



COL·LEGI SAGRAT COR - SARRIÀ	Data: 25 d'octubre de 2013	Puntuació:
Física 2	Alumne: <i>ADRIÀS</i>	
Activitat: Els planetes del Sistema Solar	Curs:	

Plantejament de l'activitat: Les òrbites dels planetes al voltant del Sol són aproximadament circulars. Les observacions astronòmiques ens permeten conèixer el "període orbital" de cada planeta, és a dir: el temps T que li costa fer una volta sencera al Sol.

Per una altra banda, Isaac Newton va descobrir que el mòdul de la força que el Sol exerceix sobre cada planeta és proporcional a la massa del Sol, M , a la del planeta, m , i a la inversa del quadrat de la distància R que separa al planeta del Sol. És a dir:

$$F_g = G \frac{Mm}{R^2}$$

Aquesta equació es coneix com a Llei de la Gravitació Universal, i la G és una constata que té el següent valor:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

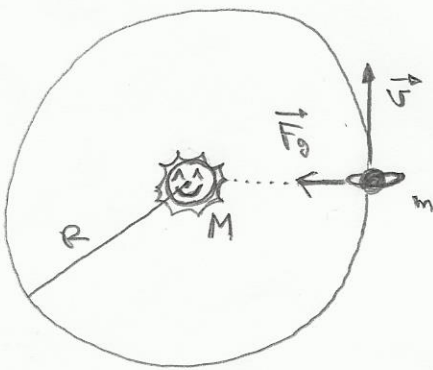
Objectiu: A partir de la Llei de la Gravitació Universal i dels teus coneixements de Dinàmica del MCU, és possible trobar una equació que relacioni la distància al Sol R de cada planeta amb el valor del seu període T .

- a) Tracta de trobar aquesta equació.
- b) Fes-la servir per a completar la taula de la pàgina següent, calculant la distància al Sol de cada planeta a partir dels valors dels períodes:

Dades: necessitaràs saber la massa del Sol, $M = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

NOTA: si fas bé l'apartat (a), veuràs que les masses m dels planetes no són necessàries per a resoldre el problema.

a



Ⓘ Com que és un MCU, hi haurà una \vec{F}_c que produeix una \vec{a}_n :

$$\vec{F}_c = m \vec{a}_n \Rightarrow \boxed{F_c = m \cdot \omega^2 R} \quad (1)$$

(2a llei de Newton) (en radial; $a_n = \omega^2 R$)

Ⓙ Aquesta força centrífuga, però, sabem que és la gravitacional \vec{F}_g . Per tant:

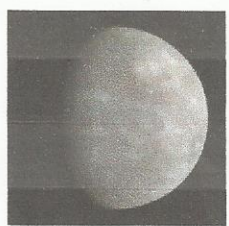
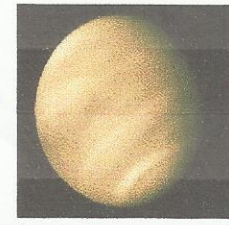



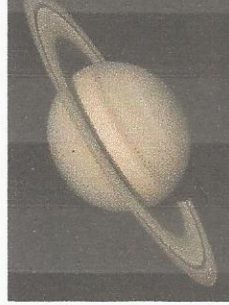
$$F_c = F_g \Rightarrow \boxed{G \frac{Mm}{R^2} = m \cdot \omega^2 R} \quad (2)$$

(Combinem [1] amb la llei de la Gravitació Universal)

Ⓚ L'eq. [2] ens permet calcular la R a partir de la ω . Nosaltres, però, tenim T . Però $\omega = \frac{2\pi}{T}$, i per tant:

$$[2] \Rightarrow \frac{GM}{R^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \Rightarrow \boxed{R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}} \quad (3) \quad \blacksquare$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{4 \cdot \pi^2}} \cdot \sqrt[3]{T^2} = (1,5 \cdot 10^6) \cdot \sqrt[3]{T^2}$$

Planeta	Període T (anys)	Distància R al Sol
Mercuri ♀	0,24 passem a segons: $T = 0,24 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 7,57 \cdot 10^6 \text{ s}$	$R = (1,5 \cdot 10^6) \cdot \sqrt[3]{(7,57 \cdot 10^6)^2} = 5,78 \cdot 10^{10} \text{ m} = 0,39 \text{ UA}$ 
Venus ♀	0,615 $T = 1,94 \cdot 10^7 \text{ s}$	$R = 1,08 \cdot 10^{11} \text{ m} = 0,72 \text{ UA}$ 
Terra ⊕	1,00 $T = 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$	$R = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ↑ NOTA: aquesta distància rep. el nom de "Unitat Astronòmica" (UA). 
Mart ♂	1,88 $T = 5,93 \cdot 10^7 \text{ s}$	$R = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ m} = 1,52 \text{ UA}$ 
Júpiter ♃	11,86 $T = 3,74 \cdot 10^8 \text{ s}$	$R = 7,79 \cdot 10^{11} \text{ m} = 5,19 \text{ UA}$ 
Saturn ♄	29,46 $T = 9,29 \cdot 10^8 \text{ s}$	$R = 1,43 \cdot 10^{12} \text{ m} = 9,53 \text{ UA}$ 

COMENTARIS: i) Per "cultura general" ja sabem que els planetes de la primera taula estan ordenats de més proper a 2 més llunyà al Sol. És útil comprovar que això queda reflectit a les R trobades (per a detectar possibles errors). ii) Si passem a UA, veiem que Saturn està 9 vegades i mitja més lluny del Sol que la T.



COL·LEGI SAGRAT COR - SARRIÀ	Data: 25 d'octubre de 2013
Física 2	Alumne:
Activitat: Els planetes del Sistema Solar	Curs:

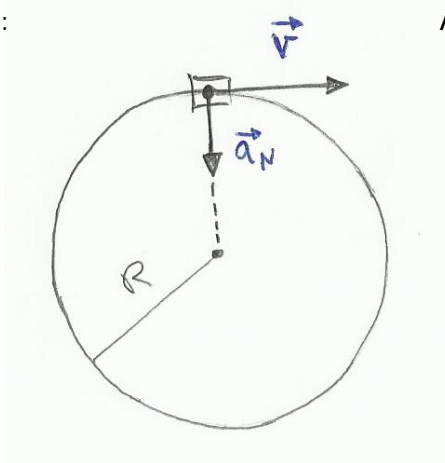
► Recordatori Cinemàtica del MCU:

Característiques del MCU:

$$\begin{aligned}\omega &= \text{constant} \\ \alpha &= 0 \\ a_T &= 0\end{aligned}$$

Equació de moviment:

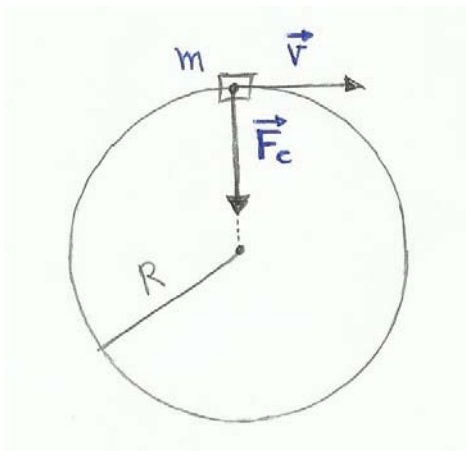
$$\theta = \theta_0 + \omega \Delta t$$



Algunes relacions importants:

$$\begin{aligned}s &= R \cdot \Delta\theta \\ v &= R \cdot \omega \\ a_N &= \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R \\ T &= \frac{2\pi}{\omega}\end{aligned}$$

► Recordatori Dinàmica del MCU:



La \vec{F}_{TOT} és la "força centrípeta", i la segona llei de Newton pren, llavors, la forma següent:

$$\vec{F}_C = m \cdot \vec{a}_N$$

En mòdul, la darrera equació queda com

$$F_C = m \cdot a_N$$