

Resolució d'exercicis finals de

« CÀLCUL de VOLUMS i ÀREES en 3D » **RESUM**

més exercicis  
MODEL de com a l'examen.

RESUM FÓRMULES ÚTILS

2D:

polígons:  
circumferència:



$L = 2\pi r$  "perímetre"  
 $A = \pi r^2$  "àrea del cercle"

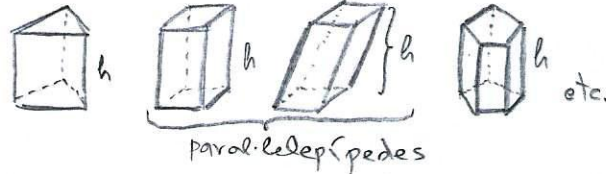
BÀSICS  
 $A = b \cdot h$  ("sense punta")  
 $A = \frac{b \cdot h}{2}$  ("punxegut")  
 REGULARS en GENERAL:  $A = \frac{P \cdot a}{2}$



3D:

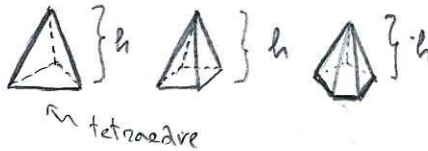
poliedres:

PRISMES ("sense punta")



$V = A_b \cdot h$

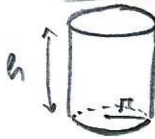
PIRÀMIDES ("punxeguts")



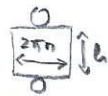
$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$

coscos de revolució:

CILINDRE ("sense punta")

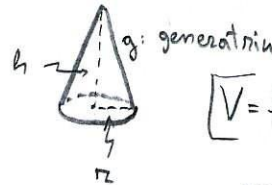


$V = A_b \cdot h = \pi r^2 h$

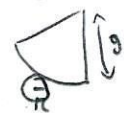


$A = 2A_b + A_L = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

CON ("punxegut")



$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$



$A = A_b + A_L = \pi r^2 + \pi r g$  (\*)

ESFERA (no té desenvolupament pla!)



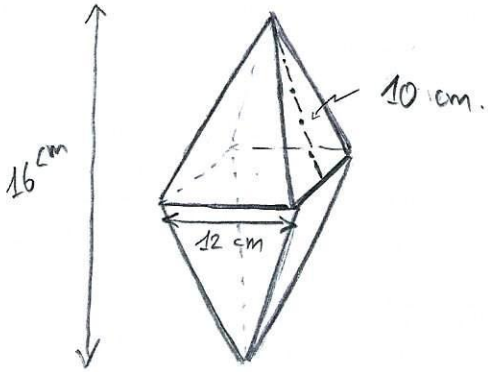
$V = \frac{4}{3} \pi r^3$  (\*)

$A = 4\pi r^2$  (\*)

NOTA: totes les fórmules marcades amb un asterisc (\*) s'han d'aprendre de memòria, doncs no es poden deduir amb el truc "base per altura" i mirant si té punta o no

EXERCICIS MODEL:

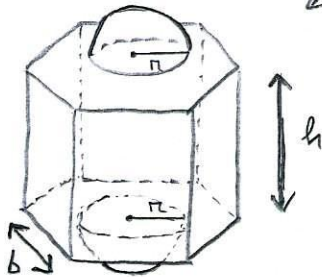
1 Calcula'n V i A.



2 Quant de temps ens costarà d'omplir amb aigua a un ritme de 0,005 l/s ?

3 Quant de temps ens costarà de pintar a un ritme de 0,03 cm<sup>2</sup>/s ?

4



Calcula'n V i A. Mides:

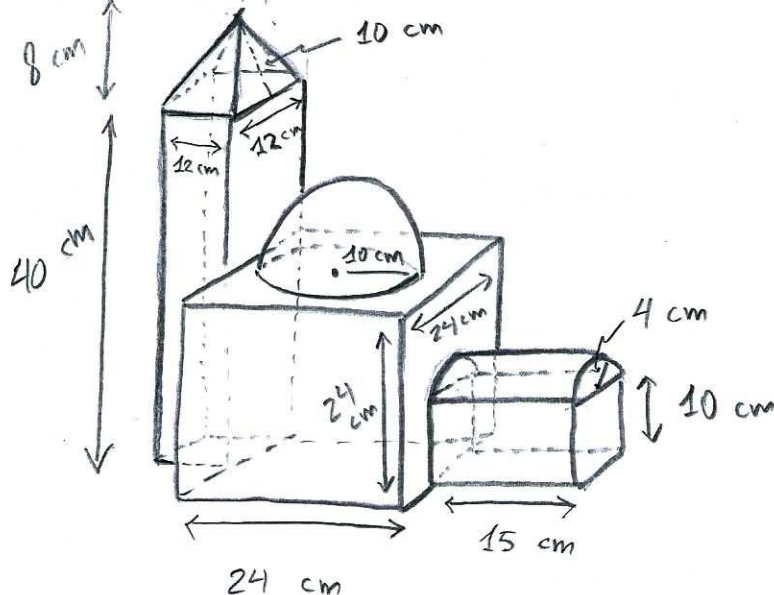
$$\begin{cases} b = 9 \text{ m} \\ r = 4 \text{ m} \\ h = 12 \text{ m} \\ a = 8,49 \text{ m} \end{cases}$$

(apòtema de la base hexagonal)

5 Calcula temps de pintar-la a 15 cm<sup>2</sup>/s i temps d'omplir-la a 20 l/s.

6

Calcula'n V i A:



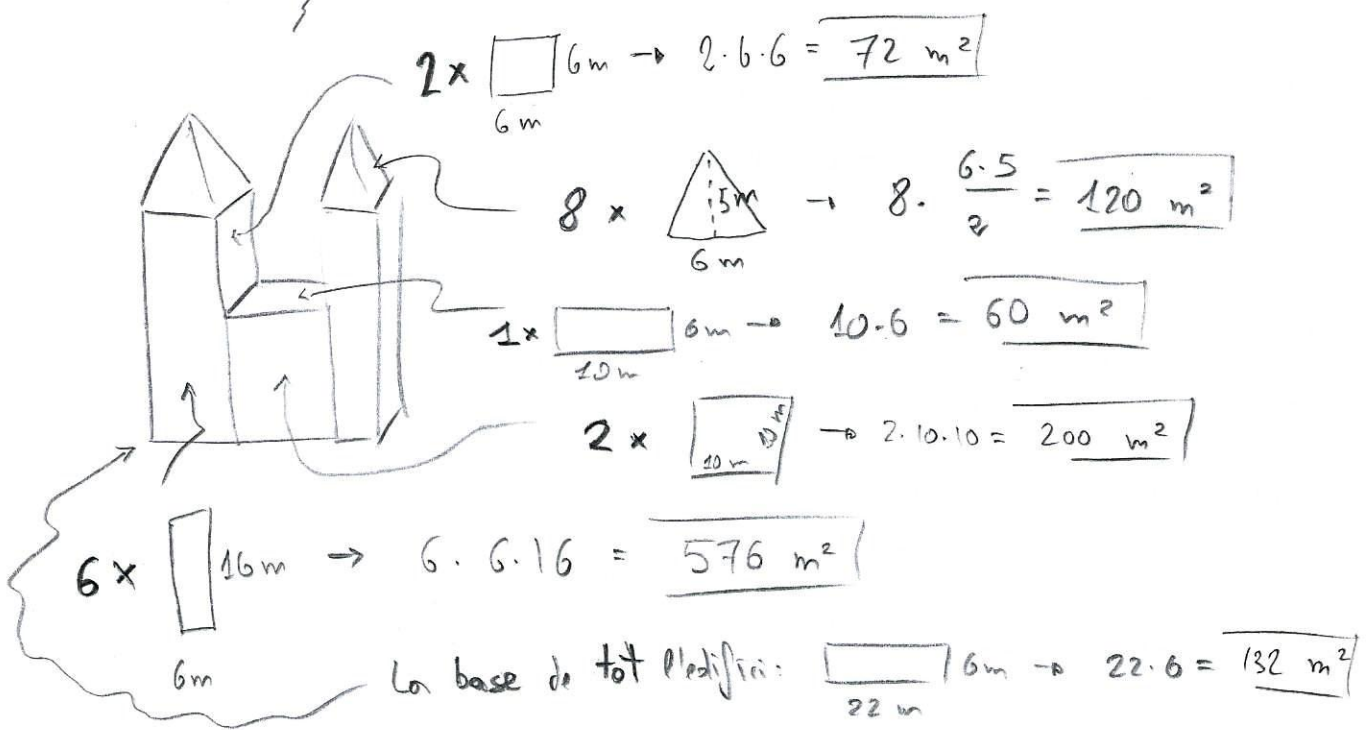
RESOLUCIÓ fitxa obligatòria de CLASSE:

1  $V(\text{box}) = V(\text{hemispher}) + V(\text{cube}) = \frac{1,333 \cdot 3,14 \cdot 3^3}{2} + 7^3 =$   
 $\frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{2} = 56,51 + 343 = \underline{399,51 \text{ m}^3}$

$A(\text{box}) = \text{box} + \text{hemispher} = 6 \cdot 7^2 - 3,14 \cdot 3^2 + \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 3^2}{2} =$   
 $= 265,74 + 56,52 = \underline{322,26 \text{ m}^2}$

2  $V(\text{castle}) = 2 \cdot \frac{A_b \cdot h}{3} + 2 \cdot A_b \cdot h + A_b \cdot h = 2 \cdot \frac{6^2 \cdot 4}{3} + 2 \cdot 6^2 \cdot 16 + 10 \cdot 6 \cdot 10 =$   
 $= 2 \cdot 48 + 2 \cdot 576 + 600 = \underline{1848 \text{ m}^3}$

$A(\text{castle}) = 72 + 120 + 60 + 200 + 576 + 132 = \underline{1160 \text{ m}^2}$





$$3 \quad V_{TOT} = 4 \text{ (cilindres)} + 2 \text{ (cilindres)} + 2 \text{ (cones)} + \text{ (caixa)} =$$

$$\pi r^2 h + \pi r^2 h + \frac{\pi r^2 h}{3} + A_b \cdot h =$$

$$= 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 30 + 2 \cdot 3,14 \cdot 1^2 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 4}{3} + 24 \cdot 4 \cdot 8 =$$

$$= 4 \cdot 847,8 + 2 \cdot 9,42 + 2 \cdot 37,68 + 768 = \boxed{4253,4 \text{ cm}^3}$$

$$A_{TOT} = 2 \left( \text{cones} - \text{punts} \right) + 2 \left( \text{cilindres} - 2 \text{ punts} \right) + \left( 4 \text{ cilindres} - 2 \text{ punts} - \text{superfície} \right) +$$

$$+ \left( \text{caixa} - \text{superfície} \right) = 2 \cdot (75,36 - 3,14) + 2 \cdot (18,84 - 2 \cdot 3,14) + (4 \cdot 621,72 - 2 \cdot 3,14 - 96) + (24 \cdot 4 \cdot 8 - 96) = \boxed{3110,72 \text{ cm}^2}$$

$$\text{cones} = \pi r^2 + \pi r h = 3,14 \cdot 3^2 + 3,14 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{75,36 \text{ cm}^2}$$

$$\text{punts} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 1^2 = \underline{3,14 \text{ cm}^2}$$

$$\text{cilindres} - 2 \text{ punts} = 2 \pi r h = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 3 = \underline{18,84 \text{ cm}^2}$$

$$\text{cilindres} = 2 \pi r^2 + 2 \pi r h = 2 \cdot 3,14 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 30 = \underline{621,72 \text{ cm}^2}$$

$$\text{superfície} = \text{base} \cdot \text{altura} = 24 \cdot 4 = \underline{96 \text{ cm}^2}$$

$$\left( \text{caixa} - \text{superfície} \right) = 2 \text{ (frontals)} + 2 \text{ (laterals)} + 1 \text{ (superfície superior)} = 2 \cdot 24 \cdot 8 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + 24 \cdot 4 = \underline{544 \text{ cm}^2}$$

4) Passem tots els volums a l i dividim entre 0,03 l/s :

$$1) V = 399,51 \text{ m}^3 \cdot 1000 = 399\,510 \text{ dm}^3 = 399\,510 \text{ l} \rightarrow \frac{399\,510}{0,03} = \boxed{13\,317\,000 \text{ s}}$$

$$2) V = 1848 \text{ m}^3 \cdot 1000 = 1\,848\,000 \text{ l} \rightarrow \frac{1\,848\,000}{0,03} = \boxed{61\,600\,000 \text{ s}}$$

$$3) V = 4\,253,4 \text{ cm}^3 : 1000 = 4,2534 \text{ dm}^3 = 4,2534 \text{ l} \rightarrow \frac{4,2534}{0,03} = \boxed{141,78 \text{ s}}$$

5) Passem totes les àrees a cm<sup>2</sup> i dividim entre 0,05 cm<sup>2</sup>/s :

$$1) A = 322,26 \text{ m}^2 \cdot 10000 = 3\,222\,600 \text{ cm}^2 \rightarrow \frac{3\,222\,600}{0,05} = \boxed{64\,452\,000 \text{ s}}$$

$$2) A = 1160 \text{ m}^2 \cdot 10000 = 11\,600\,000 \text{ cm}^2 \rightarrow \frac{11\,600\,000}{0,05} = \boxed{232\,000\,000 \text{ s}}$$

$$3) A = 3110,72 \text{ cm}^2 \rightarrow \frac{3110,72}{0,05} = \boxed{62\,214,4 \text{ s}}$$

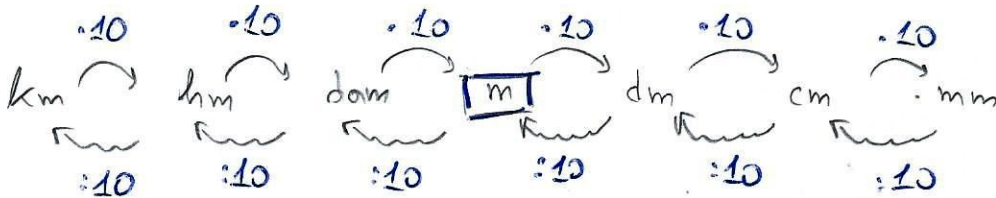
RESOLUCIÓ dels "EXERCICIS MODEL":

1  $V(\text{◇}) = 2 \cdot \left( \begin{array}{c} \triangle \\ \text{12 cm} \\ \text{12 cm} \\ \text{8 cm} \end{array} \right) = 2 \cdot \frac{12^2 \cdot 8}{3} = \underline{768 \text{ cm}^3}$

$A(\text{◇}) = 8 \cdot \left( \begin{array}{c} \triangle \\ \text{12 cm} \\ \text{10 cm} \end{array} \right) = 8 \cdot \frac{12 \cdot 10}{2} = \underline{480 \text{ cm}^2}$

2 Per a fer els d'omplir i pintar, recordem:

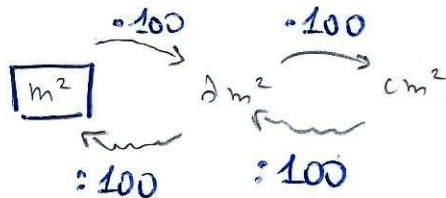
⊗ COM CANVIAR d'UNITATS:



Exemple:  $3 \text{ km} = 3 \cdot \frac{10 \cdot 10 \cdot 10}{1000} = 3000 \text{ m}$  ✓  
 $2 \text{ cm} = 2 : 100 = 0,02 \text{ m}$  ✓  
 dividim entre 10 dos cops.

⊗ ÀREES:

(van de 100 en 100)

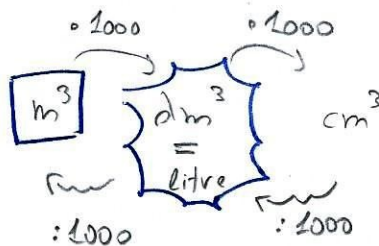


Exemple:

$5 \text{ m}^2 = 5 \cdot 100 = 500 \text{ dm}^2$   
 $7 \text{ cm}^2 = 7 : 10000 = 0,0007 \text{ m}^2$

⊗ VOLUMS:

(van de 1000 en 1000)



Exemple:

$4 \text{ m}^3 = 4 \cdot 1000 = 4000 \text{ dm}^3 = \underline{4000 \text{ l}}$   
 $50 \text{ cm}^3 = 50 : 1000 = 0,05 \text{ dm}^3 = \underline{0,05 \text{ l}}$

↳ Amb això en ment: primerament, posem A i V a l'unitat que necessitem, i després, fem la divisió per a saber el temps (pàg. següent)

• OMPLIR amb AIGUA a ritme 0,005 l/s : (el )

$$V = 768 \text{ cm}^3 = 768 : 1000 = 0,768 \text{ dm}^3 = 0,768 \text{ l}$$

$$\rightarrow \boxed{\text{temps} = \frac{0,768 \text{ l}}{0,005 \text{ l/s}} = 153,6 \text{ s}}$$

3 

PINTAR a ritme 0,03 cm<sup>2</sup>/s : com que aquí ja

sabem l'àrea en cm<sup>2</sup>, no cal convertir les unitats ;  
podem passar directament a dividir :

$$\boxed{\text{temps} = \frac{480 \text{ cm}^2}{0,03 \text{ cm}^2/\text{s}} = 16000 \text{ s}}$$

4

$$\boxed{V(\text{cube}) = \underbrace{\text{cube}}_{A_b \cdot h} + \underbrace{\text{hemispheres}}_{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{6 \cdot 9 \cdot 8,49}{2} \cdot 12 + 1,333 \cdot 3,14 \cdot 4^3 =$$

$$= 2750,76 + 267,88 =$$

$$= \boxed{3018,64 \text{ m}^3}$$

$$A_b = \frac{P \cdot a}{2}$$

$$\boxed{A = \underbrace{\text{cube}}_{2 \cdot \underbrace{\text{square}}_{\pi r^2}} + \underbrace{\text{hemispheres}}_{4\pi r^2} = \left( 2 \cdot \frac{6 \cdot 9 \cdot 8,49}{2} + 6 \cdot 9 \cdot 12 \right) - 2 \cdot 3,14 \cdot 4^2 +$$

$$+ 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2 =$$

$$\rightarrow = 2 \cdot 229,23 + 6 \cdot 108 - 2 \cdot 50,24 + 200,96 =$$

$$= \boxed{1206,94 \text{ m}^2}$$

5

PINTAR:  $A = 1206,94 \text{ m}^2 \cdot 10000 = 12069400 \text{ cm}^2$

$$\rightarrow \frac{12069400 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm}^2/\text{s}} = \boxed{804626,7 \text{ s}}$$

OMPLIR:  $V = 3018,64 \text{ m}^3 \cdot 1000 = 3018640 \text{ dm}^3 = 3018640 \text{ l}$

$$\rightarrow \frac{3018640 \text{ l}}{20 \text{ l/s}} = \boxed{150932 \text{ s}}$$



6

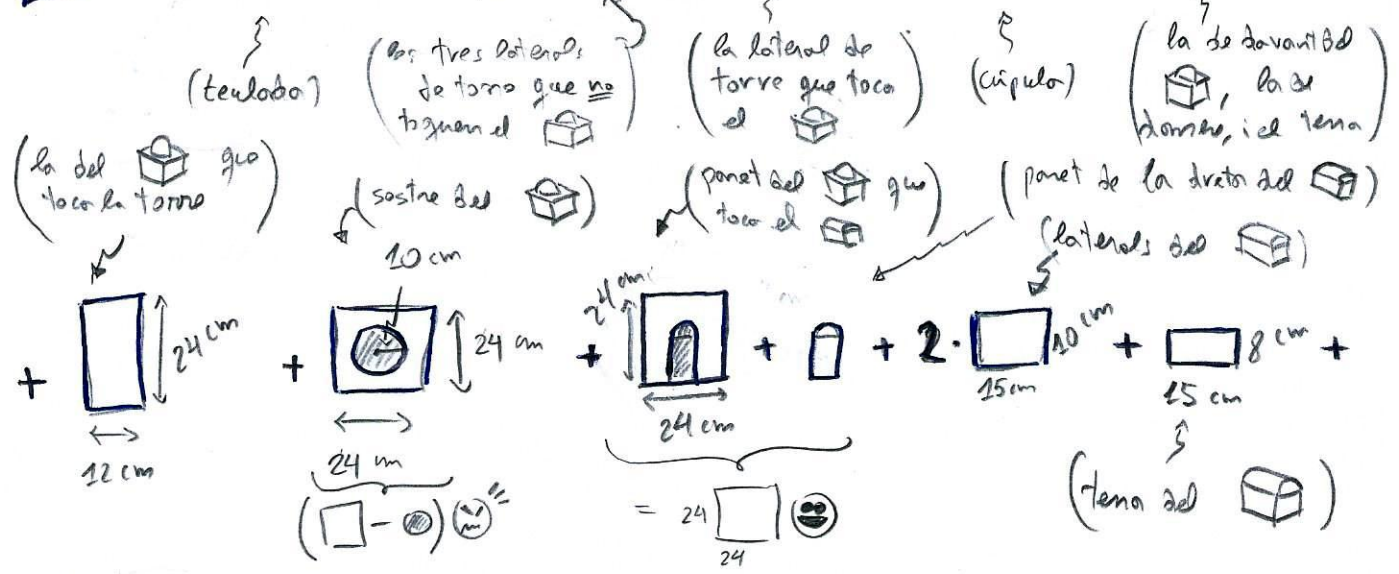
$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} + A_b \cdot h + A_b \cdot h + \frac{4}{3} \pi R^3 + A_b \cdot h + \frac{A_b \cdot h}{2}$$

(diámetro de (!))

$$= \frac{12^2 \cdot 8}{3} + 12^2 \cdot 40 + 24^3 + \frac{1338 \cdot 3,14 \cdot 10^3}{2} + 15 \cdot 8 \cdot 10 + \frac{3,14 \cdot 4^2 \cdot 15}{2} =$$

$$= 384 + 5760 + 13824 + 2092,81 + 1200 + 376,8 = 23637,61 \text{ cm}^3$$

$$A = 4 \cdot \left( \frac{12 \cdot 10}{2} \right) + 3 \cdot (12 \cdot 40) + 1 \cdot (12 \cdot 16) + \pi \cdot \left( \frac{10}{2} \right)^2 + 3 \cdot (24 \cdot 24)$$



$$+ \left( \frac{12 \cdot 24}{2} \right) + \left( 24^2 - 3,14 \cdot 10^2 \right) + 24^2 + 2 \cdot 15 \cdot 10 + 15 \cdot 8 + 3,14 \cdot 4 \cdot 15 = 240 + 1440 + 192 + 628 + 1728 + 288 + 262 + 576 + 300 + 120 + 188,4 = 5962,4 \text{ cm}^2$$