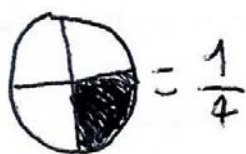


QUADERN d'ESTUDI: les FRACCIONS

Matemàtiques 2n ESO
(Institut Icària, 2016/17)



$$1 + \frac{1}{3/4} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{3}}$$

Autors: Izarbe Abadías, Sergei Agustín, Sasha Bals, Eva Barber, Bru Bernadí, Bruna Clara, Andreu Craus, Victòria Crugeira, Emma de la Calva, Maria Dunjó, Dídac García, Ana Herrera, Doaa Kamli, Jara Lardiés, Iris López, Tobías Martínez, Marc Mateos, Júlia Orciuoli, Miquel Ordinas, Luna Osés, Nicolás Park, Chico Paulics, Gabriel Picó, Aina Roman, David Ruiz, Haizea Ryder.

Coordinació: Pepe Ródenas Borja.

Continguts

- Exercicis	p.2
- Problemes	p.4
- Solucions	p.8
- Resum de teoria	p.11

EXERCICIS

Efectua i/o simplifica les següents expressions amb fraccions.

Grup 1

1.1) $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{2}$

1.2) $\frac{4}{3} : \frac{5}{2}$

1.3) $\frac{4/3}{5/2}$

1.4) $\frac{12}{3} + \frac{5}{8}$

1.5) $2 + \frac{2}{3}$

1.6) $1 : \frac{2}{3}$

1.7) $\frac{1}{2/3}$

1.8) $\frac{2}{1/4}$

1.9) $1 + \frac{1}{1+\frac{2}{3}}$

1.10) $1 + \frac{1}{1+\frac{1}{3}}$

1.11) $\frac{7 \cdot 4}{6 \cdot 2}$

1.12) $\frac{3^2 \cdot 2^3}{5 \cdot 2^2}$

1.13) $\frac{3^3 \cdot 2^2}{5^2 \cdot 2^5}$

1.14) $\frac{24}{12}$

Grup 2

2.1) $\frac{8}{5} + \frac{4}{3}$

2.2) $1 + \frac{20}{5}$

2.3) $\frac{7}{9} : \frac{4}{16}$

2.4) $\frac{2}{4}$

2.5) $\frac{24}{60}$

2.6) $\frac{8}{9} \cdot \frac{10}{11}$

2.7) $\frac{7}{4} \cdot \frac{2}{4}$

2.8) $\frac{6}{2} + \frac{1}{3}$

2.9) $\frac{1}{4/5}$

2.10) $\frac{8}{4}$

2.11) $\frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 2}$

2.12) $\frac{12}{18} : \frac{2}{4}$

2.13) $\frac{1}{3/6}$

2.14) $\frac{8}{2} \cdot \frac{14}{7}$

Grup 3

3.1) $\frac{8}{10} \cdot \frac{10}{4}$

3.2) $\frac{8}{10} : \frac{10}{4}$

3.3) $1 + \frac{2}{3}$

3.4) $1 : \frac{4}{5}$

3.5) $\frac{2}{4/8}$

3.6) $\frac{8}{3} + \frac{5}{2}$

3.7) $\frac{15}{40}$

3.8) $\frac{3^5 \cdot 8^2}{8^3 \cdot 3^5}$

3.9) $\frac{14}{21}$

3.10) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7}$

Grup 4

4.1) $\frac{4}{7} + \frac{3}{8}$

4.2) $\frac{5}{4} \cdot \frac{30}{13}$

4.3) $\frac{9}{40} \cdot \frac{8}{21}$

4.4) $\frac{4}{3} - \frac{2}{20}$

4.5) $3 + \frac{3}{4}$

4.6) $\frac{3^3 \cdot 2^3}{4^2 \cdot 5}$

4.7) $\frac{9^2 \cdot 10^2}{5^2 \cdot 3^3}$

4.8) $1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}}$

4.9) $\frac{9^2 \cdot 8^2}{2^3 \cdot 4^3}$

4.10) $1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{4}}$

4.11) $\frac{3^4 \cdot 9^2}{6^3 \cdot 2^5}$

4.12) $\frac{8}{120} - \frac{9}{90}$

4.13) $1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{5}}$

4.14) $\frac{2^2 \cdot 8}{9 \cdot 18}$

Grup 5

5.1) $\frac{8}{14} \cdot \frac{11}{2}$

5.2) $\frac{2}{5} + \frac{8}{10} + \frac{4}{20}$

5.3) $\frac{8}{\frac{1}{2} + \frac{2}{8}}$

5.4) $\frac{3}{8} - \frac{1}{9}$

5.5) $\frac{1}{1 \cdot \frac{1}{2}}$

5.6) $\frac{8}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} \cdot \frac{3}{3}$

5.7) $\sqrt{\frac{121}{144}} + \frac{11}{12}$

5.8) $\frac{81^4 \cdot 8^2}{64 \cdot 9^8}$

5.9) $\frac{10}{48} + \frac{3}{24}$

5.10) $2 + \frac{5}{2 + \frac{5}{5}}$

5.11) $\frac{10}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{10}$

5.12) $\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{6}{10} - \frac{1}{5} \right)$

5.13) $\left(\frac{4}{5} \right)^2 - \frac{80}{75}$

5.14) $\frac{10}{9} + \frac{3}{81}$

Grup 6

6.1) $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}$

6.2) $\frac{12}{3} : 5$

6.3) $\frac{8/4}{2/8}$

6.4) $\frac{25}{5} + 8$

6.5) $2 + \frac{2}{3}$

6.6) $1 : \frac{1}{7}$

6.7) $\frac{2}{2} : \frac{3}{5}$

6.8) $\frac{1}{3/2}$

6.9) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$

6.10) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3/4}}$

6.11) $\frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 7}$

6.12) $\frac{3^2 \cdot 2^3}{5^2 \cdot 7}$

6.13) $\frac{7}{2}$

6.14) $\frac{1}{5}$

PROBLEMES

Recorda que en la resolució d'un problema cal que expliquis, amb algunes frases o amb un petit esquema, com has plantejat el raonament que et condueix a la solució.

També cal que hi siguin els càlculs que has fet, i ha de quedar clara i remarcada, al final, la resposta a allò que l'enunciat et pregunta.

Grup 1

P1) A l'hora de cuinar es fan servir molts tipus de salses. Et cal fer una salsa per a acompanyar les patates, i et decideixes per l'allioli. Aquí tens la recepta per a 3 kg de patates.

- 90 ml d'oli d'oliva
- 3 grans d'all
- 2 ous

Quina és la quantitat que necessites de cada ingredient si tens 15 kg de patates?

P2) Al barri hi ha un gimnàs que té una piscina, una sala de peses i un vestidor. Si sabem que en total hi van 200 persones, de les quals $\frac{2}{5}$ són a la piscina i $\frac{1}{2}$ a la sala de peses, quanta gent hi ha als vestidors?

P3) Tenim a un cabàs taronges i llimones. Si sabem que les 415 taronges que hi ha representen $\frac{5}{9}$ del total de fruites, contesta justificadament:

- a) Quina fracció representa la quantitat de llimones?
- b) Quantes llimones hi ha?

Grup 2

P4) Estàs a *Masterchef Junior 5*, i els chefs et diuen que has de preparar una salsa de tomàquet de 150 litres. Aquí pots veure la recepta per a una salsa de 25 litres:

- 3 litres d'oli d'oliva
- 15 litres de tomàquet líquid
- 7 litres d'aigua.

Quina quantitat de cadascun dels tres ingredients has d'utilitzar per a fer la salsa de 150 litres?

P5) En una escola, $\frac{3}{6}$ parts són nens, $\frac{2}{6}$ són nenes i la resta són profes. Si en total hi ha 1020 persones, quants nens, nenes i profes hi ha?

Grup 3

P6) Aquí pots veure una recepta per a fer 230 ml d'amaniment: **[AVÍS: en aquest problema surten decimals, et farà falta calculadora!]**

- 80 ml d'oli d'oliva
- 100 ml de vinagre
- 50 ml de salsa de soja.

Quants mil·lilitres (ml) d'oli d'oliva calen per a fer 280 ml d'aquest amaniment?

[AVÍS: en aquest problema surten decimals, et farà falta calculadora!]

P7) A una cursa de cotxes, el primer ja n'ha fet 140 km, que representen $\frac{5}{7}$ del total. Quina longitud té tot l'itinerari?

Grup 4

P8) Estem fent la nostra pròpia salsa rosa amb quètxup i maionesa per a acompanyar un dinar. Aquí pots veure una recepta per a 80 ml de salsa:

- 50 ml de quètxup
- 30 ml de maionesa

Quina quantitat de quètxup ens caldrà per a fer només 16 ml de salsa?

- P9)** Un coet que va des de la Terra a la Lluna ha recorregut 168 570 km. Si sabem que això representa $\frac{2}{3}$ del recorregut total que ha de fer, quina és la longitud total d'aquest recorregut?

Grup 5

- P10)** En una construcció de 120 m^3 , $\frac{1}{6}$ és vidre, $\frac{1}{3}$ és acer i la resta és ciment.
- a) Quants m^3 hi ha de cada material?
 - b) Quants m^3 hi hauria de cada material en una construcció semblant però de 300 m^3 totals, si sabem que segueix la mateixa proporció?
- P11)** Avui hem anat d'excursió a un bosc. Volem fer una ruta de 7 km caminant. Han passat dues hores i hem recorregut $\frac{20}{35}$ del camí total. Quant de temps triguem en fer un km?
- P12)** A la "Cursa de la dona" han assistit només $\frac{3}{50}$ d'homes. Si a la cursa hi havia 3000 persones en total, quantes d'aquestes persones eren homes i quantes eren dones?

Grup 6

- P13)** Imaginem que cada 100 g d'un gas hi ha:
- 55 g de partícules d'hidrogen
 - 40 g de partícules de nitrogen
 - 5 g de partícules d'altres gasos.
- Si només volem 50 g d'aquest gas, quants grams de nitrogen hi haurà?
- P14)** L'Oriol té un cotxe que gasta 2 litres de gasolina cada 5 km. Té 22 litres al dipòsit i ha de recórrer 20 km. Quanta gasolina li queda al final del recorregut?

- P15)** En un poble de La Mancha, del qual el nom no recordo pas, hi ha 666 habitants que són homes, i representen $\frac{3}{7}$ del total de la població.
- a)** Quantes dones hi ha al poble?
 - b)** Sabent que la meitat dels adolescents del poble han anat avui a collir figues, i que el total d'adolescents són $\frac{1}{7}$ de la població, quants n'hi ha collint figues?

SOLUCIONS

► Solucions dels exercicis:

1.1) $\frac{10}{3}$	1.2) $\frac{8}{15}$	1.3) $\frac{8}{15}$	1.4) $\frac{37}{8}$	1.5) $\frac{8}{3}$	1.6) $\frac{3}{2}$
1.7) $\frac{3}{2}$	1.8) 8	1.9) $\frac{8}{5}$	1.10) $\frac{7}{4}$	1.11) $\frac{7}{3}$	1.12) $\frac{18}{5}$
1.13) $\frac{27}{200}$	1.14) 2				
2.1) $\frac{44}{15}$	2.2) 5	2.3) $\frac{28}{9}$	2.4) $\frac{1}{2}$	2.5) $\frac{2}{5}$	2.6) $\frac{80}{99}$
2.7) $\frac{7}{8}$	2.8) $\frac{10}{3}$	2.9) $\frac{5}{4}$	2.10) 2	2.11) $\frac{5}{7}$	2.12) $\frac{4}{3}$
2.13) $\frac{6}{3}$	2.14) 8				
3.1) 2	3.2) $\frac{8}{25}$	3.3) $\frac{5}{3}$	3.4) $\frac{5}{4}$	3.5) 4	3.6) $\frac{31}{6}$
3.7) $\frac{3}{8}$	3.8) $\frac{1}{8}$	3.9) $\frac{2}{3}$	3.10) $\frac{21}{10}$		
4.1) $\frac{53}{56}$	4.2) $\frac{75}{26}$	4.3) $\frac{189}{320}$	4.4) $\frac{37}{30}$	4.5) $\frac{15}{4}$	4.6) $\frac{27}{10}$
4.7) 12	4.8) $\frac{11}{7}$	4.9) $\frac{81}{8}$	4.10) $\frac{5}{3}$	4.11) $\frac{243}{256}$	4.12) $-\frac{1}{30}$
4.13) $\frac{13}{8}$	4.14) $\frac{16}{81}$				
5.1) $\frac{22}{7}$	5.2) $\frac{7}{5}$	5.3) $\frac{32}{3}$	5.4) $\frac{19}{72}$	5.5) $\frac{1}{2}$	5.6) $\frac{32}{5}$
5.7) $\frac{11}{6}$	5.8) 1	5.9) $\frac{1}{3}$	5.10) $\frac{11}{3}$	5.11) $\frac{50}{81}$	5.12) $\frac{5}{12}$
5.13) $-\frac{32}{75}$	5.14) $\frac{31}{27}$				
6.1) $\frac{9}{8}$	6.2) $\frac{4}{5}$	6.3) 8	6.4) 17	6.5) $\frac{8}{3}$	6.6) 7
6.7) $\frac{5}{3}$	6.8) $\frac{2}{3}$	6.9) $\frac{5}{3}$	6.10) $\frac{10}{7}$	6.11) $\frac{5}{7}$	6.12) $\frac{72}{175}$
6.13) $\frac{7}{2}$	6.14) $\frac{1}{5}$				

► Solucions dels problemes:

Grup 1:

P1) 450 ml d'oli; 15 alls; 10 ous.

P2) 20 persones als vestidors. (80 a la piscina, 100 a les peses)

P3) a: $\frac{4}{9}$ (doncs amb els $\frac{5}{9}$ de les taronges suma 1).

b: 332 llimones. ($415:5 = 83$ fruites són $\frac{1}{9}$, i ara es multiplica per 4).

Grup 2:


P4) 18 litres d'oli; 90 litres de tomàquet; 42 litres d'aigua.

P5) 510 nens; 340 nenes; 170 profes.

($1020:6 = 170$ persones són $\frac{1}{6}$ del total, i ara es multiplica per 3 per a saber quantes d'aquestes persones són nens, i per 2 per a saber quantes són nenes; el nombre de profes és el que queda).

Grup 3:

P6) En calen 97,37 ml d'oli d'oliva. Una possible resolució:

 en proporcions, gràcies $\frac{\text{part}}{\text{total}}$ es manté:
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

fraccions: $\frac{\text{part}}{\text{total}} = \frac{80}{230} = \frac{x}{280}$

$230 \cdot x$
 $8 \cdot 280$

$$\rightarrow 230 \cdot x = 80 \cdot 280.$$

$$\rightarrow \boxed{x = \frac{80 \cdot 280}{230} = \frac{22400}{230} = 97,39 \text{ ml}}$$

P7) 196 km. ($140:5 = 28$ km són $\frac{1}{7}$, i ara es multiplica per 7)

Grup 4:

P8) 10 ml de quètxup. (Les fraccions part/total han de ser equivalents per a mantenir la proporció, veure el problema **P6**)

P9) 252 855 km. Una possible resolució:

$$1) \text{ si } \frac{2}{3} \text{ són } 168.570 \text{ km} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ són } 168.570 : 2 = 84.285 \text{ km}$$

$$2) 84.285 \cdot 3 = 252.855 \text{ km totals}$$

3) la longitud del recorregut és de 252.855 km.

Grup 5:

P10) a: 20 m³ de vidre, 40 m³ d'acer i 60 m³ de ciment.

b: 50 m³ de vidre, 100 m³ d'acer i 150 m³ de ciment.

(les fraccions part/total han de ser equivalents per a mantenir la proporció, veure el problema **P6**).

P11) Triguem mitja hora (30 minuts) en fer 1 km. (Hem fet 4 km en 2 hores)

P12) Hi ha 180 homes i 2820 dones.

Grup 6:

P13) 20 g de nitrogen.

P14) 14 litres.

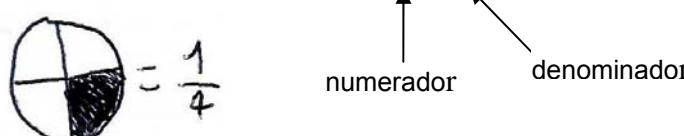
P15) a: 888 dones. ($666 : 3 = 222$ persones són $\frac{1}{7} \Rightarrow$ multipliquem per 4)..

b: 111 adolescents collint figues. ($222 : 2 = 111$).

RESUM DE TEORIA**T2 “LES FRACCIONS”**

1.

Fracció: és una expressió $\frac{a}{b}$, on a i b són nombres enters.



2.

Dues fraccions $\left(\frac{a}{b} \text{ i } \frac{c}{d}\right)$ són equivalents $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ si: $a \cdot d = b \cdot c$

A partir d'una fracció n'obtenim fraccions equivalents mitjançant:

{ amplificació: es multiplica el numerador i el denominador per un mateix nombre.
 { simplificació: es divideix el numerador i el denominador per un divisor comú.

3.

La fracció irreductible d'una fracció és una altra fracció equivalent en la qual el numerador i el denominador no tenen divisors comuns.

S'obtenen dividint numerador i denominador entre el m.c.d. de tots dos.

4.

Reduir dues fraccions a comú denominador:

- 1.- Es calcula el m.c.m. dels dos denominadors. Això serà el denominador comú de les fraccions que busquem.
- 2.- Dividim el m.c.m. entre el denominador de la primera fracció. El resultat el multiplicarem pel numerador i el denominador. Fem el mateix amb la segona fracció.

Exemple: $\frac{3}{4} \text{ i } \frac{2}{3} \Rightarrow \text{m.c.m.}(3,4) = 12$, dividim $12:4 = 3$ i fem $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

l'altra, dividim $12:4 = 3$ i fem $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} \Rightarrow \boxed{\frac{9}{12} \text{ i } \frac{8}{12}}$ ■

5.

Per a sumar o restar fraccions amb el mateix denominador, sumem o restem només els numeradors. Exemple: $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{14}{6} = \frac{19}{6}$

Per a sumar o restar fraccions amb denominadors diferents, reduïm a comú denominador les fraccions i després les sumem o restem.

Exemple: $\frac{4}{8} + \frac{9}{4} = \frac{4}{8} + \frac{18}{8} = \frac{22}{8}$

6.

Multiplicació i divisió de fraccions:

Per a multiplicar dues fraccions, multipliquem "en línea": $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Per a dividir dues fraccions, multipliquem "en creu": $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

7.

Potència i arrel d'una fracció:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

8.

Operacions combinades:

1r) Parèntesis i claudàtors; **2n)** arrels i potències;

3r) multiplicació i divisió; **4t)** sumes i restes.

• **Convertir nombre en fracció:** $4 = \frac{4}{1}$ $7 = \frac{7}{1}$ $1 = \frac{1}{1}$ etc.

• **Fracció oposada:** $\frac{a}{b} \rightarrow -\frac{a}{b}$, doncs sumades donen zero.

• **Comparar i ordenar fraccions:**

- Amb mateix denominador, són més grans amb numeradors més grans.
- Amb mateix numerador, són més grans amb denominadors més petits;
- En altres casos, cal reduir a comú denominador.