

ESCOL·LA PIA SABADELL	Data: 4 de marc de 2014
Matemàtiques Científico-Tecnològiques	Integrals Indefinides
Simulacre d'examen	Curs: 2n Bat.

A. Instruccions:

- Resol les nou integrals indefinides de l'apartat següent; fes-ho en un **full apart**. Fica a la seva capçalera el nom, cognoms, curs i grup.
- Tot i que **aquest exercici no puntua**, hauràs de lliurar aquest full al professor final de la classe d'avui (necessito una presa de contacte amb la vostra forma de treballar per a afinar els criteris de correcció de l'examen de demà).
- Per a que puguis emprar aquest material de cara a la prova de demà, pots emportar-te aquest full a casa. Si ho creus convenient, pots escriure al costat de cada integral algun apunt o **indicació** sobre com l'has resolta.
- A casa pots, també, **consultar la resolució** detallada de les nou integrals, que he penjat al meu web personal (cerca-ho a la secció "Escola Pia"):

<http://manifoldo.weebly.com>

B. Enunciats:

(Nota: les lletres a , b , c , A , k representen constants)

1. $\int 5 \sin 2x \, dx$
2. $\int Ae^{kx} \, dx$
3. $\int x\sqrt{x^2 + 1} \, dx$
4. $\int xe^x \, dx$
5. $\int (ax^2 + bx + c) \, dx$
6. $\int \cos^2 x \, dx$
7. $\int \ln x \, dx$
8. $\int 9 \operatorname{tg} x \, dx$
9. $\int \frac{3}{1+t^2} \, dt$

C. Directrius generals per a enfrontar-se a exàmens de Matemàtiques

- 1) La primera cosa que cal fer davant d'un examen és llegir-lo sencer i preguntar els dubtes a la professora o el professor.
- 2) Tot seguit, comencem per les preguntes que sabem fer (en comptes de fer-les en l'ordre en què estan ficades).
- 3) Si ens encallem amb una pregunta, i portem ja uns minuts pegant-li voltes sense avançar-hi, deixem un espai en blanc al paper i anem a per una altra.
- 4) Quan ja només quedin sense contestar les que no sabem fer o les que hem deixat a mitges, tornem a intentar-les, donant prioritat a les que puntuïn més, o a les que intuïm que estem més a punt de solucionar.
- 5) Al final, convé fer un esforç i intentar les que creiem que no sabem. De vegades, fent un examen ens sorprenem a nosaltres mateixos.
- 6) Una regla d'or: abans d'entregar, repassa!

► SOLUCIONS de las 9 integrals del "simulacre d'examen" [4-III-14]:

1.- $\int 5 \sin 2x \, dx = \frac{5}{5} \cdot \frac{2}{2} \cdot \int 5 \sin 2x \, dx = \frac{5}{2} \int \frac{2}{5} \sin 2x \, dx = -\frac{5}{2} \cos 2x + k$
 (= $-\cos 2x + ctt$)
 ($k \neq 0$. Si $k=0$, a int. dona $Ax + C$)

2.- $\int A e^{kx} \, dx = \frac{1}{k} A \int e^{kx} \, dx = \frac{A}{k} \int \frac{k}{1} e^{kx} \, dx = \frac{A}{k} e^{kx} + k //$

3.- $\int x \sqrt{x^2 + 1} \, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} \int (2x) \cdot \frac{3}{2} (x^2 + 1)^{1/2} \, dx = \frac{1}{3} (x^2 + 1)^{3/2} + k //$

4.- $\int x e^x \, dx = \left\| \begin{array}{l} u=x \rightarrow u'=1 \\ v'=e^x \rightarrow v=e^x \end{array} \right\| = x e^x - \int e^x \, dx = x e^x - e^x + k =$
 $= e^x (x-1) + k //$
 (recorrem fórmula int. "per parts":
 $\int u v' \, dx = uv - \int v u' \, dx$ (*)
 (o també: $\int u v' \, dx = uv - \int v u' \, dx$)

5.- $\int (ax^2 + bx + c) \, dx = \frac{a}{3} x^3 + \frac{b}{2} x^2 + cx + k //$ ($1 = \sin^2 x + \cos^2 x$)

6.- $\int \cos^2 x \, dx = \left\| \begin{array}{l} u = \cos x \rightarrow u' = -\sin x \\ v' = \cos x \rightarrow v = \sin x \end{array} \right\| = \cos x \cdot \sin x + \int \sin^2 x \, dx =$
 $= \cos x \cdot \sin x + \int (1 - \cos^2 x) \, dx = \cos x \cdot \sin x + \int dx - \int \cos^2 x \, dx$
 (Aillem I)
 $\Leftrightarrow 2I = \cos x \cdot \sin x + \int dx \Rightarrow I = \int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2} (\cos x \cdot \sin x + x) + k //$

7.- $\int \ln x \, dx = \left\| \begin{array}{l} u = \ln x \rightarrow u' = \frac{1}{x} \\ v' = 1 \rightarrow v = x \end{array} \right\| = x \ln x - \int x \frac{1}{x} \, dx = x \ln x - x + k =$
 $= x \cdot (\ln x - 1) + k //$

8.- $\int 9 \operatorname{tg} x \, dx = 9 \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx = -9 \int \frac{(\cos x)'}{\cos x} \, dx = -9 \ln |\cos x| + k //$

9.- $\int \frac{3}{1+t^2} \, dt = 3 \int \frac{1}{1+t^2} \, dt = 3 \operatorname{arctg}(t) + k //$
 (ona la t és la variable respecte de la qual integrem; podríem dir que "t juga el paper de la x", aquí.)
 nota: $\operatorname{arctg}(A) = \operatorname{tg}^{-1}(A)$