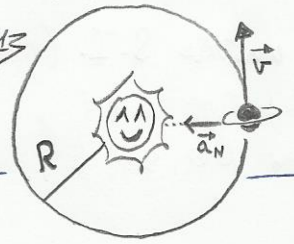
SAGRAT COR - SARRIÀ

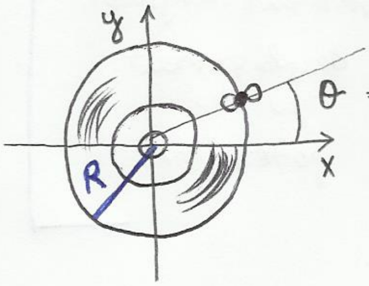


FÍSICA - 1 : "MOVIMENT CIRCULAR"

RESUM del VIST a CLASSE

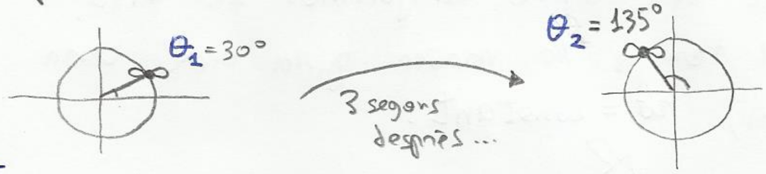
1. Posició i DESPLAÇAMENT ANGULARS.

- Imaginem el problema de la mosca que es fica a la vora del vinil:

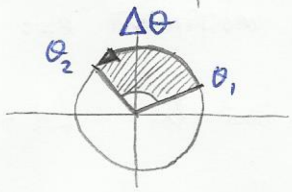


... si fiquem els nostres eixos x i y en el centre del vinil, només sabent el seu radi R i un angle θ respecte l'eix x ja coneixem perfectament la posició de la mosca.

- Si engeguem el tocadiscos, la mosca es desplaçarà seguint una circumferència de radi R:



La quantitat $\boxed{\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1} = 135° - 30° = 105°$ rep el nom de "desplaçament angular", i ens informa del ventall que ha escombrat la mosca en el seu moviment circular:



- La unitat S.I. dels angles és el radiant. Passem de graus a radiants amb un senzill factor de conversió:

$$\boxed{\theta(\text{rad}) = \frac{2\pi \text{ rad}}{360°}\,\theta(°)}.$$

(En el nostre exemple de la mosca: $\Delta\theta = \frac{2\pi \text{ rad}}{360°} \cdot 105° = 1{,}83 \text{ rad}$).

2. VELOCITAT ANGULAR i EQUACIÓ del M.C.U.

- Per a expressar com de ràpid gira un vinil, solem dir quantes voltes (o "revolucions") fa en un minut; per exemple: 40 $\underbrace{\text{rpm}}_{\text{revolucions per minut}}$.

• Les "rpm", però, convé expressar-les en unitats S.I. (radiants per segon); com que $\left.\begin{array}{l} \text{1 volta (o "revolució")} \rightarrow 2\pi \text{ rad} \\ \text{1 min} \rightarrow 60 \text{ s} \end{array}\right\}$,

tenim el següent factor de conversió:

40 rpm $\longrightarrow$ $\boxed{\omega = 40 \dfrac{\cancel{\text{voltes}}}{\cancel{\text{min}}} \dfrac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} \dfrac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{volta}}} = 4{,}19 \text{ rad/s}}$

Aquesta quantitat rep el nom de "velocitat angular", i ens informa de com de ràpid té lloc un desplaçament angular. La seva unitat S.I. és el rad/s, i per a un desplaçament angular qualsevol $\theta_1 \longrightarrow \theta_2$, $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$, que té lloc entre els instants $t_1 \longrightarrow t_2$, $\Delta t = t_2 - t_1$, podem definir:

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

• En l'exemple del vinil amb el tocadiscos engegat, el moviment circular té lloc de manera uniforme. Per això podem afirmar que tot el temps la mosca gira amb una velocitat angular constant, ω = constant.

En general, definim com "moviment circular uniforme", o MCU, aquell que té lloc amb ω = constant, i la seva equació de moviment és: $\boxed{\theta = \theta_0 + \omega \Delta t} \Longleftrightarrow \Delta\theta = \omega \Delta t$

sent-hi: $\Delta t = t - t_0$ instant "inicial", on la posició angular és θ_0.

• El temps $T = \Delta t$ igual al que triga en completar-se una volta sencera d'un MCU rep el nom de "període". Com que "1 volta" és $\Delta\theta = 2\pi$ rad, llavors l'equació del MCU ens diu que

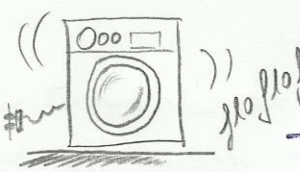
$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

(unitat S.I.: s)

$\longrightarrow$ per exemple, el període del moviment de la Terra al voltant del Sol és, evidentment, un any: 365 dies. En segons, $T = 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 3{,}15 \cdot 10^7$ s

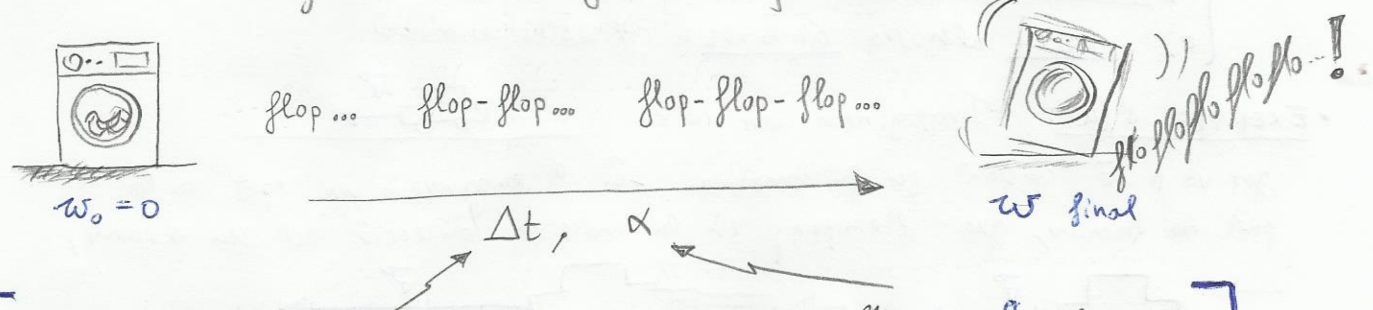
... per tant, la seva velocitat angular serà:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3{,}15 \cdot 10^7} = 1{,}99 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$



3. Acceleració angular i el M.C.U.A.

· Tothom ha sentit moltes vegades una rentadora que comença a centrifugar. Primer està en repòs, $\omega_0 = 0$, i de seguida comença a girar, poquet a poquet, fins assolir una velocitat angular cada vegada major:



[En aquest interval de temps ha tingut lloc una "acceleració angular", α, que descriu un canvi en la velocitat angular $\omega_0 \longrightarrow \omega$, $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, que té lloc entre els instants $t_0 \longrightarrow t$, $\Delta t = t - t_0$, i queda definida segons:

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

La seva unitat S.I. és el rad/s^2.]

· Tot i que poden existir moviments circulars on l'acceleració angular no sigui constant —imaginem, per exemple, que un Dj fa "scratch" amb el nostre vinil

—, nosaltres només tractarem en aquest curs casos on suposarem que l'acceleració angular és constant:

[Definim "moviment circular uniformement accelerat", o **MCUA**, com aquell que té lloc amb α = constant; les seves equacions són:

$$\boxed{\begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha\Delta t \end{cases}}$$]

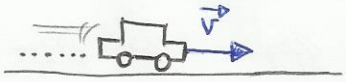
4. LES COMPONENTS de l'ACCELERACIÓ.

• En un moviment totalment general (no necessàriament circular o rectilini), sabem que l'acceleració és un vector que descriu el canvi en la velocitat:

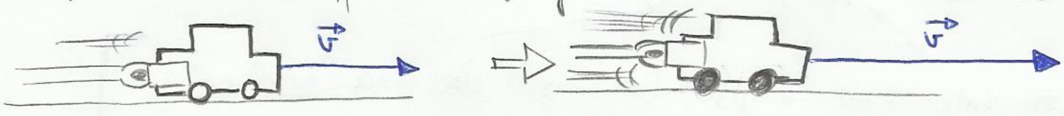
$$\boxed{\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}} = \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t-t_0}.$$

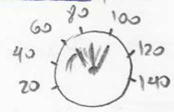
La velocitat, però, és un altre vector, i per tant té un mòdul $|\vec{v}|$ i una direcció. El canvi en la velocitat pot ser, doncs, dels següents tipus:

a) canvia el mòdul, però no la direcció;
b) canvia la direcció, però no el mòdul;
c) canvien alhora ambdós: direcció i mòdul.

• **EXEMPLE d'(a):** Imaginem un cotxe 

que va a $\vec{v}$ constant per la carretera. Si li enganxem un coet a la part de darrere, que l'empeny en la mateixa direcció del seu avanç,

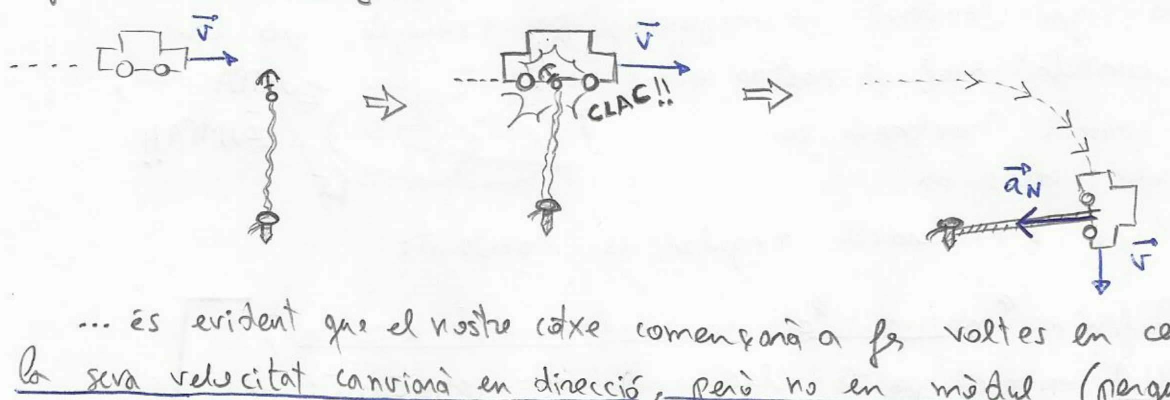


llavors cada vegada anirà més ràpid: $|\vec{v}|$ creixerà, el vector $\vec{v}$ s'allargarà (el velocímetre del cotxe indicarà més km/h: 

), però no canviarà la seva direcció.

Direm, doncs, que té lloc una "acceleració tangencial" → $\vec{a}_T$

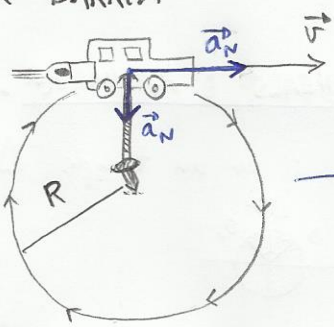
• **EXEMPLE de (b):** Imaginem ara el mateix cotxe, sense el coet i avant a $\vec{v}$ constant de bell nou, i en un cert moment l'enganxem amb una àncora lligada amb una corda que està, per l'altre costat, lligada a un clau fortament clavat al terra:



... és evident que el nostre cotxe començarà a fer voltes en cercle: la seva velocitat canviarà en direcció, però no en mòdul (perquè el velocímetre del cotxe indicarà tot el temps els mateixos km/h).

Direm, doncs, que té lloc una "acceleració normal", $\vec{a}_N$, que sempre és perpendicular a la $\vec{v}$ (pensem que la cordeta estira del cotxe sempre perpendicularment a la $\vec{v}$).

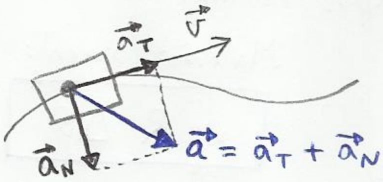
SAGRAT COR - SARRIÀ
[illegible]'13



Física - 1 : "Moviment circular" 3/3

RESUM del VIST a CLASSE

- <u>CAS GENERAL (c)</u>: en el cas més general de moviment, l'acceleració $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ sempre es pot descompondre en dues components vectorials, una de tangencial i una de normal, $\boxed{\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N}$, de



manera que →

$\vec{a}_T$: és <u>paral·lela a $\vec{v}$</u>, <u>canvia el seu mòdul</u> però no la seva direcció [tipus "<u>coet</u>"].

$\vec{a}_N$: és <u>perpendicular a $\vec{v}$</u>, <u>canvia la seva direcció</u> però no el seu mòdul [tipus "<u>corda i clau</u>"].

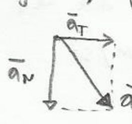
- <u>CÀLCUL de les a_N i a_T en MOVIMENTS CIRCULARS</u>:

Podem imaginar el cas d'un <u>cotxe amb coet i, alhora, corda i clau</u>: això seria un MCUA (veure l'esquema al principi d'aquesta pàgina).
Les components de l'acceleració es calculen així:

$\boxed{a_T = R \cdot \alpha}$ (<u>unitat S.I.</u>: <u>m/s²</u>) ; $\vec{a}_T$ és un vector en la direcció de la $\vec{v}$ (el "coet" que accelera seguint la direcció "del nas del conductor"). <u>Si fos</u> MCU, tindríem $\alpha = 0$ ⇒ $\boxed{a_T = 0}$ ("no hi ha coet").

$\boxed{a_N = \frac{v^2}{R} = w^2 R}$ (<u>unitat S.I.</u>: <u>m/s²</u>) ; $\vec{a}_N$ és un vector dirigit cap al centre de la circumferència (seguint "la corda"). En un moviment circular <u>sempre hi ha</u> $\boxed{a_N \neq 0}$!! (Doncs sempre varia la direcció de $\vec{v}$ — sempre cal una "corda" —, encara que signi MCU i $\alpha = 0$ —).

- Si ens demanen <u>calcular l'acceleració total</u>, farem servir que $\boxed{a^2 = a_T^2 + a_N^2}$. ← (Això és pel teorema de Pitàgores, perquè $\vec{a}_N$ i $\vec{a}_T$ són perpendiculars:

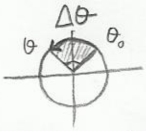


)

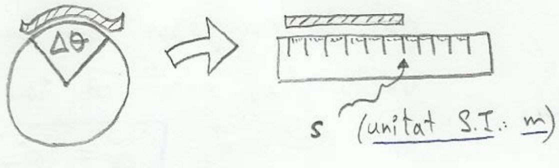
- Com que les direccions de les $\vec{a}, \vec{a}_N, \vec{a}_T$ i $\vec{v}$ van canviant a cada moment en els moviments circulars, <u>només ens demanaran</u> <u>trobar els seus mòduls</u>: a, a_N, a_T, v.

5. Espai recorregut i voltes fetes. Relacions entre magnituds lineals i angulars.

- Sigui un objecte que fa un moviment circular, i en un temps Δt es desplaça una quantitat angular $\Delta\theta$:



- Designarem amb la lletra **s** (de "space") a "l'espai recorregut" (o "longitud de l'arc descrit") en aquest moviment, el qual pot ésser definit ficant una cordeta al llarg de la trajectòria seguida i després estirant-la sobre un regle:



Matemàticament:

$$\boxed{s = R\cdot\Delta\theta}$$

⚠ COMPTE!! : aquesta fórmula només és vàlida per a $\Delta\theta$ en rad ⚠

- També podríem voler saber quantes voltes senceres s'han completat en $\Delta\theta$ (pensem, per exemple, en el cas de la rentadora centrifugant). Com que 1 volta són 2π rad, llavors:

$$\boxed{n^{\underline{o}}\ \text{voltes} = \Delta\theta\ (\cancel{\text{rad}})\ \frac{1\ \text{volta}}{2\pi\ \cancel{\text{rad}}} = \frac{\Delta\theta}{2\pi}}$$

- **RECEPTA** per passar de magnituds angulars a magnit. lineals

magnituds ang. [lletres gregues]		magnituds lin. [lletres llatines]
$\Delta\theta$	$\boxed{\cdot R}$ →	$s = R\cdot\Delta\theta$
ω		$v = R\cdot\omega$
α		$a_T = R\cdot\alpha$

⚠ EXCEPCIÓ!: $a_N = \omega^2\cdot R$ ⚠

6. Recull d'algunes FÓRMULES importants.

ANALOGIA: $\begin{cases} \text{MCU} \to \text{MRU} \\ \text{MCUA} \to \text{MRUA} \end{cases}$

NOTES: → veure les transformacions d'unitats en punts anteriors.
→ veure les relacions magnituds ang. ↔ magnit. lin. en punt 5.

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}\ \text{rad/s}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}\ \text{rad/s}^2$$

$$\boxed{a_T = R\cdot\alpha}$$

$$\boxed{a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2\cdot R}$$

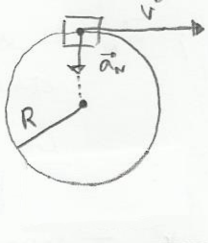
$$\boxed{a^2 = a_T^2 + a_N^2}$$

Unitat S.I. d'a, a_T i a_N: m/s^2

⊛ **MCU**:

$\begin{cases} \omega = \text{constant} \\ \alpha = 0 \\ a_T = 0 \end{cases}$

període: $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$



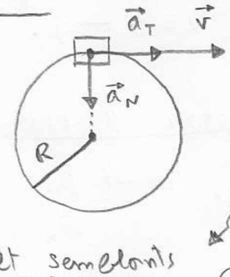
Equació de moviment:

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega\,\Delta t}$$

(!) és molt semblant a la del MRU: $x = x_0 + v\,\Delta t$

⊛ **MCUA**:

$\begin{cases} \omega \neq \text{constant} \\ \alpha \neq 0 \\ a_T \neq 0 \end{cases}$



Equacions de moviment:

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2}$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha\,\Delta t}$$

(!) són molt semblants a les del MRUA: $\begin{cases} x = x_0 + v_0\,\Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \\ v = v_0 + a\,\Delta t \end{cases}$