot h_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{r_2 = R_T + 2h_1 = 4,69 \cdot 10^7 \text{ m}} \quad (5)$$

Amb [2] $\Rightarrow \boxed{v_2 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{4,69 \cdot 10^7}} = 2920 \text{ m/s}}$ ■

$$\boxed{T_2 = \frac{2\pi r_2}{v_2} = \frac{2\pi \cdot 4,69 \cdot 10^7}{2920} = 100996 \text{ s} = 28 \cdot \text{h}}$$
 ■

P.2



$P(x, y)$ tal que
 \vec{g}_{TOT} en P
 sigui nul

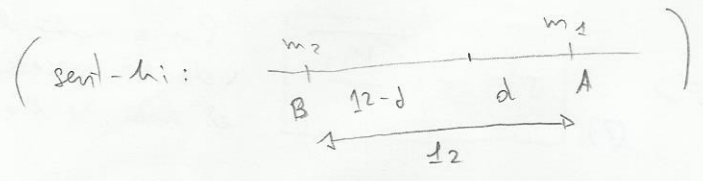
$m_1 = 100 \text{ kg}$
 $m_2 = 300 \text{ kg}$

$$\vec{g}_{TOT} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

\uparrow camp creat per m_2
 \uparrow camp creat per m_1

a/ Condició en P :

$$\vec{0} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = G \frac{m_1}{d^2} \vec{i} - G \frac{m_2}{(12-d)^2} \vec{i} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow G \frac{100}{d^2} = G \frac{300}{(12-d)^2}$$

dividim entre 100 i fem $\sqrt{\dots}$
 $\Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{\sqrt{3}}{12-d}$
 ens queden \oplus de moment,
 si tenim problemes tornarem en zero

$$\Rightarrow 12 - d = \sqrt{3} d \Rightarrow d = \frac{12}{1 + \sqrt{3}} = 4,39 \text{ m}$$

connecte \checkmark
 (amb \ominus ens hauria sortit negatiu)

$$\Rightarrow x = 6 - d = 1,61 \text{ m};$$

\vec{g}_{TOT} s'anul·la al punt
 de coordenades cartesianes:
 $(1,61, 0) \text{ m}$

b/ $W_g^{A \rightarrow C} = -\Delta E_p = -(E_{p \text{ final}} - E_{p \text{ inicial}}) = -(E_{pC} - E_{pA}) =$

$$= - \left[-G \frac{m_1 m_2}{d_{BC}} - \left(-G \frac{m_1 m_2}{d_{BA}} \right) \right] = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{12} \right) = 1,67 \cdot 10^7 \text{ J}$$

La AVALUACIÓ - Parcial Camp Gravitatòri (Física 2)

P3

Ceres: $m_c = 9,43 \cdot 10^{20} \text{ kg}$
 $R_c = 477 \text{ km}$

a/ $\vec{g}_c = -G \frac{m_c}{R_c^2} \vec{u}_r = -0,276 \vec{u}_r \text{ m/s}^2$

Nota: això és la "intensitat del camp gravitatòri". Si heu calculat $g = |\vec{g}| = G \frac{m_c}{R_c} = 0,276 \text{ m/s}^2$, us ho he donat bé, però. El que ve valia era ficar/no ficar el \vec{u}_r , la plana i el \ominus de manca no adient.

b/ v_e és aquella tal que s'aniba a l'infinit amb $v_\infty = 0$.

$\Rightarrow E_{m_\infty} = 0$; però $E_{m_\infty} = E_{m_i} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{m_c m}{R_c} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2Gm_c}{R_c}}$

En el nostre cas: $v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9,43 \cdot 10^{20}}{477 \cdot 10^3}} = 514 \text{ m/s}$

P4

a) 2a llei de Kepler \Rightarrow conservació $\vec{L} \Rightarrow$

$m r_a v_a = m r_p v_p$

$70,5 \cdot v_a = 46,5 \cdot 59,7$

$v_a = 39,38 \text{ km/s}$

b) 3a llei de Kepler: $\frac{T_T^2}{R_T^3} = \frac{T_J^2}{R_J^3} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_J = \sqrt[3]{\frac{T_J^2}{T_T^2}} R_T = (11,9)^{\frac{2}{3}} \cdot 148 \cdot 10^6 = 7,7 \cdot 10^8 \text{ km}$

NO CAL
PASSAR les
dades al S.I. !!