

- **INSTRUCCIONES:** Rellena las casillas que faltan de la tabla de la página siguiente (puedes encontrar las soluciones en la última página). Para ello, supón que se corresponden con los datos de los siguientes enunciados:

A. Órbitas Circulares

Problemas A1, A2 y A3: Sea un cuerpo de masa m que describe, por acción de la gravedad, órbitas circulares de radio R , periodo T y velocidad angular ω alrededor de otro cuerpo de masa M . Sabiendo que la constante de la Gravitación Universal vale

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

encuentra:

- A1.** T y ω (sabemos R)
A2. R y ω (sabemos T)
A3. R y T (sabemos ω)

Además, calcula para todos los casos la velocidad v , las energías total, potencial y cinética de la masa m , la fuerza gravitatoria F y la aceleración a a las que está sometida, y la intensidad del campo gravitatorio g en los puntos de la órbita.

Problema A4: Es como A1, pero ahora consideramos que se trata de dos órbitas del mismo satélite para R distintos, y se pide también la energía que hay que suministrar al satélite para pasar de la órbita 1 a la 2. (Respuesta a esto último: $E(2) - E(1) = 2,82 \cdot 10^9 \text{ J}$)

Problema A5: Es como A4, pero ahora sabiendo los periodos de cada órbita. Calcula también la energía que hay que suministrar al satélite para pasar de la órbita 1 a la 2. (Respuesta a esto último: $E(2) - E(1) = 1,94 \cdot 10^9 \text{ J}$)

Problema A6: Es como A4, pero ahora sabiendo la velocidad de la primera órbita (ver tabla), y que al pasar a la segunda órbita el satélite pierde la energía siguiente: $E(2) - E(1) = -1,33 \cdot 10^{10} \text{ J}$.

B. Órbitas Elípticas

Problemas B1 y B2: Sea un cuerpo de masa m que describe, por acción de la gravedad, una órbita elíptica alrededor de otro cuerpo de masa M . Sabiendo que la constante de la Gravitación Universal vale

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

y conocidas la distancia d_1 al cuerpo M y la velocidad v_1 en el punto 1 de la órbita, encuentra (aplicando la conservación de la energía) la velocidad v_2 correspondiente a otro punto 2 de la órbita cuya distancia a M es d_2 . Calcula, también, las energías total, potencial y cinética en ambos puntos de la elipse.

Problemas B3 y B4: Similares a B1 y B2, pero ahora sabemos las velocidades en el punto 2 de la elipse y tenemos que encontrar las distancias a M (además de las tres energías en ambos puntos).

Problema B5: Similar a B1 y B2, pero ahora sabemos las energías potencial y cinética en el punto 1 de la elipse, y la energía cinética en el punto 2.

Problema B6: Similar a B5, pero ahora sabemos las energías potencial y cinética en el punto 1 de la elipse, y la energía potencial en el punto 2.

► **ORIENTACIONES:**

1.- Conviene que hagas, en una hoja aparte, un resumen de las fórmulas más importantes que hemos visto hasta ahora en el tema de gravitación (principalmente: la de la Ley de la Gravitación Universal —o fuerza gravitatoria entre dos masas M y m a distancia d —, la del campo a distancia d de una masa M , la 2ª ley de Newton, las energías potencial y total gravitatorias, las relaciones entre T , ω , v y R en el movimiento circular uniforme y las fórmulas de velocidad, energía y periodo orbitales en órbitas circulares a partir del radio R). Consulta este resumen mientras intentas hacer los problemas.

2.- Si te cuesta usar letras en vez de números en los razonamientos con ecuaciones, puedes seguir el siguiente plan: primero, resolver cada problema substituyendo los valores numéricos de los datos tan pronto te sea posible y manipular las ecuaciones así; después, repetir el razonamiento sin substituir los números hasta el final (es decir, usando las letras todo el tiempo que puedas). Conviene que te acostumbres a trabajar algebraicamente (“con letras”) la mayor parte del tiempo, y sólo substituyas los valores numéricos justo antes de hacer el cálculo con la calculadora. A la larga, comprobarás que es mucho más rápido hacerlo así, y uno se equivoca menos.

3.- Los números de las tablas siguientes están escritos usando la notación científica de la informática: la letra E se interpreta como “por diez elevado al número que sigue”; por ejemplo:

$$4,35\text{E}+05 = 4,35 \cdot 10^5$$

$$2,01\text{E}-02 = 2,01 \cdot 10^{-2}$$

$$3,14\text{E}+12 = 3,14 \cdot 10^{12}$$

«12 problemas y soluciones de órbitas circulares y elípticas en GRAVITACIÓN»

► TABLAS de DATOS

A. Órbitas Circulares:

Probl.	M (kg)	m (kg)	R (m)	periodo T (s)	vel. ang. ω (rad/s)	veloc. v (m/s)	Energía E (J)	Energ. pot. E_p (J)	Energ. cin. E_c (J)	Fuerza F (N)	acel. a (m/s ²)	campo grav. g (m/s ²)
A1.	1,99E+30	5,97E+24	1,50E+11									
A2.	2,34E+28	7,78E+23		7,45E+10								
A3.	5,97E+24	7,35E+22			2,65E-06							
A4.1	5,97E+24	1,30E+03	4,22E+07									
A4.2	5,97E+24	1,30E+03	7,80E+07									
A5.1	5,97E+24	1,20E+03		1,25E+05								
A5.2	5,97E+24	1,20E+03		2,96E+05								
A6.1	5,97E+24	7,50E+02				6,69E+02						
A6.2	5,97E+24	7,50E+02										

B. Órbitas Elípticas:

Probl.	M (kg)	m (kg)	$d1$ (m)	$v1$ (m/s)	E_{p1} (J)	E_{c1} (J)	$E1$ (J)	$d2$ (m)	$v2$ (m/s)	E_{p2} (J)	E_{c2} (J)	$E2$ (J)
B1.	2,34E+30	7,89E+26	9,35E+11	1,72E+04				2,67E+11				
B2.	5,89E+32	4,61E+25	3,91E+09	3,95E+06				1,50E+10				
B3.	3,00E+29	1,30E+03	6,10E+13	4,53E+02					9,28E+02			
B4.	4,00E+28	3,05E+04	7,00E+10	7,37E+03					8,16E+03			
B5.	9,61E+31	7,35E+22			-2,22E+32	1,75E+32					7,67E+31	
B6.	1,50E+30	5,90E+20			-6,49E+28	2,13E+28				-6,49E+29		

«12 problemas y soluciones de órbitas circulares y elípticas en GRAVITACIÓN»

► TABLAS de RESPUESTAS

A. Órbitas Circulares:				periodo	vel. ang.	veloc.	Energía	Energ. pot.	Energ. cin.	Fuerza	acel.	campo grav.
Probl.	M (kg)	m (kg)	R (m)	T (s)	ω (rad/s)	v (m/s)	E (J)	E_p (J)	E_c (J)	F (N)	a (m/s ²)	g (m/s ²)
A1.	1,99E+30	5,97E+24	1,50E+11	3,17E+07	1,98E-07	2,97E+04	-2,64E+33	-5,28E+33	2,64E+33	3,52E+22	5,90E-03	5,90E-03
A2.	2,34E+28	7,78E+23	6,03E+12	7,45E+10	8,44E-11	5,09E+02	-1,01E+29	-2,01E+29	1,01E+29	3,34E+16	4,29E-08	4,29E-08
A3.	5,97E+24	7,35E+22	3,84E+08	2,37E+06	2,65E-06	1,02E+03	-3,81E+28	-7,62E+28	3,81E+28	1,98E+20	2,70E-03	2,70E-03
A4.1	5,97E+24	1,30E+03	4,22E+07	8,63E+04	7,28E-05	3,07E+03	-6,13E+09	-1,23E+10	6,13E+09	2,91E+02	2,24E-01	2,24E-01
A4.2	5,97E+24	1,30E+03	7,80E+07	2,17E+05	2,90E-05	2,26E+03	-3,32E+09	-6,64E+09	3,32E+09	8,51E+01	6,55E-02	6,55E-02
A5.1	5,97E+24	1,20E+03	5,39E+07	1,25E+05	5,04E-05	2,72E+03	-4,43E+09	-8,87E+09	4,43E+09	1,64E+02	1,37E-01	1,37E-01
A5.2	5,97E+24	1,20E+03	9,60E+07	2,96E+05	2,12E-05	2,04E+03	-2,49E+09	-4,98E+09	2,49E+09	5,18E+01	4,32E-02	4,32E-02
A6.1	5,97E+24	7,50E+02	8,91E+08	8,37E+06	7,50E-07	6,69E+02	-1,68E+08	-3,35E+08	1,68E+08	3,76E-01	5,02E-04	5,02E-04
A6.2	5,97E+24	7,50E+02	1,11E+07	1,16E+04	5,40E-04	5,99E+03	-1,35E+10	-2,69E+10	1,35E+10	2,42E+03	3,23E+00	3,23E+00

B. Órbitas elípticas:

Probl.	M (kg)	m (kg)	d1 (m)	v1 (m/s)	E_{p1} (J)	E_{c1} (J)	$E1$ (J)	d2 (m)	v2 (m/s)	E_{p2} (J)	E_{c2} (J)	$E2$ (J)
B1.	2,34E+30	7,89E+26	9,35E+11	1,72E+04	-1,32E+35	1,17E+35	-1,50E+34	2,67E+11	3,36E+04	-4,61E+35	4,46E+35	-1,50E+34
B2.	5,89E+32	4,61E+25	3,91E+09	3,95E+06	-4,63E+38	3,60E+38	-1,04E+38	1,50E+10	8,63E+05	-1,21E+38	1,72E+37	-1,04E+38
B3.	3,00E+29	1,30E+03	6,10E+13	4,53E+02	-4,26E+08	1,33E+08	-2,93E+08	3,05E+13	9,28E+02	-8,53E+08	5,60E+08	-2,93E+08
B4.	4,00E+28	3,05E+04	7,00E+10	7,37E+03	-1,16E+12	8,28E+11	-3,34E+11	6,03E+10	8,16E+03	-1,35E+12	1,02E+12	-3,34E+11
B5.	9,61E+31	7,35E+22	2,12E+12	6,90E+04	-2,22E+32	1,75E+32	-4,73E+31	3,80E+12	4,57E+04	-1,24E+32	7,67E+31	-4,73E+31
B6.	1,50E+30	5,90E+20	9,09E+11	8,50E+03	-6,49E+28	2,13E+28	-4,36E+28	9,09E+10	4,53E+04	-6,49E+29	6,06E+29	-4,36E+28